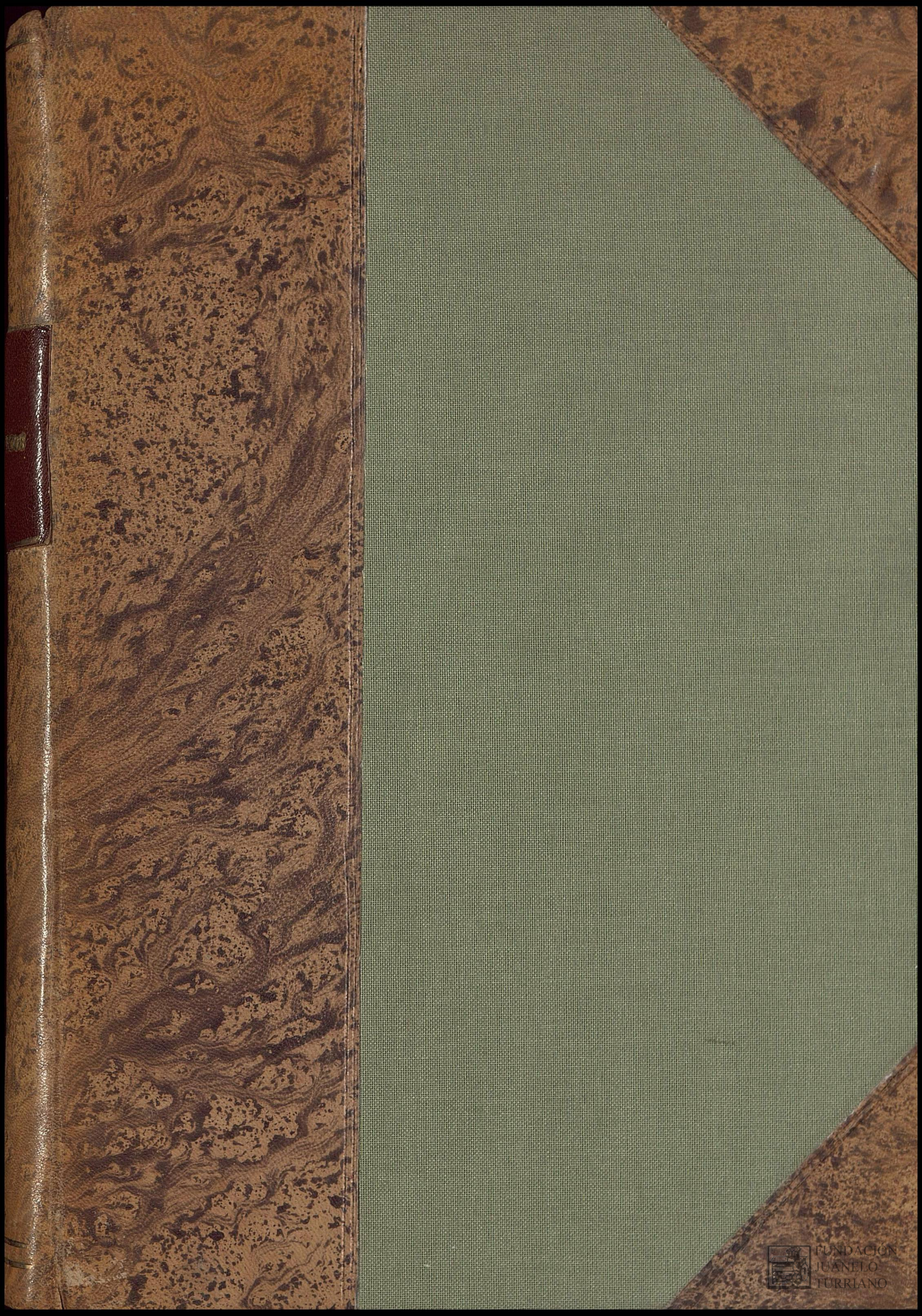








FUNDACIÓN
JUANELO
TURRIANO

PUENTES METÁLICOS EN ARCO

Y DE

HORMIGÓN ARMADO

POR

J. EUGENIO RIBERA

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.



MADRID

REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS



FUNDACIÓN
JUANELO
TURRIANO



FUNDACIÓN
JUANELO
TURRIANO

P 3217

FUNDACION JUANELO TURRIANO
BIBLIOTECA



FUNDACIÓN
JUANELO
TURRIANO

I parte

30 grande lam. pieg. F/4

1 lamina F/4

52 CO2208 F/4

lost

II parte

5 grande lam. pieg. F/4



S. Euzengo

PUENTES METÁLICOS EN ARCO

Y DE

HORMIGÓN ARMADO

POR

J. Eugenio Ribera,

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.



MADRID
REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS
Puerta del Sol, 9.
1905

MADRID
Imprenta Hijos de J. A. García,
Campomanes, 6.
1905

R. 3217
S. 452/32



FUNDACIÓN
JUANELO
TURRIANO

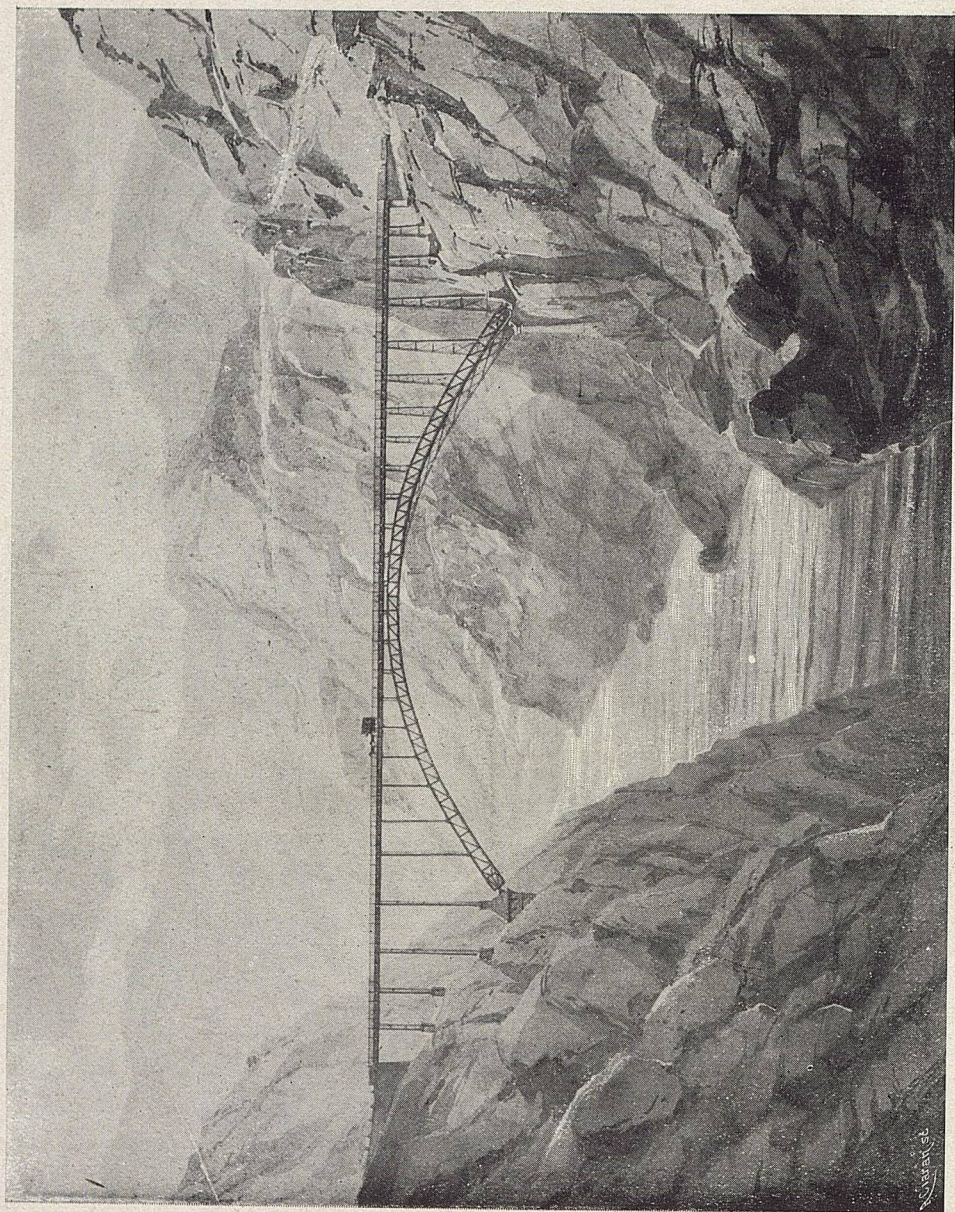
ARMANDO

J. Rogelio Ríos

Excmo. Sr. D. Juan de los Ríos



FUNDACIÓN
JUANELO
TURRIANO



J. Eug. Ribera dib.



FUNDACIÓN
JUANELO
TURRIANO

PARTE PRIMERA

GRANDES VIADUCTOS



FUNDACIÓN
JUANELO
TURRIANO

GRANDES VIADUCTOS



FUNDACIÓN
JUANELO
TURRIANO

ESTABLECIMIENTO TIPOGRÁFICO DE G. JUSTE

Calle de Pizarro, núm. 45



FUNDACIÓN
JUANELO
TURRIANO

BIBLIOTECA DE LA «REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS»

ESTUDIO

SOBRE LOS

GRANDES VIADUCTOS

POR

D. JOSÉ EUGENIO RIBERA

INGENIERO DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS



MADRID

REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS

9 — Puerta del Sol — 9

1897



FUNDACIÓN
JUANELO
TURRIANO

INTRODUCCIÓN

En el prólogo que á los compañeros dediqué en mi obrita sobre *Puentes de hierro económicos, muelles y faros sobre palizadas y pilotes metálicos*, anunciaba ya que si el resultado del modesto trabajo que entonces ofrecía al público respondía al buen deseo con que lo daba á luz, continuaría la impresión de mis estudios, publicando otros dos libritos que tenía preparados sobre *Cálculos y proyectos de tramos metálicos* y sobre *Puentes metálicos en arco para grandes luces*, siempre inspirado en el único propósito de ser útil á todos mis compañeros y colegas.

El primero de estos dos trabajos ya casi no tiene objeto, por haber recientemente publicado el distinguido Ingeniero D. Luis Gaztelu su obra *Práctica usual de los cálculos de estabilidad de los puentes*, en la que expone extensamente con método clarísimo y abundancia de datos los procedimientos de cálculo de las soluciones más corrientes.

Aunque no sea aquí su lugar, permítame mi estimado compañero elogiar calurosamente su trabajo, que á mi juicio es superior por su claridad y espíritu práctico á cuantas obras análogas hemos leído, sintiendo su tardía aparición, pues hubiera tenido gusto en aplicar á mi proyecto las fórmulas y métodos que en su libro se explican.



Pero como Gaztelu ha prescindido en dicha obra de los *puentes metálicos de arco inferior*, por entender que es su aplicación muy limitada, me ha dejado este hueco por llenar, aunque sólo sea como apéndice de su obra, y me decido gustoso á ordenar los datos y cálculos reunidos con motivo de mi proyecto de puente de Pino sobre el Duero, que puede constituir un pequeño *Estudio sobre los grandes viaductos*.

Habiéndome encargado la Dirección general en Abril de 1894 de la comisión de estudios de dos carreteras: la de Fonfría á la de Ledesma á Portugal y la de Ledesma á Fermoselle, ambas afectando á las provincias de Zamora y Salamanca, me encontré con los pasos forzosos de los ríos Duero y Tormes en emplazamientos tan extraordinariamente abruptos, que me obligaron á un detenido estudio de los viaductos necesarios para salvarlos.

Los ríos Duero y Tormes se encuentran tan embarrancados en las proximidades del trazado que resultan desniveles de 300 y 400 metros respectivamente desde la planicie en que se desarrollan las carreteras, al nivel de dichos ríos. Para evitar, pues, la bajada y la subida que forzosamente habría que hacer por laderas escarpadísimas con 5 y 6 kilómetros de pendiente continuada (si se atravesaron estos ríos con puentes de poca altura), era preciso buscar los emplazamientos más favorables para pasar el talweg con la mayor rasante posible.

En las Memorias de los proyectos de carreteras respectivas justifiqué la elección de los emplazamientos y rasantes adoptados, con los que consigo salvar alturas de 90 y 100 metros respectivamente con viaductos de 180 y 126 metros de longitud, ahorrando la molestia y el gasto de cerca de tres kilómetros de carretera en fuerte rampa en cada uno de los casos. Pero para que estas soluciones fueran aceptables desde el punto de vista económico, era preciso que el costo de los viaductos no excediera de unas 400.000 pesetas, por lo que el estudio de dichas obras adquiriría una importancia excepcional.



Sabido es la gran variedad de soluciones que se presentan al espíritu del Ingeniero para la resolución de este problema.

Tanto es así, que suelen en el extranjero someter el proyecto y la ejecución de obras análogas á concursos entre fabricantes é Ingenieros, como ha procedido, por ejemplo, el gobierno portugués para los dos grandes viaductos recientemente construídos en Oporto sobre el río Duero, que presenta allí condiciones topográficas muy parecidas á las de nuestros emplazamientos (*) y el gobierno suizo para una gran parte de sus viaductos.

Pues si entre tantos Ingenieros eminentes y reputadas fábricas como tomaron parte en estos concursos hubo diferencias muy sensibles de apreciación y de cálculo, natural parecerá mi vacilación ante problema tan superior á mis facultades.

Así es que, á pesar de mis simpatías naturales por la solución de viaducto completamente de acero sobre arco metálico empotrado, no me consideré con autoridad y conocimientos suficientes para proponerla desde luego, decidiéndome por estudiar todas las soluciones aplicables al caso presente, aunque simplificando los proyectos á medida que fuera penetrándome de la cuestión.

Por de pronto, la elección entre el empotramiento y la articulación de los arcos me ofrecía muchas dudas, pues los libros más modernos que consulté no estaban conformes sobre esta importante cuestión, que modifica por completo el cálculo y puede influir en el costo. Hasta ahora, la mayor parte de los constructores, Eiffel entre otros, se decidían sin discusión por los arcos articulados, y sin embargo, hánse construído recientemente en Suiza algunos arcos empotrados de singular ligereza. Resal, en su *Tra-*
tado de puentes, se decide por una solución mixta, con la que cree

(*) En los números de Enero 1886 y Septiembre y Octubre 1878, de las Memorias de la sociedad de Ingenieros civiles franceses, se presentan los proyectos de estas dos obras, comparadas con los 9 proyectos presentados para el viaducto de ferrocarril, que se adjudicó á Eiffel y con los 7 presentados para el de carretera que fué otorgado á Seyrig.

reunir las ventajas de una y otra; pero nadie se ha molestado en calcular ambas soluciones con iguales datos, único modo á mi juicio de establecer la comparación económica entre los dos sistemas.

Como este último punto de vista es siempre para mí el más importante y creo que así debería serlo para todos los Ingenieros, me resolví á emprender esta tarea pesada por la extremada complicación de los cálculos de cada una de las soluciones de arco, pudiendo entonces deducir conclusiones precisas, que creo serán interesantes para todos.

Además, se me presentaba en este proyecto el problema de calcular una viga continua de 26 tramos, para la que los métodos corrientes resultan muy complicados, prefiriendo emplear el novísimo procedimiento de las *líneas de influencia*, que el Sr. Gatzelu no explica, por considerarlo sin duda algo sublime y de escasa aplicación, y también me ha parecido interesante publicar el desarrollo y cálculo práctico de esta teoría, digna de ser empleada en todos los casos de vigas de más de cuatro tramos.

Por último: también puede ser útil el estudio comparativo de varias otras soluciones de arcos y de fábricas, aunque sólo fuera con el objeto de evidenciar la superioridad económica de los viaductos completamente metálicos.

Quizá pueda parecer excesiva la cantidad de trabajo y el número de soluciones estudiadas; pero basta observar que ninguna de ellas es absurda, puesto que se han ejecutado obras semejantes, y si se examinan y se comparan los importes de los presupuestos de las doce soluciones que figuran en las dos primeras láminas, oscilando entre 1.727.000 y 260.000 pesetas, se evidencia que en obras de estas dimensiones cualquier pequeña variación de detalle puede determinar economías importantes.

Yo, por mi parte, doy todo mi trabajo y mis viajes á Suiza y Oporto por muy bien empleados si con ello consigo ahorrar al Estado algún centenar de miles de pesetas y si logro ser útil á



INTRODUCCION

IX

mis compañeros con la exposición de estos cálculos comparativos, que someto á su juicio al mismo tiempo que á la aprobación de la superioridad.

Réstame, por último, dar aquí las gracias á mis eminentes colegas y amigos Mr. Probst, autor y constructor de la mayor parte de los viaductos suizos en arco empotrado y á Mr. A. Henry, Ingeniero que fué de la fábrica Valentín et C.^{ie} (Villebroeck, Bélgica) que construyó el viaducto de Dom Luis en Oporto, por los utilísimos datos é ideas que verbalmente y por interesante y amistosa correspondencia se han servido facilitarme.

Oviedo, Octubre 1897.

J. EUGENIO RIBERA.



FUNDACIÓN
JUANELO
TURRIANO

ÍNDICE DEL TEXTO

	Páginas.
CAPÍTULO PRIMERO.—Consideraciones generales.....	1
1. Indecisión del problema en los grandes viaductos.—2. Solución general más indicada.—3. Ventajas de los tableros de pequeños tramos.—4. Ventajas del empotramiento de los arcos.—5. Puente de San Luis.—6. Montaje sin cimbra de los arcos empotrados.—7. Viaductos suizos.—8. Viaducto de Javroz.—9. Viaducto de Schwartzwasser.—10. Disposición general de la primera solución.—11. Inclinación y rigidez de los timpanos.—12. Sistema de pavimento preferible.—13. Condiciones de trabajo y de fabricación del acero.—14. Sobrecarga estática.—15. Sobrecargas dinámicas.—16. Variación de temperatura.—17. Acción del viento.	
CAPÍTULO II.—Cálculo de los tramos.....	25
17. Resumen de las cargas y esfuerzos de prueba y cálculo.—18. Largueros interiores.—19. Largueros laterales.—20. Largueros de los andenes.—21. Viguetas.	
22. Vigas principales.....	35
23. Líneas de influencia.—24. Momentos sobre los apoyos.—25. Carga permanente.—26. Sobrecarga de 300 ^k por m ² .—27. Sobrecargas móviles.—28. Resistencia de las vigas á la flexión.	
29. Esfuerzos cortantes de las vigas principales.....	58
30. Trazado de las líneas de influencia.—31. Carga permanente.—32. Sobrecarga de 300 ^k por m ² .—33. Sobrecargas móviles.	
34. Celosías	72
35. Vigas de alma llena.....	74
CAPÍTULO III.—Cálculo de las palizadas.....	77
§ I. Cargas verticales.—36. Carga permanente.—37. Sobrecarga de 300 ^k por m ² .—38. Sobrecargas móviles.	
§ II. Esfuerzos horizontales.....	81
39. Superficies actuadas por el viento.—40. Reacciones horizontales.—41. Cálculo gráfico de las palizadas bajo la acción de los empujes horizontales.	
§ III. 42. Resistencia de los montantes al pandeo (flambaje).....	87
IV. 43. Estabilidad de las palizadas de avenidas.....	88
V. 44. Presiones máximas sobre las pilas de sillaría.....	91
VI. Pesos de las palizadas.....	92
CAPÍTULO IV.—Cálculo del arco empotrado.	
§ I. Fórmulas generales.....	93
45. Descripción general del arco empotrado.—46. Elementos	



	de resistencia.—47. Establecimiento de las fórmulas.—48. Expresión de d_1 .—49. Expresión de d_2 .—50. Expresión de d_3 .—51. Cálculo de los valores de $a_1, b_1, c, a_2, b_2, c_2$, etc.—52. Líneas de influencia de las reacciones del apoyo izquierdo.—53. Cálculo del momento flector de la compresión longitudinal y del esfuerzo cortante en un punto cualquiera.—54. Polígono de las presiones.—55. Momento flector en un punto cualquiera.—56. Compresión longitudinal y esfuerzo cortante en un punto cualquiera.	
§ II.	<i>Carga permanente</i>	120
	57. Determinación de las cargas.—58. Cálculo de las reacciones de los apoyos.	
§ III.	<i>Sobrecarga estática de 300^k por m²</i>	123
	59. Generalidades.—60. Cargas de las palizadas.—61. Reacciones de los apoyos del arco.—62. Momentos flectores.—63. Compresiones longitudinales y esfuerzos cortantes.—64. Trabajo en las cabezas y en las diagonales.	
§ IV.	<i>Sobrecargas dinámicas ó de carros móviles</i>	133
§ V.	<i>Efecto de la variación de temperatura</i>	137
§ VI.	<i>Acción del viento</i>	138
	68. Establecimiento de las fórmulas.—69. Aplicación de las fórmulas.—70. Cálculo del momento flector en la clave del arco.—71. Cálculo de los momentos flectores y de torsión.—72. Trabajo del metal en las cabezas.—73. Trabajo del metal en las celosías del arco.—74. Trabajo del metal en los arriostramientos.	
§ VII.	<i>Determinación del trabajo total en el arco empotrado</i> ...	160
§ VIII.	<i>Amarres ó anclados del arco empotrado</i>	163
§ IX.	<i>Presiones máximas sobre los apoyos</i>	167
§ X.	<i>Peso del arco empotrado</i>	169
CAPÍTULO V.—Cálculo del arco articulado.		
§ I.	<i>Consideraciones y fórmulas generales</i>	171
	79. Ventajas é inconvenientes de los arcos empotrados.—80. Disposición adoptada para el arco articulado.—81. Condiciones de cálculo.—82. Establecimiento de las fórmulas.—83. Reacciones de los apoyos.—84. Líneas de influencia del empuje.—85. Línea de influencia de la reacción vertical.	
§ II.	<i>Carga permanente</i>	186
§ III.	<i>Sobrecarga estática de 300^k por m²</i>	189
	88. Línea de intersección de las reacciones.—89. Determinación de las cargas desfavorables para las cabezas.—90. Cálculo de los momentos flectores y compresiones.—91. Trabajo máximo en el trasdós.—92. Trabajo máximo en el intradós.—93. Cargas desfavorables y trabajo máximo en la celosía de los arcos.	
§ IV.	<i>Sobrecargas dinámicas</i>	201
§ V.	<i>Acción de la variación de temperatura</i>	202
§ VI.	<i>Acción del viento</i>	203
	96. Fórmulas.—97. Cargas del viento de 270 ^k .—98. Cálculo del momento flector en la clave.—99. Momentos de flexión	



y torsión en un punto cualquiera.—100. Trabajo del metal en las celosías de los arcos.—101. Trabajo del metal en los contravientos de trasdós é intradós.	
§ VII. <i>Cálculo del trabajo total en el arco articulado</i>	217
102. Trabajo máximo total en las cabezas.—103. Trabajo máximo total en las diagonales y pandeo en las mismas.	
§ VIII. <i>Estabilidad del entramado</i>	220
104. Tendencia del arco al levantamiento.—105. Tendencia de los apoyos al deslizamiento.—106. Presiones máximas sobre los apoyos.	
§ IX. 107. <i>Peso del arco articulado</i>	224
CAPÍTULO VI.—Soluciones varias de arcos metálicos.	
§ I. PRIMERA SOLUCIÓN.— <i>Viaductos enteramente metálicos de pequeños tramos sobre arcos empotrados</i>	225
108. Disposiciones generales.—109. Precios del acero.—110. Presupuesto.	
§ II. SEGUNDA SOLUCIÓN.— <i>Arcos metálicos empotrados con avenidas de fábrica</i>	233
111. Disposición general.—112. Decoración.—113. Cálculo de las dimensiones de la obra de fábrica.—114. Bóveda de 15 metros de luz, taludes de pilas y estribos, espesor en la pila, estribos de tramos metálicos, muros de los tímpanos y de acompañamiento, salmeres de los arcos metálicos, elección de los materiales y clase de obra, materiales para las bóvedas.—115. Importancia de los morteros en los grandes viaductos.—116. Presupuesto de la segunda solución.	
§ III. TERCERA SOLUCIÓN.— <i>Arcos metálicos articulados con avenidas de fábrica</i>	248
118. Puente de la Barca (Pontevedra).—119. Puente Washington (Nueva York).—120.—Disposición general de la tercera solución.—121. Cálculo de espesores.—122. Valoración.	
§ IV. CUARTA SOLUCIÓN (adoptada).— <i>Viaductos enteramente metálicos, de pequeños tramos, sobre arcos articulados</i>	257
123. Disposición general.—124.—Presiones de las fábricas.—125. Resistencia de los hormigones á la compresión.—126. Economía producida por el hormigón.	
§ V. QUINTA SOLUCIÓN.— <i>Viaductos metálicos de grandes tramos sobre arcos articulados, tipo Eiffel</i>	265
128. Puente de Oporto sobre el Duero.—129. Viaducto de Garabit.—130. Disposición general de la quinta solución.—131. Tramos.—132. Pilas.—133. Arco.—134. Fábricas.—135. Valoración.	
§ VI. SEXTA SOLUCIÓN.— <i>Viaductos metálicos de grandes tramos sobre arcos empotrados, tipo suizo</i>	273
136. Viaducto de Kirchenfeld.—137. Viaducto de Paderno.—138. Sexta solución.	
§ VII. SÉPTIMA SOLUCIÓN.— <i>Viaductos metálicos de grandes tramos sobre arcos articulados, tipo Seyrig</i>	275
139. Puente de Trezzo sobre el Adda.—140. Puente de Don Luis, en Oporto.—141. Séptima solución.	



	Páginas
CAPÍTULO VII.—Soluciones diversas de viaductos.	
§ I. OCTAVA SOLUCIÓN.— <i>Viaductos completamente de fábrica</i>	279
142. Obras construídas de este tipo.—143. Disposición general de la octava solución.—144. Dimensiones.—145. Clase de materiales.—146. Ornamentación.—147. Valoración.—148. Viaducto de hormigón.	
§ NOVENA SOLUCIÓN.— <i>Puentes viaductos de tramos rectos continuos sobre pilas de fábrica ó metálicos</i>	287
149.—Obras construídas de este tipo.—150. Tramos metálicos.—151. Coste de esta solución con pilas de fábrica.—152. Tramos rectos sobre pilas de hormigón.—153. Tramos rectos sobre pilas metálicas.	
§ III. <i>Otras soluciones</i>	294
154. DÉCIMA SOLUCIÓN.—Vigas parabólicas ó bow-strings.	
155. UNDÉCIMA SOLUCIÓN.—Viaductos con tramos, tipo americano.	
156. DUODÉCIMA SOLUCIÓN.—Puentes colgados.	
CAPÍTULO VIII.—Conclusiones	299
157. Importancia del aspecto económico en los proyectos de grandes viaductos.	
158. Conveniencia de la reducción de las obras de fábrica.	
159. Conveniencia de la substitución de las sillerías y mamposterías concertadas, por hormigones y mamposterías ordinarias.	
160. Conveniencia del estudio de repetidas soluciones.	
161. Inconvenientes de los arcos metálicos de gran flecha.	
162. Ventajas del arco articulado sobre el empotrado.	
163. Arcos semi-empotrados y pilas articuladas.	
164. Comparación entre las demás soluciones.	
165. Comparación del peso del arco adoptado con los construídos hasta el día.	
52 cuadros resúmenes de los cálculos de tramos, palizadas y arcos.	

ÍNDICE DE LAS LAMINAS

Lámina	I. Soluciones de arcos metálicos, comparadas con los mayores viaductos construidos.
—	II. Soluciones diversas comparadas con las obras más notables.
—	III. Alzado general de la primera solución. Viaducto metálico de pequeñas luces sobre arco empotrado.
—	IV. PRIMERA SOLUCIÓN.—Conjunto de los tramos con vigas de alma llena.
—	V. Idem id.—Detalle de idem id. id.
—	VI. Idem id.—Conjunto y detalles de los tramos con vigas en celosía.
—	VII. PRIMERA SOLUCIÓN. <i>Cálculo gráfico de los tramos</i> .—Determinación de los focos, líneas de cierre, momentos y esfuerzos cortantes sobre los apoyos.
—	VIII. PRIMERA SOLUCIÓN. Idem id. id.—Determinación de las líneas de influencia.
—	IX. Idem id. id. id.—Determinación de los momentos máximos.
—	X. Idem id. id. id.—Determinación de los esfuerzos cortantes máximos.
—	XI. Detalle de las palizadas.
—	XII. Cálculo gráfico de las palizadas.
—	XIII. Alzado general de medio arco empotrado y distribución de platabandas en las cabezas.
—	XIV. Detalles de los arriostramientos del arco empotrado.
—	XV. Detalles del arco empotrado en los arranques.
—	XVI. Detalles del arco empotrado en los riñones y en la clave.
—	XVII. <i>Cálculo gráfico del arco empotrado</i> .—Líneas de influencia de las reacciones sobre el apoyo izquierdo.
—	XVIII. Idem id. id.—Determinación de la carga permanente.
—	XIX. Idem id. id.—Determinación de la sobrecarga estática.
—	XX. Idem id. id.—Determinación de la sobrecarga dinámica.
—	XXI. Alzado general de la cuarta solución (adoptada). Viaducto enteramente metálico de pequeños tramos sobre arco articulado.
—	XXII. Arco articulado.—Alzado de un semi-arco y distribución de las platabandas.



Lámina	XXIII.	Arco articulado.—Detalles de los arriostramientos y contravientos.
—	XXIV.	Idem íd.—Detalles del arco en los arranques.
—	XXV.	Idem íd.—Detalles del arco en los riñones y en la clave.
—	XXVI.	<i>Cálculo gráfico del arco articulado.</i> —Elementos geométricos y líneas de influencia.
—	XXVII.	Idem íd. íd. íd.—Determinación de la carga permanente.
—	XXVIII.	Idem íd. íd. íd.—Sobrecarga estática de 300k por m ² .
—	XXIX.	SEGUNDA SOLUCIÓN.—Arco metálico empotrado con avenidas de fábrica.
—	XXX.	TERCERA SOLUCIÓN.—Arco metálico articulado con avenidas de fábrica.
—	XXXI.	OCTAVA SOLUCIÓN.—Viaducto enteramente de fábrica.



ESTUDIO SOBRE LOS GRANDES VIADUCTOS

CA PITULO PRIMERO

CONSIDERACIONES GENERALES

1. Indecisión del problema en los grandes viaductos.—Si bien en el paso de cualquier río la variedad de soluciones que se presentan es ya muy grande, aumenta la indecisión del proyectista á medida que el vano crece y que el puente llega á considerarse como viaducto.

Entre un viaducto de fábrica y otro completamente metálico caben, en primer lugar, multitud de soluciones intermedias en que intervenga uno y otro material, en mayor ó menor proporción.

Y aun decidiéndose por el empleo casi exclusivo del hierro ó acero, son casi tantas las disposiciones como obras, habiendo no sólo la variedad en la distribución de luces, sino en el sistema de tramos, pues desde las antiguas vigas rectas á los Cantilever, y entre el arco inferior y el puente colgado, son infinitas las soluciones que se presentan al espíritu del Ingeniero.

Para evidenciarlo basta examinar las dos primeras láminas.



de este tomo, en las que *hemos croquisado una docena* de soluciones posibles de mi proyecto de puente sobre el Duero, comparándolas con los viaductos más notables de análogas disposiciones construídos hasta el día (1).

No puede haber mayor variedad ni más grande indecisión, pues claro es que todas estas obras, proyectadas y construídas por eminentes Ingenieros, deben haberse justificado en cada caso.

Y, sin embargo, también es seguro que la variedad de disposiciones ha de producir diferencias sensibles de costo en obras de tan considerables proporciones; así es que un desacierto en la elección puede ocasionar un gasto inútil considerable, que debe el Ingeniero evitar por medio de numerosos anteproyectos que le permitan aproximarse al límite de gasto.

Como hemos dicho ya, en obras de estas dimensiones, cualquier pequeña variación de detalle puede irrogar una economía considerable, como ocurre, por ejemplo, con la segunda y cuarta solución (figuras 5.^a y 10 de la lámina I), en las que sólo con correr el eje del puente siete metros y reducir las luces de los arcos de fábrica de 15 á 12 metros se obtiene una diferencia de coste de 58.000 pesetas.

2. Solución general más indicada.—Dada la disposición del terreno que constituye el emplazamiento de la obra, la solución que me pareció más indicada es la del arco metálico inferior, sosteniendo un tablero completamente metálico, por considerar mucho más económico el empleo del hierro, y sobre todo del acero, á cualquiera solución que entrara en la fábrica.

(1) He dibujado todos estos alzados en escala de 1 por 1.000, que es la misma adoptada por Crocette-De-noyers en su álbum de puentes, para la mayor facilidad de comparación. Debo advertir que algunas de estas obras, como son los puentes de Pontevedra, Washington, Padermo, Trezzo y Dom Luiz, no figuran aún, que yo sepa, en ningún tratado de puentes. He sacado estos datos de numerosas Revistas, por lo que considero de algún interés el haberlas agrupado y comparado entre sí.



La muy considerable altura de la rasante sobre el río (90 metros), que obligaría á pilas de extraordinaria altura; el ancho del Duero, que alcanza más de 40 metros con gran profundidad y corriente, lo que hace difícil pensar en fundar allí pilas; la gran inclinación de las laderas, al mismo tiempo que su formación en roca, aconsejan desde luego establecer un arco apoyado en las mismas, sobre cuyo arco descansen á su vez un tablero metálico.

Pero aun dentro de la solución de arco inferior puede adoptarse una de las cinco soluciones de la lámina I.

En primer lugar, puede el tablero tener luces pequeñas sobre palizadas sencillas, en cuyo caso necesita el arco ser muy rebajado, lo que aumenta su luz total, ó puede, en cambio, preferirse reducir la luz del arco, aumentando su flecha, lo que obliga á disponer un tablero con grandes tramos.

En segundo lugar, aunque los arcos más notables se han construido articulados en sus extremos, hanse ejecutado, además del antiguo de San Luis (fig. 4), recientemente, y muy particularmente en Suiza (figuras 1 y 2), arcos de gran luz empotrados por sus extremos, que, aparte la elegancia de su disposición, presentan una ligereza notable.

Desde el primer momento me incliné á esta última disposición, que me pareció presentar las siguientes ventajas.

3. Ventajas de los tableros de pequeños tramos.—Es sabido la gran economía de metal que se obtiene reduciendo al límite posible las luces de los tramos, y desde el momento que la resistencia y, por lo tanto, el peso del arco deben ser proporcionales al del tablero que sobre él se apoya, se comprende la influencia que puede tener la distribución de luces de un tablero.

Además, siendo pequeños los tramos, las pilas que los sostienen pueden reducirse á simples palizadas muy ligeras, en lugar de las grandes pilas prismáticas que se necesitan para grandes



luces, reduciéndose también por este concepto la carga que ha de actuar sobre el arco.

Pero para que estas palizadas puedan ser ligeras, se precisa que no excedan de unos 20 metros de altura, pues pasado este límite, resisten difícilmente al pandeo (flambage), y como consecuencia resulta la necesidad de rebajar el arco, lo que á su vez arrastra un aumento de luz, si se quieren evitar estribos demasiado altos y costosos.

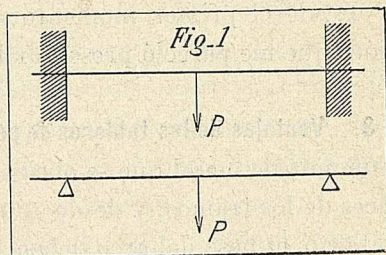
Después de varios tanteos de trazado, que consideramos inútil presentar, adoptamos como más conveniente el arco de 120 metros de luz, con 24 metros de flecha, es decir, rebajado al $\frac{1}{5}$, que nos permite distribuir el tablero en tramos de 6 á 10 metros, sin que la palizada más alta exceda de los 20 metros que consideramos como límite.

Un arco de menor luz con igual disposición nos obligaría á dar excesiva altura é importancia á los estribos, á menos de aumentar la flecha, en cuyo caso se entra en las soluciones de las figuras 13 y 16, que llevan consigo los grandes tramos del tablero.

4. Ventajas del empotramiento de los arcos.—Si consideramos una viga recta, sabemos que cuando está empotrada, el momento producido por una carga P actuando sobre su punto medio, es la mitad del que la misma carga produciría en la viga simplemente apoyada.

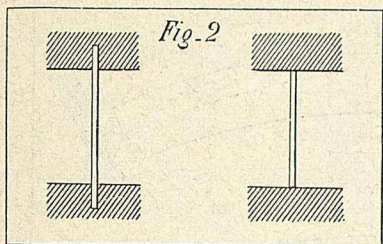
Si la carga estuviera uniformemente repartida, el momento en la primera sería los $\frac{2}{3}$ del de la segunda, deduciéndose de aquí la mayor resistencia que produce el empotramiento, ó una economía, si se quiere igualdad de resistencia.

Lo mismo ocurre con las piezas verticales comprimidas por



sus extremos; cuando están empotradas resisten más que cuando están simplemente apoyadas.

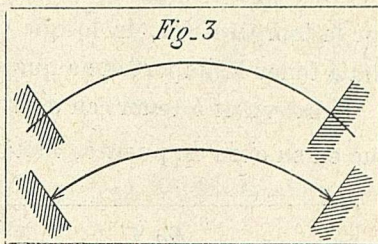
¿Por qué no ha de ocurrir análoga proporción de resistencia entre una viga en arco empotrada en sus extremos y un arco, apoyándose sencillamente en el estribo por medio de una articulación?



Pero en una viga de arco la cuestión se complica necesariamente por las sobrecargas y, sobre todo, por los efectos de la temperatura.

En un arco, descansando libremente sobre sus apoyos la distancia d de las curvas de presiones extremas, debe necesariamente ser mayor que en el arco empotrado, puesto que en este último la tangente á la curva en los apoyos se fija; siendo los momentos proporcionales á esta distancia d , será, pues, necesario dar una mayor sección al arco articulado que al empotrado.

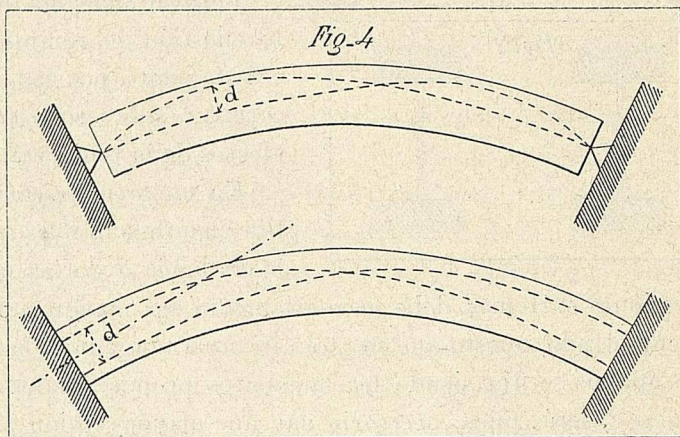
Una cosa análoga ocurre en las columnas de bases redondeada y de base plana; estas últimas pueden soportar una carga doble, por lo menos, según las experiencias de Hodgkinson (teóricamente es cuatro veces mayor).



Queda la cuestión de temperatura, cuyas variaciones determinan, según Kœchlin, esfuerzos tanto más considerables, cuanto más reducida es la flecha, por lo que este Ingeniero da la preferencia á los arcos articulados (1).

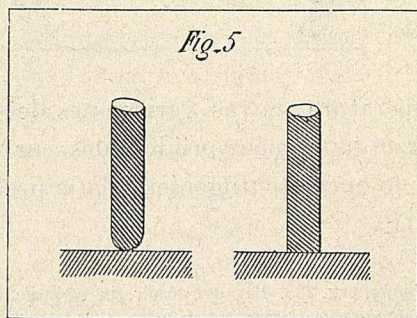
(1) *Application de la statique graphique*, pág. 225. Hay que añadir, sin embargo, que Kœchlin, que es el Ingeniero de la casa Eiffel, que ha calculado los viaductos de Porto y Garabit, tiene que tener forzosamente simpatías por la disposición característica de estas obras.

Sin embargo, ya durante la construcción del puente de Arcole, en París, Mr. Oudry observó que, apretando más ó menos las cuñas inferiores ó superiores, se obtenía una elevación ó descenso del vértice del arco, mucho mayor que la deformación ejercida



por la temperatura, de lo que dedujo que este último efecto no podía tener la importancia que se le atribuía generalmente.

Resal viene á tener, en definitiva, esta misma opinión, puesto que en su obra de puentes metálicos (pág. 184) propone el semi-



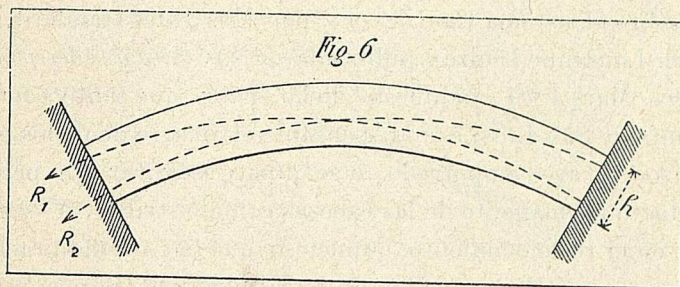
empotramiento para la sobrecarga y la temperatura y el pivote central sólo para la carga permanente. Funda esta solución mixta en las dificultades de montaje ocurridas en los arcos empotrados del puente de San Luis; pero, en verdad, no

nos extraña lo ocurrido en aquella obra, acerca de la que conviene digamos algunas palabras.

5. Puente de San Luis sobre el Mississippi (lámina I, fig. 4).—Reproducimos parte del alzado de este puente en la fig. 4 de la lámina I.

Con arcos muy rebajados (pues que llegan á $\frac{1}{11}$) se salvan luces de 153 metros y 158^m,5). Da paso á dos vías de ferrocarril y á una carretera. En su montaje se suprimió por primera vez el empleo de las cimbras, efectuándolo al aire por medio de cables.

A pesar de haberse construido con acero una gran parte del puente (este metal entra en una proporción del 67 por 100 del peso total) y de someter el acero á un trabajo de 20^k por m^2 , el



peso por metro lineal alcanzó la cifra de 14.400 kilogramos y su costo excedió de 32 millones de pesetas.

Los arcos estaban constituidos por tubos de acero que se empalman por medio de manguitos atornillados á sus extremos, después de sujetar invariablemente los primeros tubos á los arranques, por medio de fuertes pernos empotrados en los estribos ó pilas.

Se comprende fácilmente que con esta disposición de tubos de acero muy duro y con insuficiente huelgo en los empalmes fuera casi imposible colocar al aire y sin cimbra los tubos de intradós

y trasdós en la situación exacta de cálculo, lo que obligó á forzar muchos de estos tubos, sometiénolos á deformaciones exageradas

El vicio original de esta obra, que obligaba á sujetar invariablemente los tubos de arranques en el intradós y en el trasdós, consiste en la pequeña distancia de los dos tubos de cada arco. Si se hubiese aumentado esta distancia de tal manera que ninguno de los esfuerzos R_1 , R_2 , etc., representando la suma del peso permanente, sobrecarga más desfavorable, temperatura y viento, pudiera salirse fuera del espacio comprendido entre las dos cabezas y hasta quedarse, como se suele hacer en puentes de fábrica, á una distancia $\frac{1}{6}h$ de la fibra media, hubiera bastado un acuñado sin amarres, puesto que en ningún caso quedarían las cuñas libres, obteniéndose así un empotramiento natural.

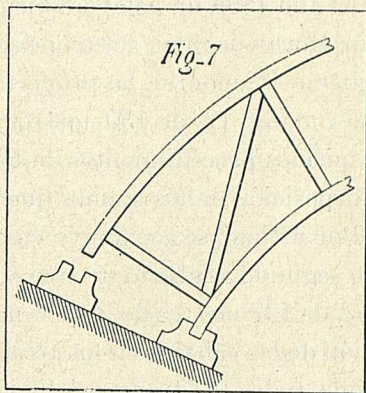
En una «Nota sobre los tipos fundamentales de vigas metálicas y sobre el sistema Cantilever», por Mr. Jules Gaudard, profesor en Lausanne (Suiza), publicada en los *Annales des ponts et chaussées*, Mars 1891, manifiesta dicho señor «que tanto como en el puente de San Luis, es indispensable el amarre de los puentes suizos, de arco empotrado, si se quiere asegurar sin peligro; el contacto permanente de las cabezas con el estribo». Y sin embargo, en el reconocimiento minucioso que yo mismo practiqué de los arranques de los viaductos de Kirchenfeld (Berna) y Schwartzwasser, pude observar que en ninguna de las piezas se observa la más insignificante deformación (lo que se aprecia fácilmente en la pintura), que las cuñas no parecen haberse movido, y me aseguró del modo más terminante el constructor de esas obras Mr. Probst, que me acompañaba, que en los muchos reconocimientos que practicó en los once años que llevaban de edad, en los días más fríos y más calurosos, nunca pudo mover ninguna de las cuñas.

Esto demuestra que cuando la distancia de las cabezas es suficiente no deben producir tensiones negativas, siendo entonces inútil el amarrado de los arcos.



6. Montaje sin cimbra de los arcos empotrados.—Las dificultades ocasionadas por el montaje al aire de los arcos empotrados del puente de San Luis, aconsejó á Mr. Probst el montaje de sus puentes por medio de cimbras. No cabe dudar que este sistema es el más seguro; pero como en el viaducto sobre el Duero habría de resultar costoso y difícil (por los 90 metros de altura de la rasante) establecer una cimbra completa, sería preferible emplear el sistema de montaje en voladizo, pero modificando el procedimiento empleado en San Luis.

Para esto bastaría montar el arco en voladizo sobre la cabeza inferior de intradós, no colocando la cuña superior del trasdós sino después de cerrado el arco, en lo que no puede existir seria dificultad, puesto que durante el montaje sólo actúa una parte relativamente pequeña del peso permanente y puede casi decirse que es el procedimiento seguido por Seyrig en el montaje del puente de Dom



Luis (fig. 18; lámina I), que se explica en el número de Enero de 1886 de las Memorias de la Sociedad de Ingenieros civiles franceses.

No creemos, pues, que este sistema de montaje pueda producir las dificultades que presume Resal en su obra de Puentes (página 482), siempre y cuando ensanchemos suficientemente la distancia entre las cabezas, que es la base de la estabilidad natural de este sistema de arco empotrado, que con tanto éxito como economía, ha resucitado el eminente Ingeniero suizo Mr. Probst.

7. Viaductos suizos.—Las obras proyectadas y construidas en



los talleres que dirige dicho señor son las siguientes, cuyos alzados dibujamos en la lámina I:

Fig. 1. Viaducto de Javroz, carretera de Bulle á Boltingen, terminado en 1880.

Fig. 2. Viaducto Schwartzwasser, carretera de Berna á Schwartzenberg, terminado en 1882.

Fig. 11. Viaducto de Kirchenfeld, en Berna, carretera de Berna á Thoune, terminado en 1883.

Viaducto de Muhlebach, ferrocarril de Vierge á Zermatt, terminado en 1891.

El año 1888 un colaborador de Mr. Probst, el Ingeniero monsieur Rothlisberger, actualmente Director de los talleres de Savigliano (Piamonte), ha proyectado y ejecutado el viaducto de Paderno (fig. 12) de 150 metros de luz, calculado y montado por los mismos procedimientos de los viaductos suizos, aunque varía la disposición de los tramos que tienen grandes luces.

Por último, se construye en este momento en la capital Suiza otro segundo viaducto de arco empotrado, muy parecido al de Javroz, de 127 metros de luz, 30 metros de flecha, 4 metros de separación de las cabezas en los arranques y 2 metros en el vértice, teniendo todos los tramos del viaducto la luz constante de 7^m.50.

Estas son las únicas obras que se han construído hasta ahora, según el principio inaugurado por Mr. Probst, de aumentar la separación de las cabezas de intradós y trasdós para evitar los esfuerzos negativos y, por consiguiente, los amarres, y hay que confesar que todas las críticas que puedan dirigirse al sistema, se estrellan ante la indeformabilidad de estas obras, su elegante aspecto y la economía que en ellos se ha obtenido.

Nos inclinamos, pues, desde el primer momento á estudiar esta solución antes que ninguna otra, adoptando una disposición muy parecida á la de los viaductos de Javroz y Schwartzwasser, por lo que creemos conveniente decir algunas palabras sobre estas dos interesantes obras.



8. Viaducto de Javroz (lámina I, fig. 1).—Pertenece á la carretera de Bulle á Boltingen. El Gobierno suizo mandó estudiar en 1877 once proyectos: dos de piedra, cinco de hierro, de los cuales cuatro con vigas rectas y uno con arco y, por último, cuatro puentes colgados. Se aceptó primeramente y en principio al tipo en arco, procediéndose á un concurso entre varios constructores, otorgándose por fin al más ventajoso, *que fué el tipo con arco empotrado*, que ejecutó su autor Mr. Probst.

Las luces de los tramos son de 7 y 8 metros; la altura máxima de las palizadas de 15 metros.

El peso resultante fué de 205 toneladas de hierro, que corresponde á un peso por metro lineal de 1900^k y por metro superficial de piso de 396.^k

9. Viaducto de Schwartzwasser (lámina I, fig. 2).—También esta hermosa obra, destinada á una carretera que sale de Berna, fué objeto de un concurso, del que resultó nuevamente victorioso el proyecto de Mr. Probst, que se ejecutó en 1882.

Aunque la disposición es muy semejante á la de Javroz, tiene una cuarta parte más de luz; los tramos son todos iguales (de 5^m,76), pero las palizadas alcanzan alturas de 18^m,80.

El peso por metro lineal de viaducto resultó ser de 2575^k, que corresponde á un peso por m² de 429^k.

Las cargas de prueba y de cálculo fueron 300^k por m², como sobrecarga estática, el paso de un carro de 10 toneladas como dinámica y un esfuerzo de viento de 150^k por m², inclinado á 15°.

El peso por metro lineal de viaducto resultó ser de 2575^k, que corresponde á un peso por m² de 429^k.

Habiendo comparado los pesos por metro superficial de puente obtenidos por Mr. Probst en estas dos últimas obras, con las de otros muchos puentes en arco articulado de menores luces, observamos que á pesar del mayor vano salvado, los pesos de los viaductos suizos resultaban menores.



Como por otra parte el detenido examen que hice sobre el terreno de todas las piezas de esta obra, me demostró que eran infundados los temores y críticas que contra el sistema se han formulado y, como por último, quedé encantado del aspecto elegantísimo que presentan estas obras, de cuya disposición es quizá la única de todos los sistemas metálicos, que reúne condiciones estéticas, me decidí por estudiar primeramente esta solución.

10. Disposición general de la primera solución (lámina III).—La luz adoptada para el arco, después de algunos tanteos, es la de 120 metros, comprendida entre la del viaducto de Schwartzwasser (114 metros) y el que se construye actualmente en Berna (127 metros) pues con esta luz y una flecha de 24 metros, que representa un rebajamiento de $\frac{1}{5}$ (comprendido también entre los rebajamientos de aquellos dos viaductos que son respectivamente de $\frac{1}{5,5}$ y $\frac{1}{4,2}$) se apoyan los arranques de los arcos, casi directamente sobre las laderas, con lo que reducimos al mínimo la obra de fábrica de los estribos.

Desde luego adoptamos para el arco la forma parabólica, que según demuestra Resal (pág. 331, tomo I) y según ha adoptado Eiffel en sus puentes, es la forma más económica, puesto que produce el trabajo mínimo en cada sección.

Con esta disposición del arco, resultarían palizadas de más de 20 metros de altura cerca de los arranques y, como por otra parte, conviene no exceder de este límite, para evitar el pandeo de los montantes, hemos admitido una luz de 10 metros para el tramo del tablero, que nos permite mantenernos en el límite fijado, si bien disponiendo unas pequeñas pilas de sillería encima de los estribos para ganar la diferencia de altura.

Ahora bien; como las demás palizadas van disminuyendo progresivamente de altura por uno y otro lado de los arranques, hemos creído conveniente ir reduciendo también las luces de los



tramos, hasta 6 metros como mínimo, combinándolos con los montantes de la viga en arco.

Entre varios tanteos que hemos examinado comparativamente, y que es inútil reproducir aquí, de diferentes distribuciones de luces, y disponiendo los montantes verticalmente como en Javroz, ó normalmente al arco como en Schwartzwasser, hemos adoptado la representada en la lámina III, que es la que más ha satisfecho nuestra vista por sus buenas proporciones.

Asimismo hemos adoptado para las distancias de intradós y trasdós del arco en los arranques y clave, las mismas dimensiones que el viaducto nuevo de Berna: 4^m,00 y 2^m,00, con lo que creíamos evitar los esfuerzos negativos (1).

El tablero está constituido por dos vigas continuas de 180 metros de longitud, de alma llena, porque según luego demostraremos, resulta algo más económica que las de celosía.

El piso es intermedio, con andenes de 0^m,75 en voladizo, lo que permite reducir el ancho de las palizadas en su parte superior; se establecen viguetas de dos en dos metros, unidas á las vigas por montantes que las refuerzan, completando el entramado del tablero con largueros á 1^m,175 de distancia, distribución que nos parece la más económica y que se combina bien con la de las palizadas, y con la que se obtiene un ancho total de seis metros entre barandillas, que corresponde á las carreteras de tercer orden (2).

II. Inclinación y rigidez de los tímpanos.—Los planos de los montantes de las palizadas y de las dos únicas vigas en arco que sostienen el tablero, presentan un talud trasversal de $\frac{1}{12}$ (0,0833),

(1) Veremos más adelante, como á pesar del ancho de 4 metros en los arranques, se producen estos esfuerzos negativos que obligan á amarrar las cabezas. La causa que determina esta tensión inesperada es el esfuerzo del viento que suponemos de 270k, mientras que los viaductos suizos sólo están calculados para 150k por m².

(2) Propusimos á la superioridad reducir este ancho á 4 metros, con objeto de disminuir el coste de la obra, no habiendo sido aceptada esta propuesta.

comprendido entre $\frac{1}{15}$ que tiene el viaducto de Schartzwasser y $\frac{1}{11}$ que tiene el de Garabit. Este talud tiene por objeto aumentar la estabilidad de la obra contra los efectos del viento, que pueden ser muy sensibles en un emplazamiento tan embarrancado y determina oscilaciones sensibles, ya que no peligrosas, según apreciamos personalmente en aquellos viaductos, en los que, como en el de Kirchenfeld, no se ha dado talud á los arcos.

De este modo la distancia de los arranques, entre las dos vigas del arco, es de 9^m,00, que se reduce á 4^m,70 en la clave.

A causa de la gran longitud (180 metros) del tramo continuo, habíamos primeramente pensado en disponer las palizadas como las pilas de algunos viaductos noruegos, con dos articulaciones en sus extremos, que permitieran la libre dilatación de las tramas y las deformaciones del arco, ó por lo menos una sola articulación en su base inferior, como aconseja y ha dispuesto Resal en su puente sobre el Loira de Nantes. (Véase su obra de puentes, pág. 486, tomo I.)

Pero á la verdad, habiendo observado que las pequeñas deformaciones producidas en los viaductos de Schwartzwasser y Kirchenfeld, no han producido efecto sensible de torsión en ninguna de las palizadas de estas obras, que están rígidamente empalmadas con los arcos y los tramos, hemos preferido también seguir la misma disposición, si bien calculando la sección de los montantes de las palizadas, como simplemente apoyadas.

La única precaución adoptada ha sido la reducción en lo posible del ancho de los montantes (el máximo es 0^m,50) por ser las tensiones secundarias que se producen en estas barras proporcionales á dicha dimensión.

Con esta disposición de viaducto, queda la obra de fábrica reducida á los apoyos indispensables para los arcos y las palizadas de orilla, y á dos pequeños muros de avenida á uno y otro lado, pudiendo considerarse el conjunto como un tablero recto de pe-



queñas luces, apoyado por simples palizadas sobre el terreno y sobre un arco que lo sustituye en la parte media.

Para terminar estas consideraciones generales, sólo nos resta justificar el sistema de pavimento adoptado, el metal que se ha elegido, sus condiciones de fabricación y trabajo y las cargas y esfuerzos de prueba y cálculo.

12. Sistema de pavimento preferible.—En nuestro librito sobre *Puentes de hierro económicos*, hemos ya evidenciado las ventajas del entarugado sobre los demás sistemas de pavimentos que puedan emplearse para las calzadas de los puentes metálicos.

Pueden aquéllas resumirse en los siguientes:

- 1.º Tienen mejor aspecto que los entablonados y firmes.
- 2.º Evitan los choques y vibraciones que producen los afirmados y empedrados.
- 3.º Es menos pesado que estos últimos y mucho más duradero que los entablonados.

La Superioridad también lo ha estimado así, al aconsejarnos el empleo del entarugado en el puente de Rivadesella, y así lo proyectamos y se está ejecutando en esta importante obra.

En el viaducto de Pino, aún tiene más importancia que en cualquier otra obra la reducción del peso muerto de los tramos, pues que así se disminuye la carga que ha de soportar el arco; ofrece también en este caso el entarugado la ventaja muy apreciable en una obra de tan gran longitud y sujeta á oscilaciones sensibles de que se suprimen los choques y vibraciones que en ella hubiera producido un pavimento de piedra.

Por estas razones no hemos vacilado en adoptar el entarugado con la disposición que se representa en las láminas 4 y 5, que es análoga á la empleada en las calles de Madrid y á la del puente de Rivadesella.

Se compone de tarugos de 15 $\frac{c}{m}$ de altura con sus fibras ver-



tales, colocados sobre una capa de un centímetro de espesor de arena gruesa (1).

Esta capa de arena se extiende sobre una contrarosca de hormigón hidráulico, á la que se da previamente el necesario bombeo y que forman con las placas bombeadas de acero del tablero un piso muy resistente, duradero y rígido.

Como el hormigón tiene por principal objeto el repartir uniformemente sobre el entramado las sobrecargas que pasen en la calzada, pudiérase en rigor reducir aún más su espesor, pero no podría asegurarse entonces una buena ejecución de esta argamasa.

Para evitar que se agriete el hormigón y formar con él una verdadera bóveda en rincón de claustro, que por sí sola sea capaz de resistir el tránsito de los vehículos, se precisa darle un espesor mínimo en la clave de estas bóvedas de 8 c/m, que es el que hemos adoptado.

Quizá hubiérase podido suprimir en absoluto las placas bombeadas de acero aumentando el espesor de las bovedillas de hormigón que forman la contrarosca, pero no se obtendría un piso de hormigón seguro, sin aumento sensible de espesor y de peso muerto del tablero.

Este se reduce añadiendo á la contrarosca proyectada las placas bombeadas de acero de 6 m/m, que no solo bastan por sí solas para resistir todas las sobrecargas, *sino que son el mayor y más rígido arriostramiento que puede adoptarse para el tablero* (2), que queda así completamente indeformable.

(1) En el puente de Rivadesella proyectamos esta capa de arena con 3 c/m de espesor, pero creemos que puede reducirse á 1 c/m sin inconveniente alguno.

(2) Sería muy conveniente hacer un estudio comparativo de pesos y resistencias de todos los sistemas de pisos que pueden adoptarse para los tableros de puentes, para carreteras, combinando los pavimentos de afirmado y entarugado, con bovedillas de hormigón y ladrillos huecos sin placas bombeadas ó combinadas con ellas.

En la imposibilidad de retrasar más mi trabajo con este estudio, que merece detenidos cálcu-



A doptamos el espesor de 6 m/m para estas placas, no porque sea necesario, pues ya hemos visto que las bovedillas de hormigón contribuirán en gran parte á repartir las cargas sobre el entramado, sino porque lo consideramos como el límite práctico de espesor para piezas sujetas á la oxidación y difíciles de pintar ó sustituir.

Para obtener con el afirmado un piso tan resistente como el proyectado, sería necesario emplear chapas de 8 m/m , en cuyo caso el peso por metro cuadrado podría calcularse:

Firme ($0,23$ de espesor medio á 2.300^k por m^3).....	460 ^k
Placas bombeadas de 8 m/m	76 ^k
Peso por m^2 del piso con afirmado.....	535 ^k

En cambio, con el entarugado que se proyecta el peso se reduce:

Entarugado $0\text{m},14$ de espesor por 900^k el m^3	135 ^k
Arena $0\text{m},01$ ídem á 1.800^k	18 ^k
Contrarosca de hormigón, espesor medio $0\text{m},12$ á 2.000^k	240 ^k
Placas bombeadas de 6m/m	48 ^k
Peso por m^2 del piso con entarugado.....	441 ^k

es decir, que se obtiene una reducción en el peso de cerca de 100 k. por metro cuadrado, con un piso mucho más resistente, y con las ventajas propias del entarugado que antes enumeramos.

En cuanto á los andenes, no me parece dudosa la elección de chapas estriadas, de 7m/m de espesor, que es la solución más lige-

los y experiencias, que á mi juicio debieran hacerse en la Escuela, bajo la inteligente dirección de mi compañero el profesor de puentes Sr. Gaztelu, me limito á proponer la solución proyectada, que sólo la experiencia me aconseja, obteniendo ya con ella ventajas y economías apreciables, que quizá puedan afinarse más.

ra y económica, que cada día se generaliza más en los puentes metálicos.

13. Condiciones de trabajo y de fabricación del acero.—Antes de comenzar los cálculos de mi puente, propuse á la superioridad el empleo del *acero* con coeficientes de trabajo de 9 y 10 kilogramos por m/m^2 , así como algunas otras modificaciones del modelo oficial del pliego de condiciones, de que luego nos ocuparemos.

La Junta consultiva encontró justificada mi propuesta, pero no existiendo en España reglas precisas para las condiciones de trabajo y de fabricación de este metal, aún no empleado en obras del Estado, hube de estudiar esta cuestión, para lo que consideré conveniente formular un cuestionario sobre el que me informaron todas las fábricas españolas.

Uniendo á esto el estudio de los Reglamentos de Francia, Austria, Rusia, Alemania, Inglaterra y Bélgica, y el examen de las condiciones con que se han calculado y ejecutado los puentes de acero recientemente construídos en el extranjero, pude formar un juicio completo, que he expuesto en mi *Estudio sobre el empleo del acero en los puentes*, publicado en los números 7, 9 y 10 del *Boletín de la Revista de Obras públicas* del año 1896.

No considero, pues, necesario, repetir lo que en dichos artículos expuse, y me limitaré á resumir aquí las conclusiones de aquel trabajo, que aplicaré al proyecto actual.

Límites del trabajo.—Los elementos del puente deberán calcularse de tal manera, que teniendo en cuenta las condiciones más desfavorables, en ningún caso supere el trabajo del metal, en las diferentes partes de la obra, á los siguientes coeficientes:

10 kgrs. por m/m^2 en las vigas principales y cabezas de arcos.

8 kgrs. por m/m^2 en viguetas, celosías, arriostramientos y palizadas.

5 kgrs. por m/m^2 en los roblones.

Los dos primeros coeficientes se entienden por milímetro cua-



drado de *sección neta*, es decir, descontándose los agujeros de roblones y pernos.

Condiciones del metal.—El metal que ha de emplearse en la obra, será *acero muy dulce*, fabricado por el procedimiento Martín-Siemens, y ofrecerá las siguientes condiciones de resistencia, probadas en barretas de 200 m/m.

Carga mínima de rotura.....	40 ^k por m/m ² .
Alargamiento mínimo.....	24 por 100
Límite elástico.....	Entre 20 y 26 ^k por m/m ² .

Roblones.—Serán de acero extra-dulce, que reunirá las siguientes condiciones de prueba:

Carga mínima de rotura.....	38 ^k por m/m ² .
Alargamiento mínimo.....	28 por 100

Aun en el montaje, deberá ejecutarse el roblonado á máquina, exceptuándose solamente aquellas uniones secundarias, como, por ejemplo, las de las placas bombeadas del piso, en que sería imposible efectuar el cosido á máquina.

Únicamente para estos casos se empleará roblón de hierro extrafino con las siguientes condiciones de resistencia:

Carga mínima de rotura.....	36 ^k por m/m ² .
Alargamiento.....	16 por 100

Por último, los agujeros de los roblones deberán *alisarse* á máquina en un espesor mínimo de 3 m/m, para asegurar la perfecta superposición de todos los agujeros que deban coserse.

14. Sobrecarga estática.— En los antiguos formularios para puentes de hierro de carreteras (de 16 de Julio de 1878), se prescribe una sobrecarga de prueba de 300^k por metro cuadrado de puente, y esta misma cifra es la que admitimos para el caso presente.



Bien es verdad, que el Reglamento suizo de 1892, señala 450^k por m^2 para la sobrecarga estática en los puentes de carreteras de primer orden de mucho tráfico, pero reduce esta carga á 350^k por m^2 para las carreteras auxiliares de mucho tráfico y á 250^k por m^2 para todas las demás carreteras.

Asimismo en Austria (1), se reduce la sobrecarga estática de 400^k ó 340^k por m^2 , para las carreteras de 3.^a clase.

Por último, en el art. 17 del Reglamento é Instrucción, aprobado en Francia el 29 de Agosto del 91, se autoriza á los Ingenieros para reducir la carga estática de 400 á 300^k por m^2 como mínimo, en carreteras de fuertes pendientes ó de escaso tráfico.

Una y otra de estas últimas circunstancias reúne nuestro puente, que no sólo se encuentra en un emplazamiento completamente despoblado y á más de un kilómetro de los insignificantes pueblos de Pino y Villa de Pera, sino que tiene su acceso y salida por medio de tramos de carretera con pendientes de 6 por 100 en longitudes de 2 y 3 kilómetros por una y otra margen.

No puede, pues, suponerse que el puente sea nunca invadido por una masa tan compacta de muchedumbre, que produzca una sobrecarga de 400 ó 450^k por m^2 , lo que representa de 7 á 8 personas por metro cuadrado, y creemos ser suficientemente previsores admitiendo como máximo el paso de cinco personas por metro cuadrado, que á razón de 60^k por persona, dan la sobrecarga de 300^k por m^2 .

Y en último caso, si por una circunstancia completamente imprevista, llegara la sobrecarga á exceder de esta cifra, alcanzando 400 ó 500^k por m^2 en algunos puntos, no por eso creemos que había de ocasionar ninguna catástrofe, pues aun con sobrecargas dobles no alcanzaría el trabajo de ninguna pieza el límite elástico del acero, que como hemos visto, es más del doble del coeficiente máximo de trabajo del metal.

(1) Orden del ministerio de Comercio de Austria, de 15 de Septiembre de 1887.



15. Sobrecargas dinámicas.—También prescribe el modelo oficial de pliego de condiciones del año 1878, que los carros de prueba han de pesar 9 ó 12 toneladas, según que sean de dos ó cuatro ruedas, pero en varias ocasiones la Junta consultiva ha consentido la reducción de estos pesos, que difícilmente pueden encontrarse en España.

Si tenemos, sobre todo, en cuenta la circunstancia antes indicada, de que nuestro viaducto se encuentra entre dos rampas de 6 por 100 de pendiente de 2 y 3 kilómetros de longitud, sería absurdo dar al puente una resistencia muy superior á la necesaria para los carros que puedan circular en una vía tan accidentada.

No creemos que el peso de los carros que sobre el puente circulen, exceda nunca de 4000 kilogramos; pero para mayor seguridad, propusimos á la Junta que nos permitiera calcularlo para carros de 5 y 8 toneladas de dos y cuatro ruedas respectivamente.

La superioridad estimó que debían elevarse estos pesos á 6 y 9 toneladas, y á estas cifras nos hemos atendido (1), pudiendo observarse que dichos pesos superan á los de los trenes de sitio de más peso que circulen en España, y que según los datos que me han sido facilitados por el Ingeniero militar afecto á la comisión de este estudio son:

Peso del obus más pesado (de 21 de bronce).....	3.020
Peso de su cureña.....	2.500
TOTAL.....	5.520

Aunque este peso no se reparta por igual entre las cuatro rue-

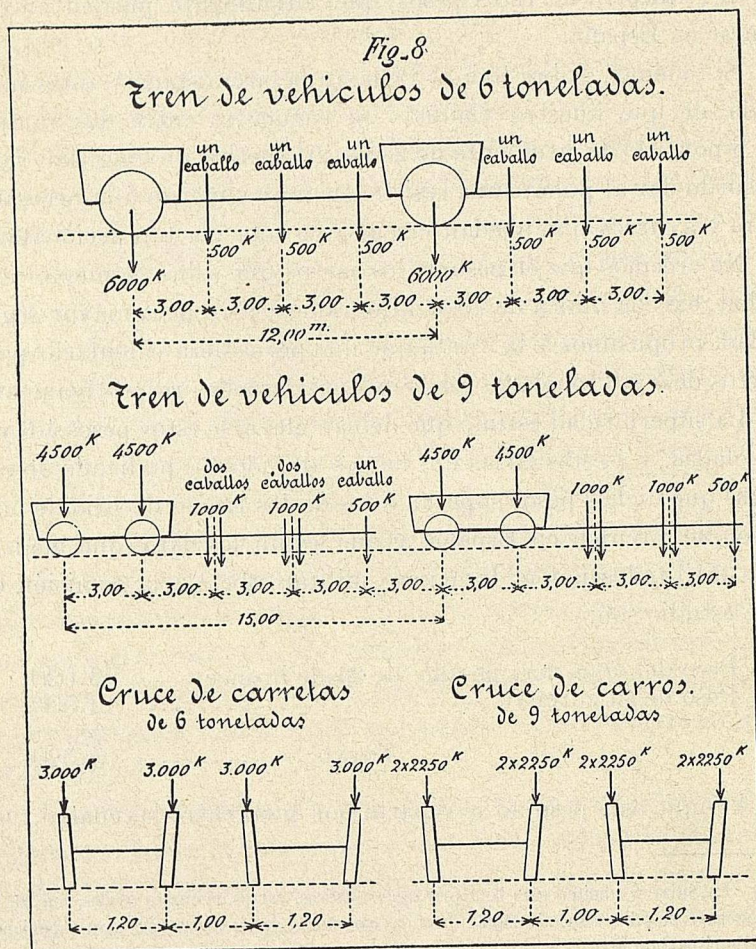
(1) En Suiza se admiten para las sobrecargas estáticas, carros de cuatro ruedas, con 20, 12 y 6 toneladas de peso respectivamente, para las carreteras de las tres clases, pero suponiendo que sólo circula un carro á la vez.

En Austria, los carros de prueba y cálculo, de cuatro ruedas, pesan 12, 6 y 3 toneladas respectivamente.

La instrucción francesa, ya citada, admite carros de 6 y 16 toneladas, según que sean de dos ó cuatro ruedas, pero autorizando la reducción de estas cargas en carreteras de fuertes pendientes (art. 17).

das de la cureña y avantren, se ve que nunca alcanzará las 6 toneladas sobre dos ruedas, que admitimos como carga móvil.

Ahora bien, como estos carros necesitan para moverse ser



arrastrados por un gran número de caballerías, es preciso fijar el peso de éstos y su distribución, para obtener así el diagrama móvil de pesos que han de circular sobre el puente, teniendo además

en cuenta que deberán ponerse dos filas de vehículos, cruzándose en el tablero.

La antigua instrucción francesa del año 1877, que prefijaba los diagramas de los diferentes trenes, asignaba á cada caballo un peso de 400^k. La instrucción del año 1891 eleva este peso á 700^k. En España no se encuentran caballerías que pesen más de 500^k y á esta cifra máxima nos atenemos.

Suponiendo que para arrastrar el carro de 6 toneladas, se precisen como mínimo 3 caballerías (reduciendo el número de caballerías resulta más desfavorable para el puente la sobrecarga móvil) y cinco caballerías para el carro de 9 toneladas, admitimos para el cálculo las distribuciones de la fig. 8, muy parecidas á las de la antigua instrucción francesa.

16. Variación de temperatura.—Sobre todo en los puentes en arco de grandes luces, es muy sensible el efecto de una variación de temperatura, teniendo los arcos que deformarse bajo el efecto de la dilatación ó contracción que produzcan, por la sujeción á que están sometidos sus arranques.

Así es que deben calcularse estas deformaciones para añadir su trabajo al producido por las cargas permanentes, á las sobrecargas y á las del viento.

Admitiremos una variación de $+ 30^{\circ}$ por debajo ó por encima de la temperatura de montaje, que es la que ordinariamente se acepta en estos grandes viaductos.

17. Acción del viento.—Sabido es que la catástrofe ocurrida durante un violento huracán en el puente sobre el Tay (Escocia), se aribuye al esfuerzo lateral del viento, que no se había tenido en cuenta.

Así es que en todos los puentes de alguna importancia construídos posteriormente, se han calculado sus elementos de modo á poder resistir el empuje del más desencadenado ciclón.



En el puente del Forth se ha admitido, por ejemplo, una presión lateral de 273^k por metro cuadrado de superficie.

Los viaductos suizos solo se han calculado para un esfuerzo de 150^k por m^2 , obrando con una inclinación de 15° .

En el viaducto de Paderno se supuso un viento de 250^k por m^2 con el puente descargado y de 150^k cuando la obra estuviese cargada.

El Reglamento francés de 1891, art. 5.º, supone para estos mismos casos y en puentes de ferrocarriles, presiones de 270 y 170^k respectivamente, admitiendo entonces un trabajo del metal superior en un kilogramo, á los límites de trabajo prescritos para las demás pruebas.

En el art. 18 del mismo *Reglamento*, se dice que «En puentes para carreteras no se tendrá en cuenta la presencia de vehículos encima del puente.»

Sin embargo, en nuestro viaducto, para mayor seguridad, calcularemos el esfuerzo del viento á razón de 150^k por m^2 , obrando simultáneamente con la variación de temperatura, y cualquiera de los casos antes indicados.

Solo en el caso de un viento huracanado de 270^k por m^2 , supondremos que se interrumpa el tránsito, pero añadiremos sus efectos á los de la variación de temperatura, con la que pudiera coincidir.

Vamos á proceder ahora á la exposición de los cálculos que nos han servido para determinar las dimensiones de todas las piezas del viaducto, en el orden siguiente:

- I. Tablero.
- II. Palizadas.
- III. Arco empotrado.



CAPITULO II

CÁLCULO DE LOS TRAMOS

17. Resumen de las cargas y esfuerzos de prueba y cálculo.—La obra tendrá que resistir á los esfuerzos siguientes:

1.º A su *peso propio*.

2.º A las *sobrecargas* siguientes:

(a) Sobrecarga uniforme estática de 300^k por m^2 sobre la calzada y sobre los andenes, extendida en toda la longitud del puente ó sobre una parte cualquiera de su longitud.

(b) Sobrecarga dinámica producida por dos filas de carretas de dos ruedas de 6000^k de peso, cuyos esfuerzos supondremos distribuidos en la disposición anteriormente deducida.

(c) Sobrecarga dinámica producida por el paso y cruce de dos filas de carros de cuatro ruedas de 9000^k de peso, distribuidos también según el diagrama antes deducido.

3.º A la variación de temperatura de 30 grados en más ó en menos con relación á la temperatura del montaje y acuíado de los arcos.

4.º Al esfuerzo producido por un viento horizontal normal al puente, ejerciéndose con las dos hipótesis siguientes:

(a) Viento de 270^k por m^2 de superficie chocada, obrando simultáneamente con la variación de temperatura de 30° , pero suponiendo el puente sin sobrecarga.

(b) Viento de 150^k por m^2 , pudiendo ejercerse simultánea-



mente con la variación de temperatura y con cualquiera de las sobrecargas antes enumeradas.

Por último, ya dijimos que el peso por metro cuadrado de pavimento con entarugado, puede calcularse como sigue:

Entarugado...	$0^m,15 \times 900^k$	por m^2	135^k
Arena.....	$0^m,1 \times 1800^k$	"	18
Hormigón.....	$0^m,12 \times 200^k$	"	240
			393 ^k

Supondremos en números redondos que sea de 400^k por m^2 y vamos á proceder ahora al cálculo sucesivo de los diferentes elementos que constituyen el tablero, es decir, largueros interiores y laterales, viguetas y vigas.

18. Largueros interiores.—Tienen $2^m,00$ de luz y están separados de $1^m,17$.

Puede admitirse que estos largueros sostienen los $\frac{2}{3}$ del peso de la calzada, suponiendo que la otra tercera parte queda directamente soportada por la vigueta.

Carga permanente.—La carga permanente por metro lineal de larguero, puede entonces calcularse como sigue:

Calzada $\frac{2}{3}$ $400 \times 1,17$	312^K
Placas bombeadas $\frac{2}{3}$ $48 \times 1,17$	37
Peso propio del larguero (según cubicación)	34
	$p = 383^k$ por m. l.

El momento flector máximo producido por esta sobrecarga, se determina por la conocida fórmula:

$$m' = \frac{1}{8} p l^2 = \frac{1}{8} 383 \times 2^2 = 192$$

Sobrecargas.—El caso de sobrecarga más desfavorable entre



todas las hipótesis que hemos admitido, es evidentemente el de una rueda de carro de 3.000^k.

No tendremos en cuenta el reparto de esta carga por medio de las bovedillas de hormigón y de acero y la supondremos directamente aplicada en el punto medio del larguero.

El momento producido será:

$$m'' = \frac{1}{4} Pl = \frac{1}{4} 3000 \times 2 = 1500$$

El momento total será, pues:

$$m = m' + m'' = 192 + 1500 = 1692$$

Algunas veces hemos visto emplear estos largueros y confesamos haberlos empleado también, hierros en T unidos á los bordes de las placas bombeadas.

Suponiendo que empleáramos la sección mayor que suele laminarse en las fábricas y que es de $\frac{120 \times 120}{13}$ y aun admitiendo que formen una viga continua de un número indefinido de tramos de 2 metros de luz, y suponiendo que la presión de la rueda de 3.000^k; antes considerada, se reparta uniformemente en una longitud de 1 metro, se obtiene fácilmente con las tablas de Bresse el momento total de 745.

Como para esta sección $\frac{I}{V} = 0,0000389$ el trabajo del metal será:

$$R = \frac{745}{38,9} = 19,^k 3 \text{ por m/m}^2$$

que como se ve es un coeficiente inadmisibile.

Debemos, pues, constituir los largueros con vigas de bastante altura para que puedan unirse sólidamente á las viguetas; fijamos ésta en 0^m,250.



Para asegurar también la unión con las placas bombeadas conviene que las cabezas de estas vigas tengan un saliente mínimo de $50^m/m$ y el alma de la viga no debe tener menos de $6^m/m$ de espesor, por ser este el límite práctico que se admite en puentes metálicos.

Adoptamos, pues, la sección del margen que nos da para $\frac{I}{V}$ un valor de 0,000265 (descontando los agujeros de los roblones de $15^m/m$.)

Por el momento máximo anteriormente calculado de 1.692 el trabajo del metal se deduce por medio de la conocida fórmula:

$$R = \frac{RI}{V} \times 10^6 \text{ de donde}$$

$$R = \frac{M}{\frac{I}{V} \times 10^6} = \frac{1692}{265} 6^k, 38 \text{ por } m/m^2$$

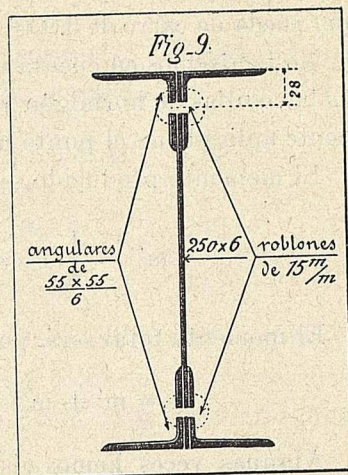
Claro es que hubiéramos podido reducir algo el peso de estos largueros para que alcanzaran un trabajo de 8^k por lo menos; pero la economía sería insignificante y redundaría en perjuicio de la duración de estas piezas, que por encontrarse debajo del tablero, son difíciles de visitar y reparar.

Esfuerzos cortantes y roblones.—El esfuerzo cortante máximo se produce cuando la rueda de 3.000^k se encuentra sobre la extremidad del larguero, y tenemos entonces:

$$\text{Carga permanente: } T' = \frac{1}{2} p l = \frac{1}{2} 383 \times 2 = \dots \quad 383^k$$

$$\text{Sobrecarga rodada } T'' = P = \dots \quad 3.000^k$$

$$T = T' + T'' = \dots \quad 3.383^k$$



La unión con la vigueta se efectúa por medio de seis roblones de 15^m/m, de donde se deduce que la sección del alma en el extremo del larguero es:

$$\Omega = (250 \times 6) - (3 \times 6 \times 15) = 1500 - 270 = 1230$$

El trabajo máximo al esfuerzo cortante será, pues:

$$R = \frac{3383}{1230} = 2^k,75.$$

La sección total de los roblones de unión es:

$$w = 6 \times \frac{3,14 \times 15^2}{4} = 6 \times 177 = 1062$$

El trabajo máximo de los roblones será:

$$R = \frac{3383}{1062} = 3^k,19$$

Coefficiente muy reducido, como se ve.

19. Largueros laterales.—Están unidos á los montantes de las vigas, y forman una viga continua de un número indefinido de tramos de 2^m de luz.

Carga permanente.—Tendremos:

$$\begin{array}{l} \text{Carga permanente} \left\{ \begin{array}{l} \text{calzada y placas bombeadas:} \\ \frac{2}{3} (400 + 48) \times \frac{1,18}{2} = \dots\dots\dots 176^k \\ \text{Peso propio (según cubicación).} \quad \frac{20}{p' = \dots 196^k \text{ por } m. l.} \end{array} \right. \end{array}$$

El momento en el medio del tramo, la viga siendo continua y todos los tramos igualmente cargados por la carga permanente, será:

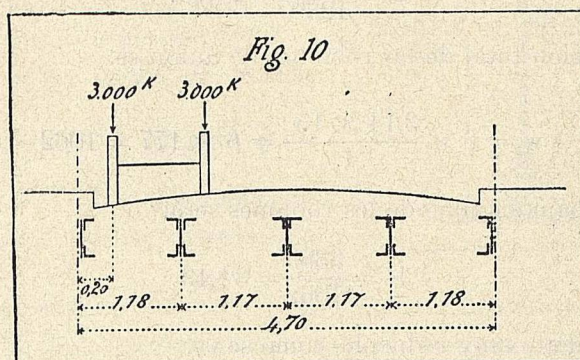
$$M = \frac{1}{24} p' l^2 = \frac{1}{24} 196 \times 2^2 = 33$$

Sobrecargas.—El caso más desfavorable es el de una rueda de

carro de 3.000^k próxima al borde del andén, en la disposición representada por el croquis.

La parte de la carga de 3.000^k que actúa sobre el larguero lateral es:

$$P'' = 3000 \times \frac{1,18 - 0,20}{1,18} = 2490 \text{ k}$$



El momento máximo producido en una viga continua de tramos iguales por una fuerza única P'' aplicada en el punto medio de un tramo precedido y seguido de un número indefinido de tramos es:

$$M'' = 0,17076 P'' l (*) = 0,17076 \times 2490 \times 2^m,00 = 850$$

$$M = M' + M'' = 850 + 33 = 883$$

La sección que hemos adoptado para estos largueros está representada por el croquis y da:

$$\frac{I}{V} = 0,000113$$

de donde se deduce:

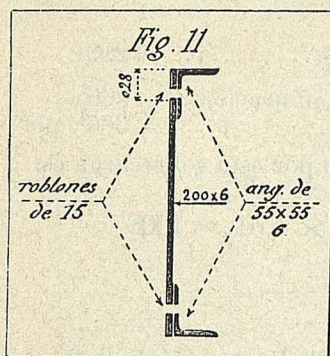
(*) Este coeficiente de 0,17076 se obtiene por medio de tablas de Bresse, calculadas para las vigas continuas simétricas. Para algunos de los tramos de 2^m,00 próximos a las extremidades de la viga el coeficiente no tiene el mismo valor de R. Pero hay que tener en cuenta que las cargas no actúan aisladamente, pues se reparten siempre sobre una cierta longitud; así que el trabajo efectivo es menos elevado que el deducido por el cálculo.

Por esta razón consideramos innecesario reforzar las secciones de los largueros extremos.

$$R = \frac{883}{113} = 7^k 81 \text{ por m/m}^2$$

20. Largueros de los andenes.—Los largueros que sostienen los

andenes solo tienen que resistir á su peso, al de una chapa estriada en 0^m,40 de ancho y á la sobrecarga de 300^k por m² que le corresponda, es decir, unos 150^k en totalidad por metro lineal.



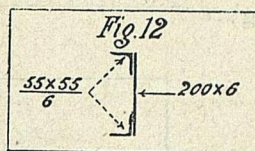
El trabajo á que están sometidos es, pues, insignificante, y las dimensiones que le hemos dado, aunque excesivas desde

el punto de vista de la resistencia, son los mínimos que prácticamente pueden adoptarse.

No conviene reducir la altura de 0^m,20 porque presentaría un aspecto demasiado raquítico. Añadimos dos angulares de $\frac{55 \times 55}{6}$ que facilitan el

empalme con la barandilla, dándole una sujeción más robusta que si empleáramos un hierro en U de una sola pieza.

No creemos deber comprobar la resistencia de estas piezas, á simple vista más que suficiente.



21. Viguetas.—Están separadas de 2 ,00; su luz de eje á eje es de 4^m,70; su cabeza superior está ligeramente encorvada con objeto de reducir el peso del hormigón, de manera que su altura varía entre 0,55 y 0,65.

Carga permanente.—Una parte de la carga permanente se apo-

ya sobre la vigueta, el resto actúa en los largueros. Hemos admitido que á la vigueta le corresponde además de su peso propio $\frac{1}{3}$ del peso de la calzada; los otros $\frac{2}{3}$ aplicándose en los puntos de empalme de los largueros.

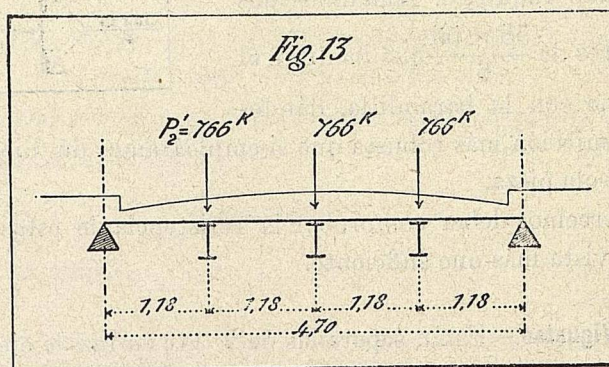
Carga uniforme re-
partida. $\left\{ \begin{array}{l} \text{calzada y placas:} \\ \frac{1}{3} 2^{\text{m}},00 (400 + 48) \dots\dots\dots = 299^{\text{k}} \\ \text{Peso propio (según cubicación).} \quad 66 \\ p' \dots = 365^{\text{k}} \text{ por m. l.} \end{array} \right.$

El momento máximo producido por esta sobrecarga es:

$$m' = \frac{1}{8} p' l^2 = \frac{1}{8} 365 \times 4,70^2 = 1008$$

Carga trans-
mitida
por ca-
da lar-
guero. $\left\{ \begin{array}{l} p'' = 2^{\text{m}},00 \times 383 = 776^{\text{k}} \text{ (Véase cálculo de largueros)} \end{array} \right.$

El momento en el medio producido por esta carga es (véase figura):

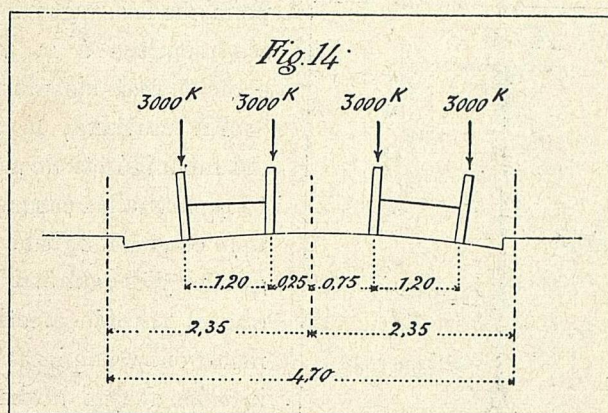


$$M'' = \frac{3}{2} 776 \times \frac{4,70}{2} - 776 \times 1,17 = 1804$$

El momento total producido por la carga permanente será, pues:

$$M_1 = m' + m'' = 1008 + 1804 = 2812$$

Sobrecargas.—El caso de sobrecarga más desfavorable es el del paso por encima de la vigueta de dos ejes de carros de 6000^k de



peso y la posición más desfavorable de estos ejes, sobre el de la vigueta, está representado por la figura adjunta.

El momento máximo se produce sobre la rueda más próxima del punto medio de la vigueta, y es:

$$M_2 = \frac{4 \times 3000 \left(\frac{4,70}{2} - 0,25 \right)^2}{4,70} - 3000 \times 1,20 = 7658$$

El momento total se obtiene sumando los dos momentos máximos que acabamos de calcular y resulta ser:

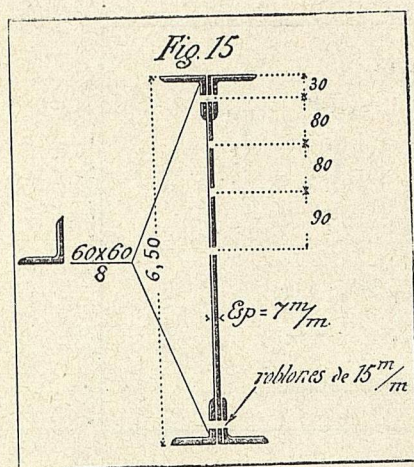
$$M = M_1 + M_2 = 2812 + 7658 = 10470$$

La sección que hemos adoptado, representada por el croquis,

en su punto de unión con los largueros y descontando los agujeros de los roblones, nos da:

$$\frac{I}{V} = 0,001306 \text{ de donde}$$

$$R = \frac{10470}{1306} = 8^k,01 \text{ por } m/m^2$$



El precedente cálculo supone que las cargas de 3000^k se transmiten á la vigueta como fuerzas aisladas.

En realidad, la rigidez del hormigón tiene por efecto repartir las cargas sobre una cierta longitud de vigueta, y de aquí se deduce que el trabajo efectivo del metal en estas piezas es algo inferior al que acabamos de calcular.

Esfuerzos cortantes y ro-

blones.—El esfuerzo cortante en la extremidad de la vigueta se determina como sigue:

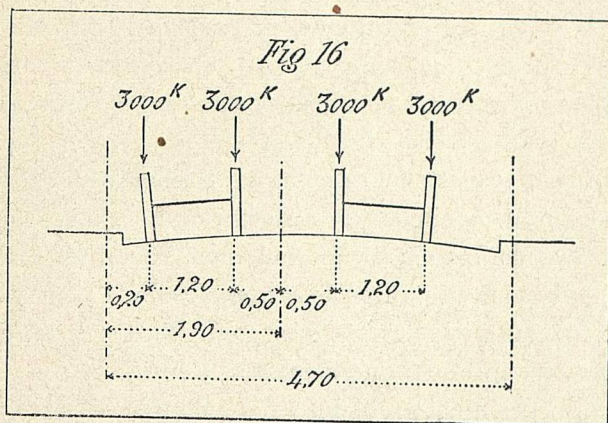
$$\begin{aligned} \text{Carga per-} & \left\{ \begin{array}{l} \text{Carga uniformemente repartida: } \frac{1}{2} 365 \times 4,70 = 858^k \\ \text{manente} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Carga transmitida por los largueros: } \frac{3}{2} 766 = 1.149^k \end{array} \right. \end{array} \right. \\ T' = 2.007^k \end{aligned}$$

Sobrecargas.—El esfuerzo cortante máximo se produce cuando los carros se acercan del borde del andén, conforme á la situación representada por el croquis; tenemos entonces:

$$T'' = 4 \times 300 \times \frac{4,70 - 1,90}{4,70} = 4 \times 3000 \times 0,595 = 7140^k$$

El esfuerzo cortante total será

$$T = T' + T'' = 2007 + 7140 = 9147^k$$



La sección del alma de la vigueta que es de 550×7 , deduciendo 6 agujeros de roblones de 17 m/m es $\Omega = (550 - 6 \times 17) \times 7 = 3136 \text{ m/m}^2$

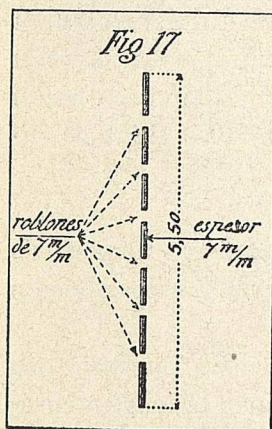
de donde $R = \frac{9147}{3136} = 2^k,91 \text{ por m/m}^2$

La sección total de los roblones de unión es

$$\omega = 12 \times 227 \text{ m/m}^2 = 2724 \text{ m/m}^2;$$

el trabajo de rectos roblones será

$$R = \frac{9147}{2724} = 3^k,35 \text{ por m/m}^2.$$



22. Vigas principales.—Las vigas son

continuas y divididas por las palizadas en 26 tramos de $8^m,00$ — $10^m,00$ — $7^m,00$ y $6^m,00$.

Excepto el peso propio de la viga y de una chapa de palastro estriado que pueden considerarse como uniformemente reparti-

dos, todas las demás cargas se transmiten á las vigas por las viguetas, es decir, en puntos fijos situados á 2^m de distancia.

Como el peso propio de la viga es muy pequeño, con relación á las demás cargas, principalmente al peso de la calzada y al de los carros de prueba, podemos admitir que todas las cargas, sin excepción, se transmiten á las vigas, como cargas aisladas en los puntos de empalme de las viguetas.

El problema consiste en calcular los momentos flectores y esfuerzos cortantes máximos que se desarrollan en una viga continua de 26 tramos, bajo la acción de fuerzas cortantes (carga permanente) aplicadas en puntos determinados de la viga y bajo la acción de fuerzas variables (sobrecarga de 300^k por m² y sobrecargas móviles) aplicadas en los mismos puntos.

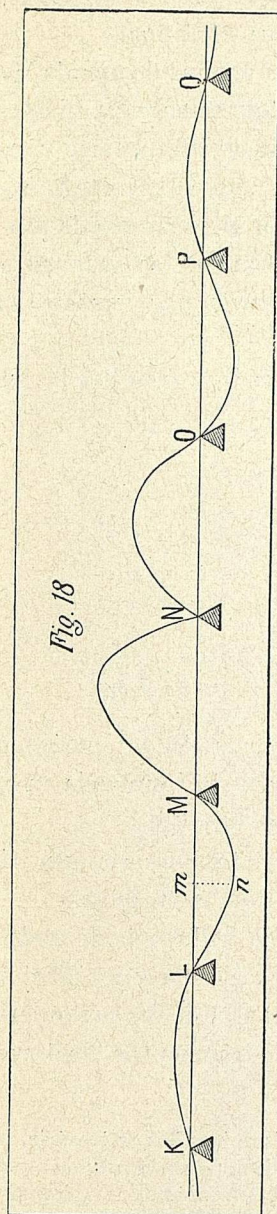
La complicación del problema producida por el gran número de tramos, no nos permite emplear el método generalmente seguido para el cálculo de las vigas continuas, que por lo demás, no ofrece soluciones fáciles, por lo que se refiere á las cargas móviles.

Por otra parte, la necesidad de conocer los ulteriores cálculos de las reacciones sobre los apoyos desarrollados por las diversas posiciones de las sobrecargas, nos ha llevado á adoptar el nuevo método de cálculo, fundado sobre el empleo de las *líneas de influencia*.

23. Líneas de influencia.—Consideramos un cierto número de tramos KL, LM, MN, etc., de una viga continua, y especialmente uno de los apoyos N.

Supongamos que un peso de 1 kg. circula sobre la viga y que en cada posición del móvil, se lleve en ordenada una longitud proporcional al momento flector que se produce en el punto N para esta posición de la carga, poniéndose los momentos positivos encima de la horizontal y por debajo de ella los momentos negativos; la curva que se obtiene uniendo los extremos de las ordenadas es la *línea de influencia* del momento sobre el apoyo N.





Una ordenada cualquiera mn de esta curva, representa, pues, en la escala adoptada, la magnitud y el signo del momento que el peso de 1 kg. actuando en el punto m , desarrolla sobre el apoyo N de la viga; un peso de P kg. producirá un momento P veces mayor.

La curva se extiende á derecha é izquierda N, hasta los extremos de la viga; pero se observa que sus ordenadas, alternativavente positivas y negativas, disminuyen muy rápidamente á medida que nos alejamos de N y se hacen muy pronto despreciables con relación á las ordenadas más próximas de N.

Si se suponen encima de los tramos considerados, un cierto número de cargas móviles ó fijas P_1, P_2, P_3 correspondientes á uno ó varios vehículos ó constituyendo la sobrecarga de 300^k ó la carga permanente, nos bastará sumar algebráicamente las ordenadas multiplicadas cada una de ellas por la carga correspondiente $P_1, P_2, P_3, \dots$ para obtener en la escala el momento flector producido en N por el ó por los vehículos en la posición que consideramos ó por la sobrecarga de 300^k ó por la carga permanente.

En el caso en que las cargas se transmitan á la viga por el intermedio de viguetas $a, b, c, \dots$, la línea de influencia, en lugar de ser una curva, como en el

caso en que las cargas se apoyan directamente sobre las vigas, será una línea poligonal inscrita en la curva continua.

En efecto, cuando la carga se encuentra encima de una de las viguetas b ó c , por ejemplo, se transmite íntegramente (1), ninguna parte de esta carga se transmite á las viguetas próximas y la ordenada es la misma, es decir, $b b' -$ ó $c c'$, que si la carga actuara directamente sobre la vigueta. Si, por el contrario, la carga ocupara una posición intermedia tal como m , se transmite por el larguero en parte á la vigueta b , en parte á la vigueta c , y por éstas á la viga.

Ahora bien, la viga ya no recibe la carga $P = 1^k$ aplicada en m , sino dos cargas:

$$1 \text{ kg} \times \frac{d}{l} \text{ aplicada en } b$$

$$1 \text{ kg} \times \frac{l-d}{e} \text{ aplicada en } c$$

y el momento producido en N es:

$$b b' \times \frac{d}{l} + c c' \frac{l-d}{l} = c c' + (b b' - c c') \frac{d}{l}$$

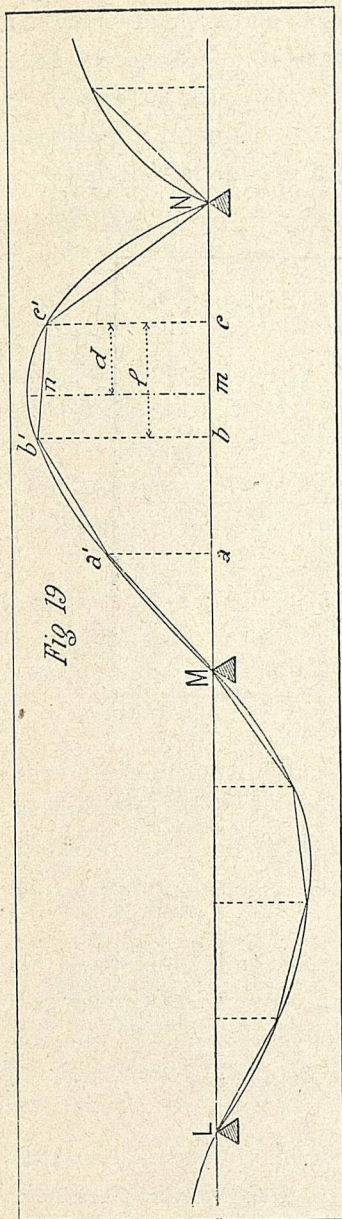
que es precisamente la longitud de la ordenada mn del polígono inscrito, el cual es, por consiguiente, la línea de influencia en el caso en que las cargas se transmitan por las viguetas.

Para construir esta línea de influencia, basta, pues, conocer las vértices, tales como $a' b' c'$, etc., y unirlos por líneas rectas.

Supongamos trazadas todas las líneas de influencia de todos los apoyos; será fácil determinar entonces el momento flector producido por un apoyo cualquiera para una posición cualquiera de las cargas; conocidos de esta manera los momentos flectores

(1) Despreciando por supuesto la rigidez de la unión y la de las bovedillas de hormigón. En realidad una parte de la carga se transmite á las viguetas próximas, pero es imposible de calcular y además probablemente pequeña. Esta circunstancia favorece la resistencia de la viga y podemos, por consiguiente, no tenerla en cuenta.





sobre dos apoyos cóniguos M y N, por ejemplo, producidos por las cargas P_1, P_2, P_3, P_4 , para obtener el momento en un punto cualquiera del tramo MN, nos bastará llevar aquellos momentos en la escala $M\alpha$ y $N\epsilon$ y trazar por debajo de la cuerda $\alpha\epsilon$ el polígono funicular $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$, diágrama representativo de los momentos que se producirían en el tramo MN por las fuerzas P_1, P_2 y P_3 si el tramo fuera discontinuo, es decir, si formara una viga aislada apoyándose por sus extremos en los apoyos simples M y N. El momento flector producido por las cargas consideradas en un punto cualquiera l del tramo está representado en magnitud y signo por la ordenada lk medida entre el contorno del diágrama y la horizontal de los apoyos (fig. 20).

Pero como todas las cargas se transmiten por los puntos a, b, c de empalme con las viguetas, debemos introducir en este diágrama la modificación de que antes hablamos. El contorno poligonal $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ está, pues, sustituido por el inscrito $\alpha a' b' c' \epsilon'$ y el momento en l está representado por lk' en lugar de lk .

denadas en los tramos más alejados son tan pequeñas que pueden despreciarse.

Para determinar las ordenadas de las líneas de influencia, es decir, los momentos sobre apoyos producidos por una fuerza única de 1^k actuando sucesivamente en los empalmes de las viguetas con las vigas, hemos seguido el método gráfico, cuyas teorías se desarrollan ampliamente en los tratados de estática gráfica (1).

Para evitar, sin embargo, al lector un estudio completo de aquellas teorías, expondremos ligeramente las diferentes operaciones seguidas para determinar las líneas de influencia.

1.º *Determinación de los focos.*—Línea roja en la parte superior del diagrama n.º 1 (Hoja 7.ª de

los Planos.) Los focos son los círculos azules.

Cada uno de los tramos AB—BC—CD— etc., se divide en tres

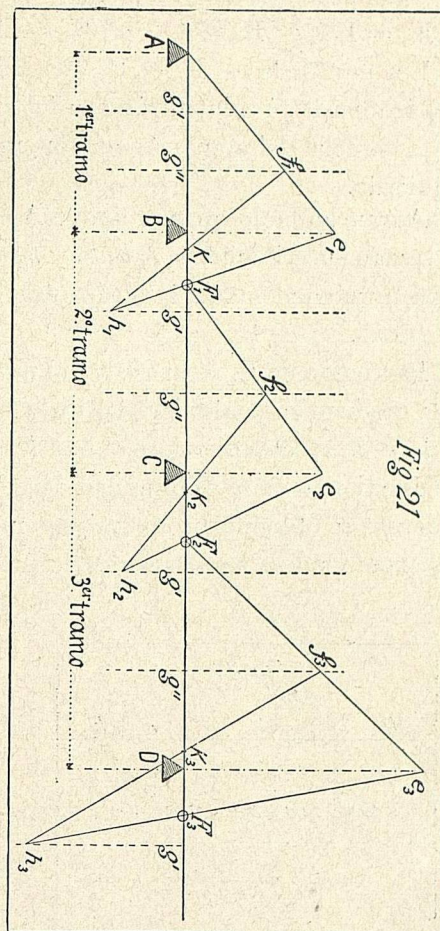


Fig. 21

(1) Hemos consultado principalmente para el cálculo de vigas continuas la segunda parte de la *Statique graphique* de Maurice Levy.

partes iguales por los puntos g' y g'' . A partir de g'' y hacia la derecha se llevan distancias iguales á la $\frac{1}{5}$ parte del tramo siguiente, obteniéndose así los puntos K_1, K_2, K_3 , etc., es decir, que $g'' K_1 = Bg'$; $g'' K_2 = Cg'$; $g'' K_3 = Dg'$

Los puntos $K_1 - K_2 - K_3$ etc., se encontrarán á la derecha ó á la izquierda, ó coincidirán con los apoyos, según que el tramo de la derecha del apoyo sea mayor, menor ó igual al tramo de la izquierda.

Arrancando del primer apoyo A con una línea cualquiera Ae_1 se trazan sucesivamente f_1, k_1, h_1 y $h_1 e_1$. El punto F, en que la última línea encuentra á la horizontal, es el *foco de la izquierda del 2.º tramo*.

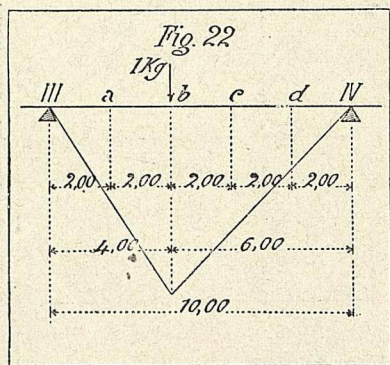
Partiendo de F, se procede del mismo modo, arrancando con una inclinación cualquiera la línea F, e_2 y trazando después $F_2, k_2, h_2 - h_2 e_2$, obteniéndose el *foco F_2* y así sucesivamente.

Partiendo de la extremidad derecha de la viga y hacia la izquierda, se obtendrían del mismo modo los *focos de la derecha*, superponiéndose las dos series de trazados. Debemos, sin embar-

go, advertir, que es inútil arrancar desde la extremidad de la derecha; basta hacerlo desde uno de los tramos de 6^m,00 hacia el medio de la viga, pues á causa del gran número de tramos iguales de esta luz, el foco de la derecha es simétrico del de la izquierda.

2.º *Diagrama de los momentos sobre los tramos considerados como aislados*, ó sea trazado de los polígonos funiculares de las cargas.

Se ha empleado la escala de 0^m,05 por kilogramo-metro y se



representan en la hoja 7.^a de los Planos con triángulos en línea gruesa negra.

Ejemplo: la carga de 1 kilogramo se encuentra sobre la vigueta *b* del cuarto tramo.

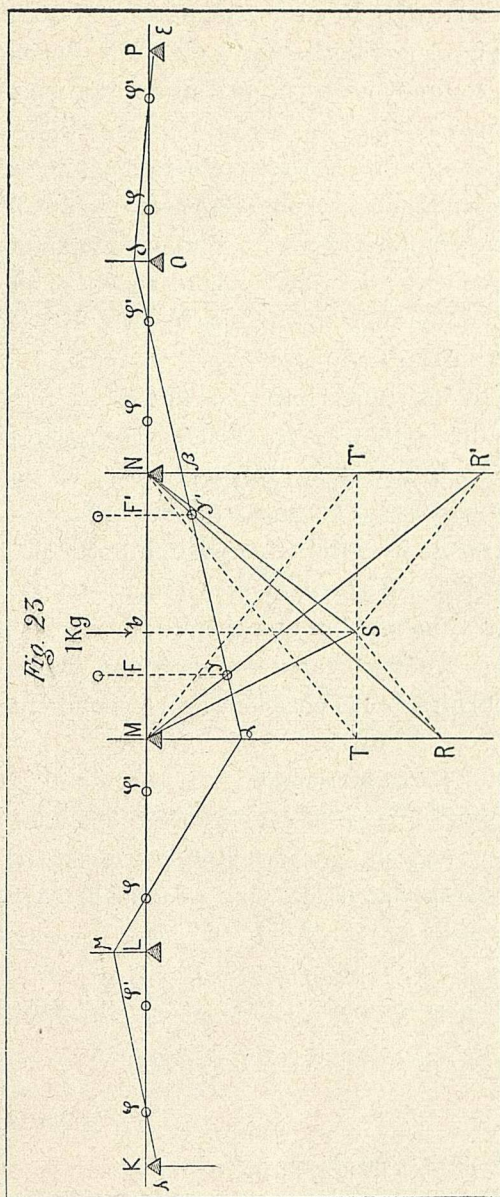
$$M_b = 1^k \times \frac{4 \times 6}{10} = 2^k, 4$$

ó sea en la escala $0,05 \times 2,4 = 0^m,120$

3.^o *Determinación de las líneas de cierre* (línea negra en el tramo cargado, línea azul en los tramos contiguos).

Supongamos un tramo cualquiera MN.

Se lleva por el vértice S anteriormente determinado la horizontal TT', se trazan las diagonales TN y T'M, las paralelas á éstas SR y SR' y se unen R á N y R' á M. Las rectas RN y R'M encuentran las verticales de



los focos F y F^1 en dos puntos γ y γ^1 que forman parte de la línea de cierre. Por lo tanto, αM y BN representan los momentos sobre los apoyos del tramo considerado, para una carga de 1 kg. actuando en b .

La línea de cierre se prolonga á derecha é izquierda en los tramos próximos, haciéndola pasar por los focos más alejados; así, por ejemplo, de β va á φ' obteniéndose en $O\delta$ el momento sobre el apoyo O ; y así sucesivamente se obtienen en $P\varepsilon - L\rho - K\lambda$ los momentos sobre los apoyos $P-L$ y K producidos por la fuerza de 1 kg. aplicado en b .

En los tramos extremos uno de los focos coincide con los apoyos de estribos; las líneas de cierre pasan por estos puntos.

4.º *Medida de los momentos sobre los apoyos correspondientes á cada posición de la carga y trazado de las líneas de influencia* (líneas negras de la figura en la parte inferior de la lámina VII y lámina VIII).—Basta para esto tomar con el compás los segmentos determinado sobre una vertical de apoyo por todas las líneas de cierre que la cortan ó que terminan en ella y llevarlas sobre las verticales de las posiciones correspondientes de la carga.

25. Carga permanente.—La carga permanente aplicada en los puntos de unión de las viguetas separados de 2^m,00 y resultando del peso de la calzada (400^k por m.²) y del peso del metal (500^k por metro lineal de viga), deducido de la cubicación, es la siguiente:

Calzada	$2,00 \times \frac{4,70}{2} \times 400 = \dots$	1880 ^k
Parte metálica	$2,00 \times 500 = \dots$	1000 ^k
TOTAL.....		2880 ^k

ó sea 2900^k en números redondos.

Para obtener el momento sobre un apoyo cualquiera producido por la carga permanente, nos bastará sumar algebráicamente



todas las ordenadas de la línea de influencia de este apoyo, calcular el momento total producido por 1 kg. en la escala y multiplicarlo por 2900^k.

Los momentos así obtenidos se han llevado al diagrama de la lám. IX, en la escala de 5 m/m por tonelada-metro (3.^a línea.)

Para mayor claridad, resolvamos, por ejemplo, el problema para el apoyo IV, para el cual deducimos el cuadro siguiente:

NUMEROS de los tramos.	SUMA DE ORDENADAS		
	Positivas.	Negativas.	
2.º	+ 7 m/m	— m/m	Ordenada total = 273,2 — 38,1 = 236 ^{m/m,1} en la escala de 0 ^{m,05} por kg. m. = 4 ^{kgm,702} y para fuer- zas de 2.900 ^k $M_{IV} = 4.702 \times 2.900 = 13636.$ Este momento, llevado al dia- grama (lám. IX) en escala de 5 ^{m/m} por tonelada métrica, está repre- sentado por una línea de 68 ^{m/m,2} .
3.º		— 23,1	
4.º	+ 124,2/m		
5.º	+ 133,0		
6.º		— 15,0	
7.º	+ 4,0		
	+ 273,2	— 38,1	

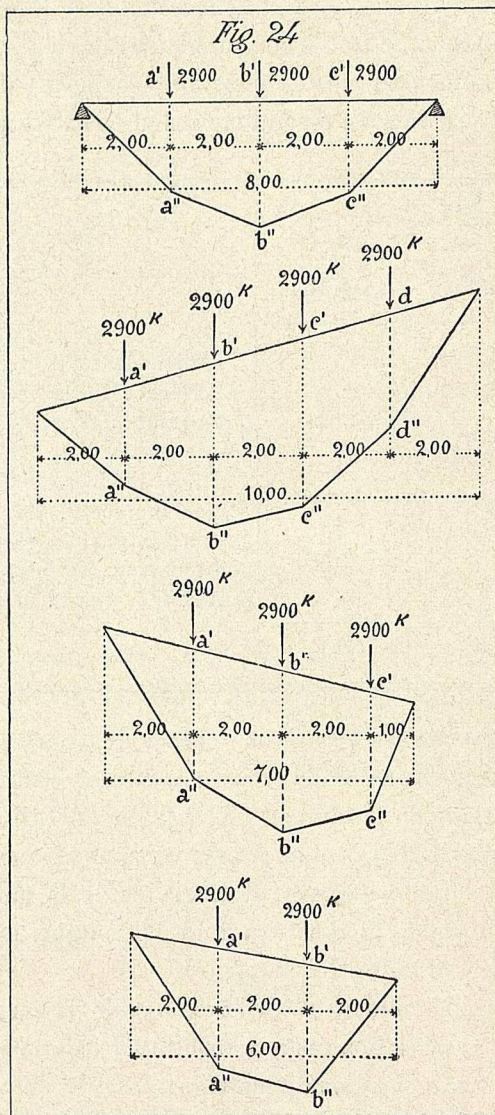
En vez de efectuar esta serie de operaciones para cada apoyo, será más fácil construir de una vez una escala graduada suelta, que hemos dibujado en la lámina IX, fig. A, de tal manera que 0^{m,05} corresponde á 2900 k. Las sumas y restas de ordenadas se hacen entonces con el compás en el diagrama de la lámina VIII, y basta llevar entonces la abertura final del compás sobre la escala y leer en ella el valor del momento.

Obtenidos así los momentos producidos por la carga permanente sobre los apoyos, nos resta determinar los que corresponden á los puntos intermedios de las vigas.

Para ello basta trazar los diagramas de los momentos en una

serie de vigas" simplemente apoyadas y cargadas con peso de 2.900 k. aplicados de dos metros.

Los ordenados de los diagramas son los siguientes:



Tramo de 8^m,00

$$a' a' = c' c' = \frac{3}{2} 2900 \times 2^m,00 = 8700, \text{ es decir, á la}$$

$$\text{escala de } 5^m/m \text{ por tonelada metro} \dots \dots \dots 43,5^m/m$$

$$b' b'' = \frac{3}{2} 2900 \times 4^m,00 - 2900 \times 2^m,00 = 11600 \text{ ó sea } 58 \text{ }^m/m$$

Tramo de 10^m,00

$$a' a'' = d' d'' = 2 \times 2900 \times 2,00 = 11600 \text{ ó sea} \dots \dots \dots 58 \text{ }^m/m$$

$$b' b'' = c' c'' = 2 \times 2907 \times 4,00 - 2900 \times 2,00 =$$

$$17400 \dots \dots \dots 87 \text{ }^m/m$$

Tramo de 7^m,00

$$a' a' = 3 \times 2900 \times \frac{3}{7} 2,00 = 7457 \text{ ó sea} \dots \dots \dots 37,3^m/m$$

$$b' b'' = 3 \times 2900 \times \frac{3}{7} \times 4,00 - 2900 \times 2^m,00 =$$

$$9114 \dots \dots \dots 45,6$$

$$c' c' = 3 \times 2900 \times \frac{4}{7} = 4971 \dots \dots \dots 24,9$$

Tramo de 6,00

$$a' a'' = b' b'' = 2900 \times 2,00 = 5800 \text{ ó sea} \dots \dots \dots 29 \text{ }^m/m$$

26. Sobrecarga de 300^k por m.²—La sobrecarga se extenderá sobre uno ó varios tramos, cargándose por tramos enteros; procede, pues, investigar las combinaciones de sobrecarga que produce momentos máximos, ya en los apoyos, ya en el medio de los tramos.

Bajo la acción de la sobrecarga, las viguetas transmitirán á cada viga una fuerza de

$$2^m,00 \times \frac{6,00}{2} \times 300 = 1800^k$$

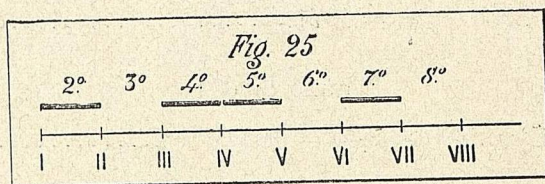
1.º *Máximo sobre apoyos.*—Las líneas de influencia de los mo-



mentos sobre apoyos evidencian inmediatamente cuál es la combinación más desfavorable de sobrecarga, es decir, cuáles son los tramos que se deben cargar para obtener el *máximo momento*: son aquellos cuyas ordenadas son positivas, debiendo quedar vacíos aquellos tramos de ordenadas negativas. Se sumarán, pues, las ordenadas positivas y se multiplicará por 1800. Los momentos máximos así calculados se han llevado á la escala de $5^m/m$ por tonelada-metro sobre el diágrama de la lám. IX (1.^a línea). Se encuentra fácilmente para el mismo caso de sobrecarga los momentos sobre apoyos próximos de derecha é izquierda, pudiéndose entonces trazar los diágramas de los momentos en los dos tramos de la derecha é izquierda del apoyo (líneas negras llenas de la 1.^a línea).

Ejemplo: Apoyo IV.—El momento será máximo cuando se carguen los tramos 2.^o, 4.^o, 5.^o y 7.^o, quedando vacíos los tramos 3.^o y 4.^o

La ordenada total es:



$$(7,0 + 124,2 + 138,0 + 4,0) = 273^m/m,2 \text{ ó sea á la escala de } 5^m/m \text{ por kgm. } 5,464 \text{ kgm. y para } P = 1800^k$$

$$\mu \text{ máx. en IV} = 5,464 \times 1800 = 9835$$

Este momento, llevado sobre el diágrama n.º 2 á la escala de $5^m/m$ por tonelada metro, da una longitud de $49^m/m,2$.

Idénticamente á lo que hemos hecho para la carga permanente, es preferible construir una escala graduada de tal manera que una longitud de $0^m,05$ represente 1800 kg. y llevar sobre esta escala las longitudes acumuladas de las ordenadas positivas, medi-



Tramo de 10^m,00

$$a a' = d d' = 11600 \times \frac{1800}{2900} = 7200 \quad \text{»} \quad \text{ó sea} \quad 36,0$$

$$b b' = c c' = 17400 \times \frac{1800}{2900} = 10800 \quad \text{»} \quad \text{ó sea} \quad 54,0$$

Tramo de 7^m,00

$$a a' = 7457 \times \frac{1800}{2900} = 4422 \quad \text{»} \quad \text{ó sea} \quad 22,1$$

$$b b' = 9114 \times \frac{1800}{2900} = 5656 \quad \text{»} \quad \text{ó sea} \quad 28,3$$

$$c c' = 4971 \times \frac{1800}{2900} = 3084 \quad \text{»} \quad \text{ó sea} \quad 15,4$$

Tramo de 6^m,00

$$a a' = b b' = 5800 \times \frac{1800}{2900} = 3600 \quad \text{»} \quad \text{ó sea} \quad 18,0^{\text{m/m}}$$

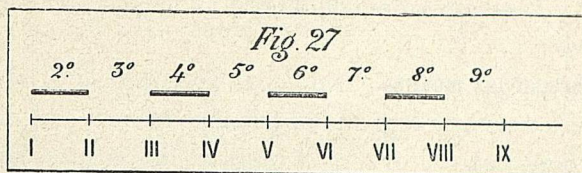
2.º *Máximo entre apoyos.*—Sabemos que para obtener el momento máximo hacia el medio de un tramo, hay que extender la sobrecarga sobre este tramo y sobre todos los demás de dos en dos.

Sumando algebráicamente ó por medio del compás las ordenadas de los tramos cargados, se obtienen los momentos en los apoyos de la derecha é izquierda del apoyo que se considera; se traza entonces el diagrama de los momentos, que nos da los momentos en todos los puntos del tramo, y entre ellos el momento máximo (trazos negros : — — — de la primera línea de la lám. IX).

Ejemplo: Momento máximo en el 4.º tramo.

La combinación de sobrecarga que la produce se representa en la fig. 27.



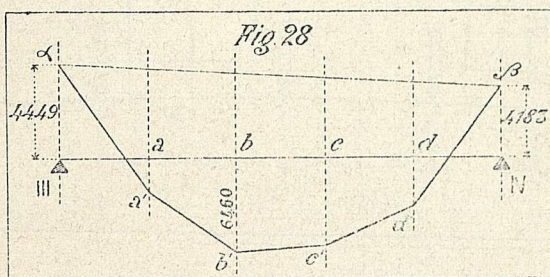


La línea de influencia del apoyo III nos da:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ordenadas del 2.º tramo} = - 24,1^{\text{m/m}} \\ \text{\" } \text{ \" } \text{ 4.º \" } = + 144,0 \\ \text{\" } \text{ \" } \text{ 6.º \" } = + 4,8 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Ordenada total} = 124,7, \\ \text{ó sea en la escala del} \\ \text{diagrama 1} = 2^{\text{k}},494 \\ \text{para fuerzas de } 1^{\text{k}}. \end{array}$$

Para fuerzas de 1800 kgrs $\mu_{\text{III}} = 2,494 \times 1800 = 4449$, que llevados sobre el diagrama núm. 2 dan una longitud de

$$\text{III } \alpha = 4,449 \times 5^{\text{m/m}} = 22,^{\text{m/m}}2$$



La línea de influencia del apoyo IV nos da igualmente:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ordenadas del 2.º tramo} = + 7,0 \\ \text{\" } \text{ \" } \text{ 4.º \" } = + 124,2 \\ \text{\" } \text{ \" } \text{ 6.º \" } = - 15,0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ordenada total } 116,2 \text{ ó sea} \\ 2,^{\text{k}}324 \text{ para } 1^{\text{k}} \end{array}$$

y para $P = 1800$; $\mu_{\text{IV}} = 2,324 \times 1800 = 4183$ que llevados sobre el diagrama 2 dan una longitud

$$\text{IV } \beta = 4183 \times 0,005 = 20,^{\text{m/m}}9$$

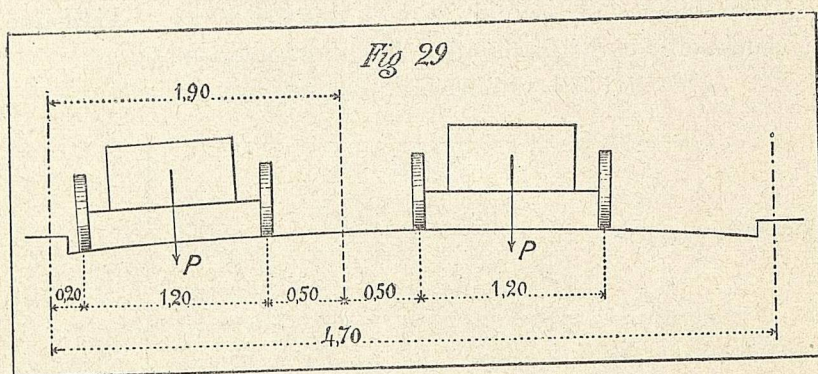
El diagrama $\alpha a' b' c' \beta$ trazado por debajo de $\alpha \beta$ da el momento máximo en el 4.º tramo

$$b b' = 32^{\text{m/m}}3 = 6460$$

Estas operaciones pueden efectuarse con mucha facilidad con el compás y la escala graduada de que ya hemos hecho mérito.

27. Sobrecargas móviles.—No puede precisarse *á priori* cuál de los dos casos de sobrecarga móvil produce los mayores momentos flectores, pues unas veces será el carro de dos ruedas, otras el de cuatro ruedas. Así que se precisa proceder á las dos pruebas.

Los mayores esfuerzos se producen cuando los vehículos de las dos filas circulan en el mismo sentido y se aproximan lo más posible al borde de un andén. Supondremos que entonces el plano de la rueda se encuentra á 0^m,20 del eje de la viga.



En estas condiciones, el centro de gravedad de las cargas se encuentra á 1^m,90 de la viga más próxima, y dos pesos de ejes ó de caballos que designamos por P, actúan sobre la viga más cargada en una proporción:

$$\pi = 2 P \times \frac{4,70 - 1,90}{4,70} = 1,19 P$$

El conjunto de los dos carros de dos ó cuatro ruedas con sus tiros, deberá, pues, sustituirse por los vehículos ficticios de la figura 30.

Las líneas de influencia permiten determinar los momen-

tos sobre los apoyos, y enseguida los momentos entre apoyos correspondientes á una posición cualquiera de las sobrecargas.

Basta colocar el ó los vehículos previamente dibujados en una tira de papel (que hemos dibujado en la fig. H de la lám. IX) encima de la línea de influencia, y sumar las ordenadas, multiplicadas cada una de ellas por la fuerza correspondiente, ó mejor aún llevar estas ordenadas medidas con el compás en escalas graduadas (que dibujamos en las figs. C, D, E y F de la lámina IX), de tal manera que:

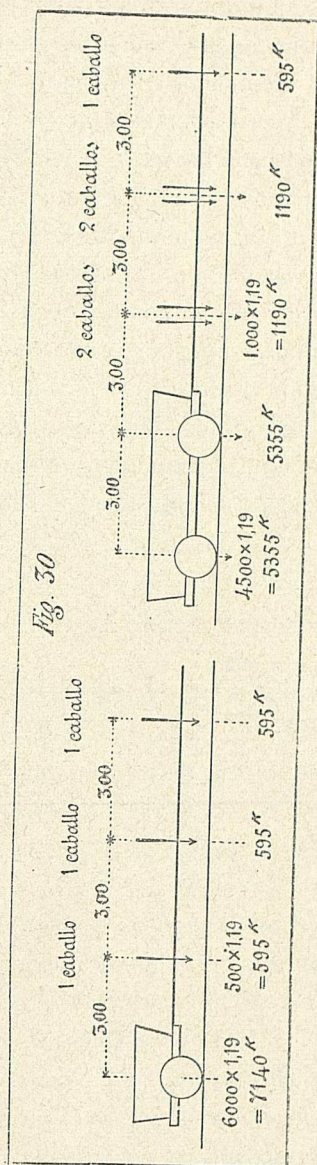
Fig. C. Para el
eje del carro
de dos ruedas
0, ^m05 repre-
senta..... 7140 kgr. metros.

Fig. D. Para el
eje del carro
de cuatro rue-
das..... 5355 " "

Fig. E. Para el
peso de dos ca-
ballos, 0,^m05
representa.... 5190 » »

Fig. F. Para el
peso de un ca-
ballo 595 » »

y de sumar los momentos parciales así medidos.



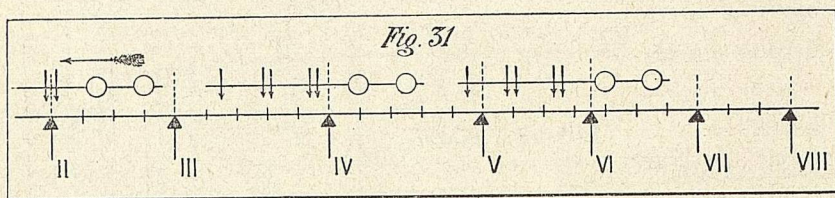
Conociendo para una posición determinada de los vehículos los momentos en los dos extremos de un tramo, el trazado del diagrama de los momentos para este tramo supuesto aislado nos dará los momentos en un punto cualquiera.

No conocemos *á priori* la posición más desfavorable de las sobrecargas móviles, pero el examen de las líneas de influencia nos permite reducir los tanteos y hasta evitarlos.

Para los momentos máximos sobre apoyos, hay que cargar lo más posible los tramos de ordenadas positivas colocando la sobrecarga más pesada (ejes) en la zona en que sean mayores las ordenadas, y ninguna carga ó las cargas más débiles (caballos) encima de los tramos de ordenadas negativas.

Ejemplo: Máximo sobre apoyo IV.

Es el producido por seis carros (sobre dos filas de frente), en la posición indicada por la ⁷fig. 31.

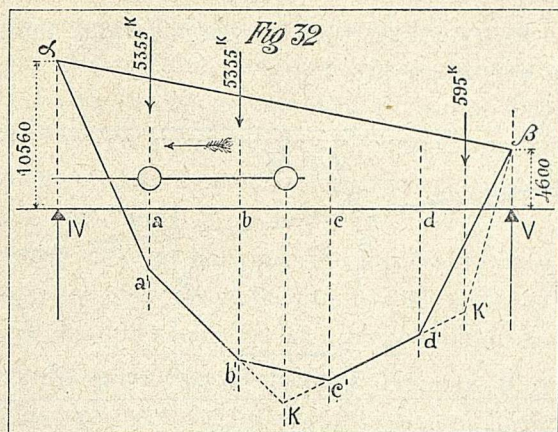


Los momentos deducidos, como hemos dicho anteriormente, por medio de las escalas graduadas, son:

$$\mu^{IV} = 10560 \text{ ó sea } 52^m/m, 8 \text{ á la escala del diagrama núm. 2.}$$

$$\mu^V = 4600 \text{ ó sea } 23^m/m, 0.$$

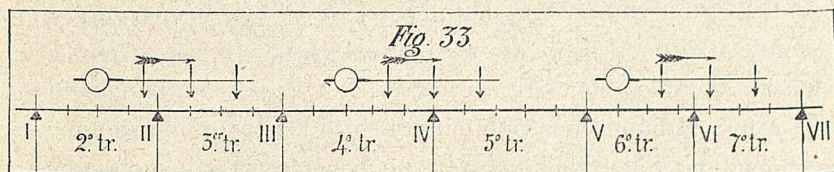
El diagrama de los momentos producidos en el tramo IV considerado aislado, es el polígono $\alpha a' k k' \beta$, que se reduce al polígono inscrito $\alpha a' b' c' d' \beta$, á causa de la influencia de las viguetas.



Para los momentos máximos entre apoyos, hay que cargar lo más posible el tramo que se considera. Para obtener este efecto de sobrecarga máxima, se supondrá un eje sobre una de las viguetas próximas al punto medio del tramo, y se cargarán los demás tramos de dos en dos, correspondiendo á los tramos intermedios las cargas más débiles (caballos).

Los vehículos circularán en un sentido ó en otro para obtener la hipótesis menos favorable. La distancia de eje á eje de los vehículos, no será en ningún caso inferior á 12^m,00 para los carros de dos ruedas, ni á 15^m,00 para los de cuatro ruedas.

Ejemplo. Máximo en el 4.º tramo.—Es el producido por la hipótesis de seis carros de dos ruedas circulando en dos filas de frente, en la posición indicada por la fig. 33.



tramos y sobre los apoyos son, como se ve, superiores en todas partes á los momentos producidos por la sobrecarga de 300^k.

Los momentos máximos sobre apoyos y entre apoyos producidos por las sobrecargas, se han añadido en el diagrama de la lám. IX (3.^a línea) á los momentos máximos producidos por la carga permanente (los momentos negativos se han levantado por encima de la horizontal).

El contorno exterior del conjunto representa de esta manera los valores de los mayores momentos de flexión que han de sufrir las vigas, bajo la acción de las hipótesis admitidas.

28. Resistencia de las vigas á la flexión.—Veamos ahora silascabezas de las vigas proyectadas, cuya sección hemos hecho constante en toda la longitud (porque sus escasas dimensiones no aconsejan una reducción de dimensiones) resisten á estos esfuerzos flectores.

El coeficiente de trabajo que admitimos para estos elementos es de 10 kilgr. por m² de sección neta.

La región que sufre mayores esfuerzos, según se aprecia en el diagrama de la lám. IX, línea 3.^a, es el 5.^o tramo.

Momento máximo en el punto <i>c</i> del 5. ^o tramo.....	{	Carga permanente.....	$\mu' c =$	7600	{	El momento máximo total es: $(\mu c)_5 = \mu' c + (\mu'' c)_2$ $= 7600 + 12900$ $= 20500$
		Sobrecarga de 300 ^k ...	$(\mu'' c)_1 =$	7000		
		Sobrecargas móviles (carros de dos ruedas).....	$(\mu'' c)_2 =$	12900		
Momento máximo en el apoyo IV.....	{	Carga permanente.....	$(\mu'_{IV}) =$	13640	{	Momento máximo total: $\mu_{IV} = \mu'_{IV} + (\mu''_{IV})_2$ $= 13640 + 10560$ $= 24200$
		Sobrecarga de 300 ^k ...	$(\mu''_{IV})_1 =$	9840		
		Sobrecargas móviles (carros de cuatro ruedas).....	$(\mu'')_2 =$	10560		

La sección adoptada para las cabezas de las vigas, que son los elementos que se supone siempre que han de resistir á los momentos flectores, es la presentada por el croquis adjunto, que como hemos dicho corre en toda la longitud del viaducto: descontando tres agujeros de roblones de $17\text{m}/\text{m}$ en cada cabeza, esta sección nos da para $\frac{I}{v}$ un valor de

$$\frac{I}{v} = 0,002461.$$

De donde se deduce que el trabajo máximo en el 5.º tramo es

$$R = \frac{20500}{2461} = 8^{\text{k}},33 \text{ por m/m}^2$$

y el trabajo máximo en el 4.º apoyo es

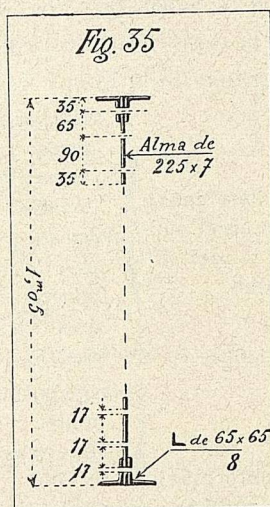
$$R = \frac{24200}{2461} = 9^{\text{k}},83 \text{ por m/m}^2$$

29. Esfuerzos cortantes de las vigas principales.—

El método de las líneas de influencia empleado para la investigación de los momentos flectores máximos, se aplica análogamente para determinar los esfuerzos cortantes máximos.

La línea de influencia del esfuerzo cortante á la derecha ó á la izquierda de un apoyo es una línea tal que su ordenada en un punto cualquiera m da el tamaño y el signo del esfuerzo producido á la derecha ó á la izquierda de un apoyo, por un peso único de 1 kgr. aplicado en el punto m .

La línea de influencia se extiende hasta los extremos de la viga, pero como sus ordenadas disminuyen muy rápidamente de un tramo al siguiente, es inútil trazarla en una gran longitud.



La figura 36 indica el aspecto general de la línea de influencia del esfuerzo cortante en los extremos O y P de un tramo cualquiera OP.

Los trozos MNO y PQR de la línea de influencia dan el esfuerzo cortante producido entre O y P por un peso de 1 kgr. situado fuera del tramo. El trozo Od'P representa el esfuerzo cortante producido á la izquierda de P por un peso de 1 kilogramo situado dentro del tramo OP y el trozo Oa''P el esfuerzo cortante á la derecha de O por la misma fuerza, de tal manera que

$$\begin{aligned} a a' + a S'' &= b b' + b b'' \\ &= c c' + c c'' = d S' + d d'' \\ &= 1^k (1). \end{aligned}$$

Si se trazan las líneas de influencia para todos los tramos, procediendo de análogo-

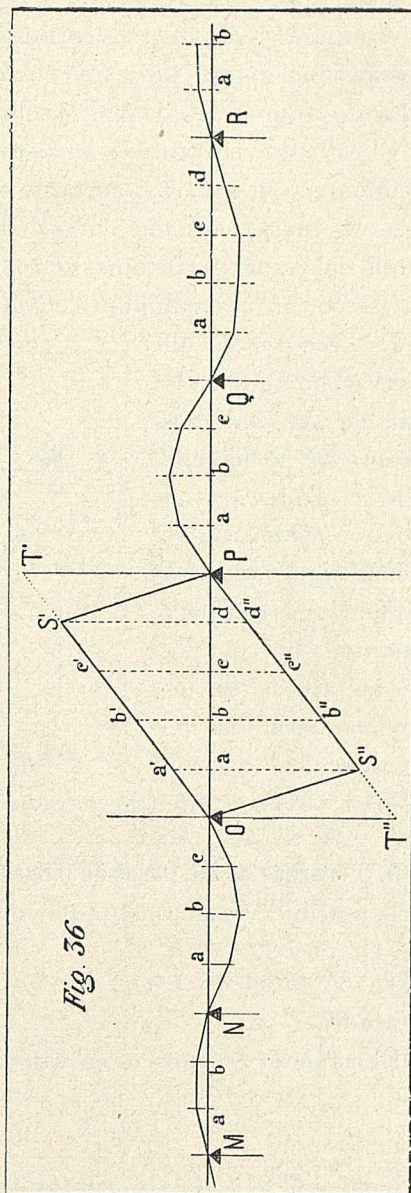


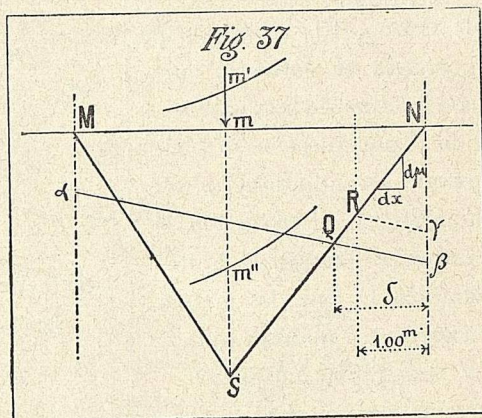
Fig. 36

(1) En el caso de cargas, actuando directamente sobre la viga, la línea de influencia estaría formada por las curvas MNOT' y T'PQR, que se transforman en las líneas poligonales inscritas MNOS'P y OS'PQR, en el caso en que se admita, como aquí, que las sobrecargas se transmiten por las viguetas.

ga manera á lo que hemos hecho para los momentos flectores, se determinarán los esfuerzos cortantes en los extremos de los tramos, producidos por un grupo cualquiera de fuerzas, carga permanente, sobrecarga de 300^k ó sobrecarga móvil.

El esfuerzo cortante en una sección cualquiera de un tramo siendo igual al esfuerzo cortante en el extremo disminuído de todas las fuerzas situadas entre dicho extremo y la sección, resulta que del esfuerzo cortante sobre los apoyos, se deducen los esfuerzos cortantes en un punto cualquiera situado entre los apoyos.

La reacción de un apoyo siendo igual á la suma de los esfuerzos cortantes á la derecha y á la izquierda del apoyo tomados con el mismo signo y de la carga directamente aguantada por el apoyo, las líneas de influencia permiten determinar las reacciones para todas las hipótesis de sobrecarga.



30. Trazado de las líneas de influencia.—Los esfuerzos cortantes pueden deducirse fácilmente por medio del diagrama de la figura VII, línea 2.^a

1.º La carga de 1 kgr. se sitúa en el tramo considerado MN (figura 37).

El esfuerzo cortante es en valor absoluto:

$$T = \frac{d \mu}{d x}$$

pero entre M y N $\frac{d \mu}{d x} = \text{constante}$.

Para obtener el esfuerzo constante á la izquierda de N, produ-

cido por la fuerza de 1 kilogramo aplicado en m , basta trazar una vertical á una distancia de 1^m á la izquierda de N y trazar por el punto de encuentro R , una paralela $R\gamma$ á la línea de cierre $\alpha\beta$.

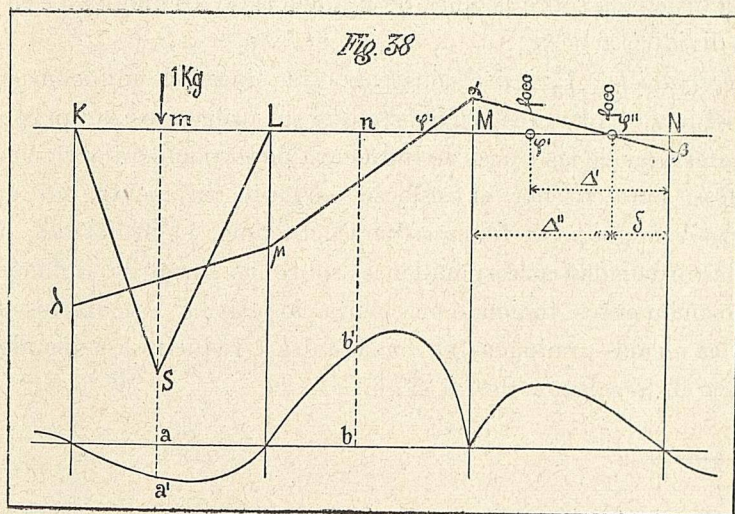
Tendremos:

$$\frac{N\gamma}{1,00} = \frac{N\beta}{\delta} = \frac{d\mu}{dx} = T_N^{\text{izquierda}}$$

Llevando esta longitud $N\gamma$ como ordenada en m , se obtiene en m' un punto de la línea de influencia. El punto correspondiente m'' de la línea de influencia relativa al extremo M del tramo, se obtiene llevando por debajo de m' una distancia $m'm'' = 1 \text{ kgr.}$

2.º La carga de 1 kilogramo se sitúa fuera del tramo considerando MN . (Fig. 38.)

Siendo $N\beta$ el momento en N producido por la carga de un kilogramo situada en m , pudiera emplearse la construcción anterior; pero á causa de la gran oblicuidad de $\alpha\beta$, es preferible proceder como sigue:



$$\text{Esfuerzo cortante á la izquierda de N} = \frac{N \beta}{\varphi'' N} = \frac{M \alpha}{\varphi'' M}$$

$M\alpha$ se obtiene en aa' en la línea de influencia de los momentos para el apoyo anterior M; $\varphi'' M$ es la Δ'' del foco de la derecha al apoyo M. Se obtiene, pues

$$T_N^{\text{izquierda}} = \frac{a a'}{\Delta''}$$

El cociente de esta división se llevará á escala, en la vertical de la posición m , obteniéndose así un punto de la línea de influencia del esfuerzo cortante.

Si la carga, en vez de estar en m , estuviera en n en el tramo LM, se obtendría:

$$T_n^{\text{izquierda}} = \frac{b b'}{\Delta''} \text{ y se llevaría el valor de este co-}$$

ciente en la vertical de N, etc., etc.

Si la carga estuviere en un tramo á la derecha de N, se mediría la ordenada sobre la línea de influencia de los momentos en N y se dividiría por Δ'

Observación. Es inútil construir estas líneas de influencia de los esfuerzos cortantes (1), puesto que sus ordenados son proporcionales á las de las líneas de influencia de los momentos ya construídos; para obtener el esfuerzo cortante producido por una fuerza ó un grupo de fuerzas fuera del tramo, es preferible medir las ordenadas correspondientes sobre las líneas de influencia de los momentos, teniendo en cuenta los signos, calcularlos sobre las escalas graduadas ya construídas y reducir su suma algebraica en la relación de 1 á Δ'' ó Δ' .

(1) No se han trazado en el diagrama núm. 4, más que en los tres primeros tramos y como ejemplo.

31. Carga permanente.—Los esfuerzos cortantes sobre los apoyos se obtienen añadiendo los esfuerzos cortantes producidos por las fuerzas de 2.900k aplicados en todos los puntos de unión de las viguetas.

El esfuerzo cortante en un punto intermedio es igual al esfuerzo cortante sobre el apoyo disminuído en 2.900k multiplicado por el número de viguetas que haya entre el apoyo y el punto examinado.

Los resultados se han llevado sobre el diagrama de la lám. X, en valor absoluto á la escala de 5^m/m por tonelada (trazo negro de la 3.^a línea).

Ejemplo: Esfuerzos cortantes en el 4.^o tramo, producidos por la carga permanente.



Cargas situadas en el 4.º tramo (ordenadas de la línea de influencia del esfuerzo cortante a la izquierda de IV).....

98m/m, 6 que llevados sobre la escala de la carta permanente, dan..... + 5720

A la izquierda del apoyo IV.....

Cargas situadas en los tramos de la izquierda, 1.º, 2.º y 3.º (ordenadas de la línea de influencia de los momentos sobre el apoyo III).....

$$\left. \begin{array}{l} 1.º: - 9m/m, 5 \\ 2.º: + 24,0 \\ 3.º: - 87,2 \end{array} \right\} = - 72m/m, 7, \text{ ó sea } - \frac{4216}{4216} = - 530k$$

Esfuerzo cortante = $-\frac{\Delta''}{\Delta''=7,90} = - 530k$

Cargas situadas en los tramos de la derecha, 5.º, 6.º y 7.º (ordenadas de la línea de influencia de los momentos sobre el apoyo IV).....

$$\left. \begin{array}{l} 5.º: + 137,5 \\ 6.º: - 115,0 \\ 7.º: + 4,00 \end{array} \right\} = + 126,5 \text{ ó sea } + \frac{7340}{7340} = + 980$$

Esfuerzo cortante = $+\frac{\Delta'}{\Delta'=7,75} = + 980$

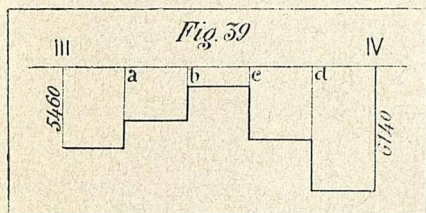
Esfuerzo cortante, total = + 6140k



Los esfuerzos cortantes en el 4.º tramo son, pues (fig. 39):

A la izquierda del apoyo IV : $+ 6140^k$, que llevados			
al diagrama núm. 2 por debajo de la horizontal á			
la escala de $5^m/m$ por tonelada, dan.			$30,7^m/m$
A la izquierda de la vigueta d : $6140 - 2900 = + 3240$			
que dan.			16,2
—	—	c : $6140 - (2 \times 2900) =$	
$+ 340$, que dan.			1,7
—	—	b : $6140 - (3 \times 2900) =$	
$- 2560$, que se llevan			
un valor absoluto por			
debajo de la horizontal			
y dan.			12,8
—	—	a : $6140 - (4 \times 2900) =$	
$- 5640$ ídem íd.			27,3

Sobrecarga de 300^k por m^2 .—Análogamente á lo que supusimos



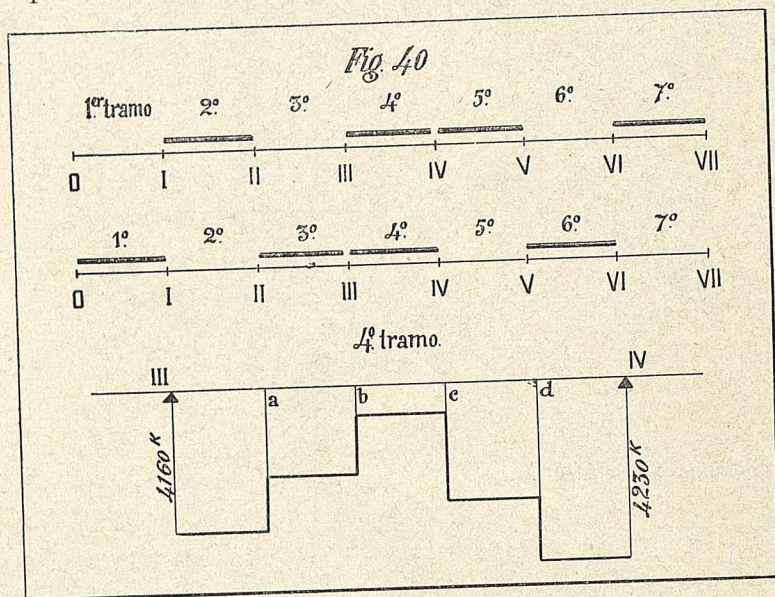
en el cálculo de los momentos máximos, la sobrecarga (1800^k por vigueta) se supone extendida por tramos enteros. Las combinaciones más desfavorables son las mismas

para los esfuerzos cortantes que para los momentos flectores.

Para obtener el esfuerzo cortante máximo sobre un apoyo, es menester cargar los dos tramos contiguos al apoyo y los demás de dos en dos. Las medidas de las ordenadas tomadas anteriormente para la carga permanente, pueden utilizarse para la investigación del esfuerzo cortante máximo producido por la sobrecarga, con tal de no tener en cuenta las ordenadas que dan un esfuerzo cortante negativo y de medir las ordenadas sobre la escala de la sobrecarga de 300^k .

Ejemplo.—Esfuerzos cortantes en el 4.º tramo producido por la sobrecarga de 300^k por m.².

Las combinaciones desfavorables se representan en el adjunto croquis:



Cargas situadas en el 4.º tramo:

$$+ 98,6^{\text{m}}/\text{m} \text{ ó sea á la escala de la sobrecarga de } 300^{\text{k}} \text{ por m.}^2 \dots\dots\dots + 3550^{\text{k}}$$

Cargas en los tramos de la izquierda:

$$2.^\circ \text{ tramo} + 24,0 \left\{ \begin{array}{l} \text{ó sea } \times 864^{\text{k}} \dots\dots\dots \\ \text{Esfuerzo cortante} = \frac{864}{\Delta'' = 7,90} = + 110 \end{array} \right.$$

Cargas en los tramos de la derecha:

$$\begin{array}{l} 5.^\circ \text{ tramo} + 137,5 \\ 7.^\circ \text{ tramo} + 4,0 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} = + 141,5 \text{ ó sea } 5100^{\text{k}} \\ \text{Esfuerzo cortante} = \frac{5100}{\Delta' = 7,75} = + 660 \end{array} \right.$$

$$\text{TOTAL} \dots\dots\dots + 4320^{\text{k}}$$

representados por 21,6^m/m en el diagrama

Análogamente encontraríamos para la segunda combinación:

Esfuerzos cortantes máximos á derecha de III = 4.160^k ó sea $20,8^m/m$ sobre el diagrama núm. 2.

Idem íd. íd. íd. de $a = 4.160 - 1.800 = 2.360^k$ ó sea $11,8^m/m$ sobre el diagrama núm. 2.

Idem íd. íd. á izquierda de $d = 4.320 - 1.800 = 2.520^k$ ó sea $12,6^m/m$ sobre el diagrama núm. 2.

Idem íd. íd. íd. $c = 4320 - (2 \times 1800) = 720^k$ ó sea $3,6^m/m$ sobre el diagrama número 2.

Conociendo los esfuerzos cortantes en los dos extremos de cada tramo, se obtendrán los esfuerzos cortantes en los puntos intermedios, restándoles 1800 k. multiplicado por el número de viguetas que haya entre el punto considerado y uno ú otro extremo. Los resultados así determinados se han llevado en valor absoluto sobre el diagrama de la lám. X, á la escala de $5^m/m$ por tonelada (primera línea — trazo negro.)

33. Sobrecargas móviles.—Habiéndose colocado las cargas móviles en las posiciones más desfavorables, se medirán las ordenadas, ya sea sobre la línea de influencia del esfuerzo cortante para las cargas situadas al interior del tramo considerado, ya sobre la línea de influencia de los momentos para las cargas situadas fuera del tramo; se evaluarán las ordenadas sobre las escalas correspondientes y se sumarán algebráicamente los esfuerzos obtenidos, después de dividir por Δ' ó Δ'' los esfuerzos que se refieran á las cargas situadas fuera del tramo.

Para obtener la hipótesis que determine el esfuerzo cortante máximo en un punto determinado m , es menester cargar lo más posible la parte mM del tramo, y para ello se supone un eje sobre la vigueta próxima b y ninguna carga de b á N; también se cargará lo más posible el tramo más contiguo NO y todos los demás de dos en dos, es decir, KL, PQ, etc.; los tramos intermedios llevarán solamente las caballerías (fig. 41).

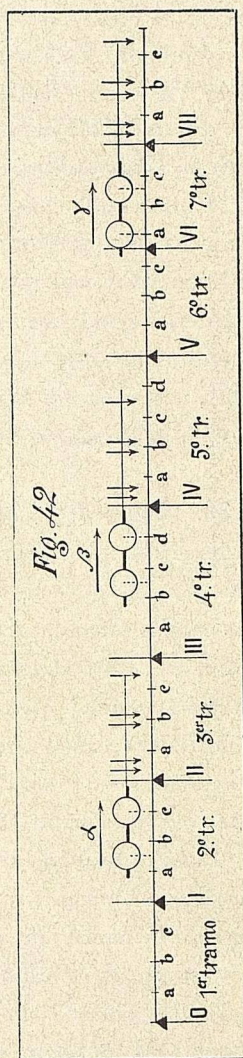
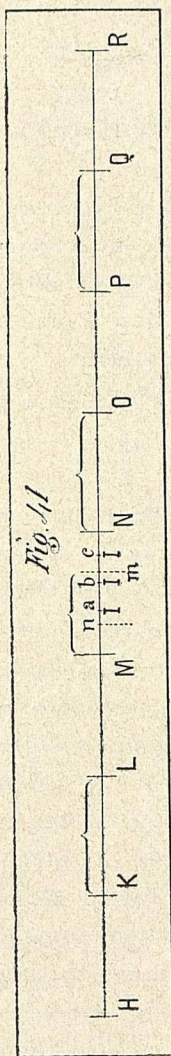


Para obtener el máximo en n , habría que cargar la parte nN , situando un eje en a , ninguna fuerza de a á M , cargar el tramo contiguo más próximo LM y todos los demás de dos en dos, es decir HK , OP , QR , etcétera.

Ejemplos: Esfuerzos cortantes máximos producidos en el cuarto tramo por las cargas móviles.

Para el esfuerzo cortante máximo á la izquierda de IV , la posición más desfavorable está representada en el croquis adjunto (figura 42).

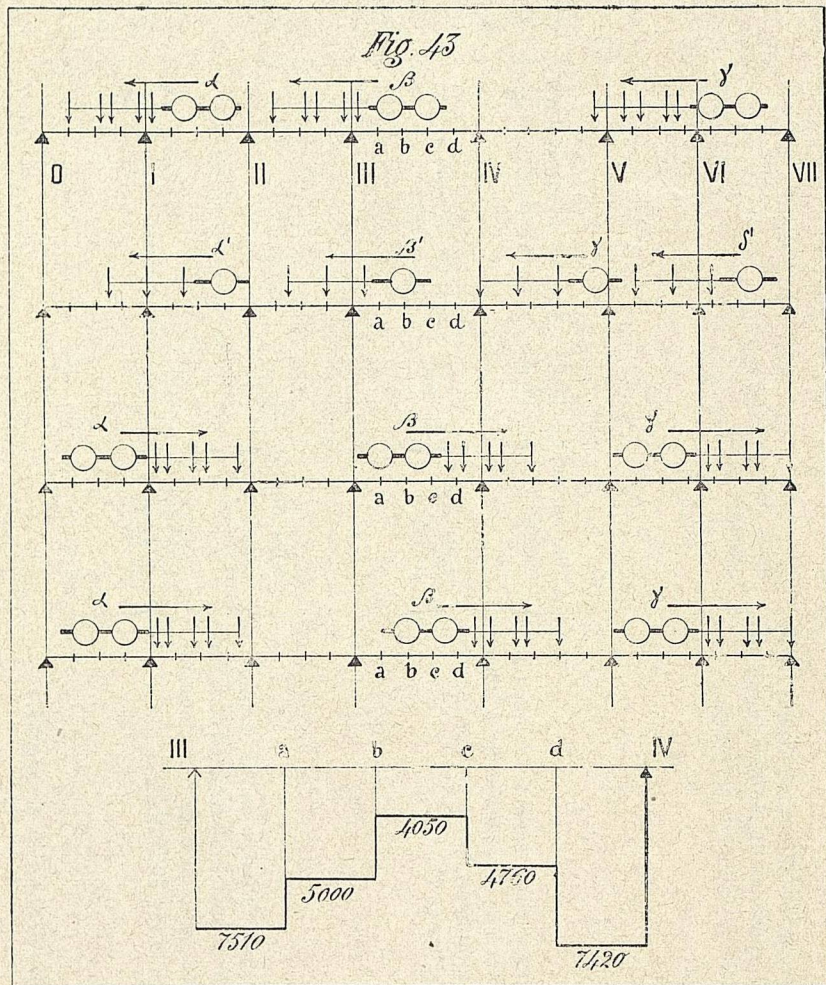
Se obtiene:



Cargas situadas en el tramo III-IV (ordenadas de la línea de influencia del esfuerzo cortante).....	Ejes del carro β	+ 66 m/m,0	ó sea en la escala de los carros.....	+ 7070k
Cargas situadas en los tramos de la derecha (ordenadas de la línea de influencia de los momentos sobre el apoyo IV).....	Caballos del carro β	+ 65,0 { + 26,2 }	ó sea en la escala de caballos	$\left\{ \begin{array}{l} \downarrow \downarrow + 1550 \\ \downarrow + 310 \end{array} \right\}$ $\frac{2160}{\Delta' = 7,75} = + 280k$
	Ejes del carro γ	+ 2,8 { + 2,8 }	ó sea en la escala de carros	$\left\{ \begin{array}{l} + 1860 \\ + 300 \\ + 2160 \end{array} \right\}$
Cargas situadas en los tramos de la izquierda (ordenadas de la línea de influencia de los momentos sobre el apoyo III).....	Ejes del carro α	+ 16,5 { + 16,5 }	»	+ 1770
	Caballos del carro α	- 44,0 { - 16,4 }	» caballos »	$\left\{ \begin{array}{l} \downarrow \downarrow - 1050 \\ \downarrow - 200 \\ + 520 \end{array} \right\}$ $\frac{520}{\Delta'' = 7,90} = + 70$
ó sea 37, m/ml en el diagrama.	TOTAL.....			= + 7420k



Se obtendría del mismo modo el esfuerzo cortante máximo en los diferentes puntos de la viga, para las hipótesis de sobrecargos representados por los siguientes croquis:



Esfuerzo cortante máximo á la iz- quierda de <i>d</i> (ca- rros de cuatro ruedas).....	} = 4760 ^k	representados en el diagrama núme- ro 2 por	23 ^m /m,8
Esfuerzo cortante máximo á la iz- quierda de <i>c</i> (ca- rros de dos ruc- das).....	} = 3050	,	15,3
Esfuerzo cortante máximo á la de- recha de <i>iii</i> (ca- rros de cuatro rue- das).....	} = 7510	,	37,6
Esfuerzo cortante máximo á la dere- cha de <i>a</i> (carros de cuatro rue- das).....	} = 5000	,	25,0

Los máximos así obtenidos se han llevado á la escala de 5^m/m por tonelada sobre el diagrama de la lám. X (2.^a línea trazo azul).

Los esfuerzos cortantes máximos producidos por las cargas móviles resultan, como se ve, superiores siempre á los correspondientes á la sobrecarga de 300 k. Son, pues, los que deben añadirse á los esfuerzos cortantes debidos á la carga permanente (3.^a línea.)

El contorno exterior obtenido da el esfuerzo cortante máximo que puede producirse en un punto cualquiera.

Las almas de las vigas son las que deben resistir á estos esfuerzos.

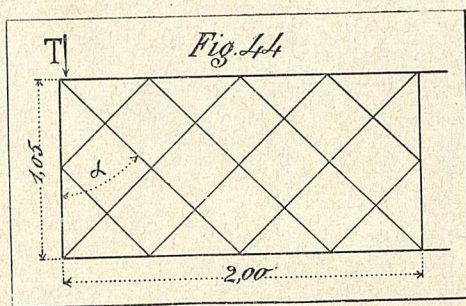


Estudiaremos las dos soluciones que preceden presentarse: las *celosías* ó el *alma llena*.

34. Celosías.—El coeficiente máximo de trabajo que se admite en las celosías es de 8 k. por m^2 .

Si llamamos T el esfuerzo cortante máximo en un cuadro de la viga, los esfuerzos en las barras de la celosía de este cuadro son:

$$F = \frac{T}{4 \cos \alpha}; \cos \alpha = 0,7242; \text{ de donde } F = 0,345 T$$



En el cuadro núm. 1 consignamos los esfuerzos cortantes máximos totales, los esfuerzos que corresponden á las barras de celosía, las secciones adoptadas para resistirlos y el trabajo R del metal que se produce, tanto en ellos como en sus roblones.

Excusado nos parece justificar la disposición adoptada para esta celosía: en nuestro librito de *Puentes de hierro económicos*, cap. XIII, hicimos un estudio comparativo de las disposiciones de tramos metálicos, y dedujimos en conclusión las proporciones y disposiciones que hemos adoptado en nuestro proyecto, constituyendo la celosía con angulares en la cara exterior y con llantas en la interior, y no poniendo montantes sino en el aplomo de las viguetas, colocadas de dos en dos metros.

En la lám. IV se presentan los detalles de estos tramos y se observa que hemos evitado en lo posible toda complicación de estructura, empleando exclusivamente chapas y angulares de dimensiones corrientes, con una estereotomía sencilla y cosido fácil para todos los elementos, que facilita la construcción, montaje, pintura y conservación.

Los perfiles de las barras inscritos en el cuadro núm. 1, son los de los extremos de cada tramo contiguos á los apoyos.

Las secciones de las barras de todos los demás cuadros centrales son:

Barras interiores: Llanta de 65×8 , con roblón

de $17^m/m$ $\omega = 384^m/m^2$

Barras exteriores: Angular de $\frac{55 \times 55}{6}$ con ro-

blón de $17^m/m$ $\omega = 522$

El esfuerzo cortante máximo en estos cuadros centrales, se produce en el segundo cuadro á la izquierda del tramo 5.º (véase el diagrama de la lám. X) y nos da:

$T = 8600$. Esfuerzo en las barras $F = 0,345 T = 2970$ k.

El trabajo del metal es, pues:

Barras interiores = $R = 7,^k 74$ por m/m^2

» exteriores $R = 5,^k 69$

3 roblones de $17^m/m$ $\omega = 681$; $R = 4,^k 36$

Aún hubieran podido reducirse teóricamente algunas secciones de angulares, pero para la duración del puente no conviene descender de la sección de $\frac{55 \times 55}{6}$ que admitimos como mínimo.

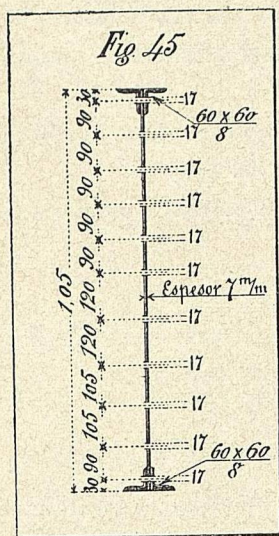
En resumen, el trabajo máximo y mínimo que se obtendrá, es de barras planas interiores: Trabajo máx. 8,00 ; — trabajo mín. 6,05

» angulares exteriores: » » 6,52 4,70

Roblones: 5,59 3,76



35. Vigas principales de alma llena.—Aunque el aspecto de vigas de celosía es más ligero, y para algunos Ingenieros más elegante, puede ocurrir, sin embargo, que en tramos de estas luces, el peso de las vigas de alma llena resulte, sin embargo, menor.



Por esta razón, hemos creído conveniente estudiar esta solución, y veremos como, en efecto, resulta para el caso que nos ocupa, algo más ligera el alma llena, que la celosía que antes calculamos.

Admitiremos la misma carga permanente que para la celosía, pues la pequeña diferencia que pudiere haber, no influye sensiblemente en los esfuerzos cortantes máximos.

Por lo tanto, los momentos y los esfuerzos cortantes máximos totales, son

los que anteriormente determinamos, es decir:

Momento de flexión máx. total (apoyo IV) = 24200

Esfuerzo cortante máx. total (á la derecha del apoyo IV) = 13770^k

La sección que puede adoptarse como límite (pues no sería prudente ni práctico reducir más los espesores de los hierros) es la adjunta, que deberá correr de un extremo á otro del puente.

Descontando las secciones de los roblones nos da un módulo de resistencia

$$\frac{I}{V} = 0,002547.$$

Por lo tanto, el trabajo máximo á la flexión será

$$R = \frac{24200}{2547} = 9^k,50 \text{ por m}^2$$



La resistencia al esfuerzo cortante, admitiendo como suele hacerse, que sólo el alma ha de resistir á este esfuerzo, es:

Sección neta del alma = $7163 \text{ m}^2/\text{m}^2$

$$R = \frac{13770}{7163} = 1^{k,92} \text{ por m/m}^2$$

trabajo muy inferior al que hemos encontrado para las celosías.

Cubicando separadamente los dos sistemas de vigas que se trata de comparar, nos resultan las siguientes cifras:

Peso total de los tramos rectos con vigas en celosía	180.540 ^k
" " " " con alma llena	173.437 ^K

Se obtiene, pues, con el alma llena una economía de peso de siete toneladas de hierro (cerca de 4.000 pesetas) nada despreciable, con la ventaja de presentar mayor facilidad de construcción y pintura, mayores garantías de duración y mucha mayor rigidez para resistir á los esfuerzos cortantes.

No cabe, pues, vacilación, y proponemos la viga de alma llena (1).

Teniendo el tablero una longitud total de 180m, resulta para el metro líneal un peso de $\frac{173437}{180} = 963^k$, y para el metro su-

perficial un peso de $\frac{963}{6} = 160^k$

Comparando este peso con el que Croizette-Desnoyers consigna en sus tablas para los tramos de carretera de 10^m de luz, y que es de 121 k., parece á primera vista que nuestro peso es excesivo;

(1) A quien parezca extraño que la viga de alma llena pese menos que la celosía, bastará hacerle observar, que con la primera quedan suprimidas las almas de larguero de andén y que además la celosía requiere para los enlaces una superposición de hierros inútiles y muchos forros, lo que no ocurre con el alma llena.

Consideramos que, sólo á partir de 15 metros de luz, puede la celosía producir una sensible economía de metal.

pero hay que tener en cuenta que en la cubicación de nuestro tablero incluimos el peso de las placas bombeadas de piso que representan 48 k. por m^2 , mientras que los pesos de Croizette-Desnoyers, correspondientes á los puentes franceses que generalmente emplean bovedillas de ladrillo, no incluyen estas placas.

Descontando su peso de los 160 k. que obtenemos para el m^2 resulta un peso de 112 k. por m^2 inferior al de las tablas, lo que no es de extrañar, porque hemos empleado acero y vigas continuas, circunstancias ambas que contribuyen á aligerar los tramos.



CAPITULO III

CÁLCULO DE LAS PALIZADAS

Las palizadas, cuyos detalles representamos en la lámina XI, tienen que resistir:

1.º A las cargas verticales resultantes de su peso propio, del peso del tablero y del de las sobrecargas que actúan sobre el tablero.

2.º A los esfuerzos horizontales determinados por la acción del viento sobre la superficie lateral del tablero y sobre la de las palizadas.

§ I.—Cargas verticales.

Las reacciones de las palizadas producidas por la carga permanente del tablero ó de las sobrecargas, se obtienen por medio de las líneas de influencia ya trazadas.

En efecto, la reacción de un apoyo á un sistema de cargas es igual á la suma de los esfuerzos cortantes desarrollados á derecha é izquierda del apoyo y de las cargas que actúan directamente sobre el apoyo. La investigación de las reacciones se reduce, pues, á ser la de los esfuerzos cortantes.

36. Carga permanente.—Las cargas de 2.900^k aplicadas en los empalmes de las viguetas con las vigas, determinan esfuerzos cortantes ya calculados; las cargas directamente aplicadas son igualmente de 2.900^k y resultan de la acción de la vigueta colocada en



el aplomo mismo de la palizada (salvo en la palizada núm. VI, correspondiente al tramo de siete metros, en la que la carga directa es nula, por no tener viguetas encima).

En el cuadro siguiente se consignan las reacciones así determinadas, es decir, las cargas permanentes aplicadas en los capiteles de cada palizada. Debemos añadir á estas cargas el peso propio de la palizada, que, aunque casi uniformemente repartido en su altura ó longitud, supondremos también aplicados en los capiteles de los montantes.

Ejemplos: Palizada IV.—Carga permanente.

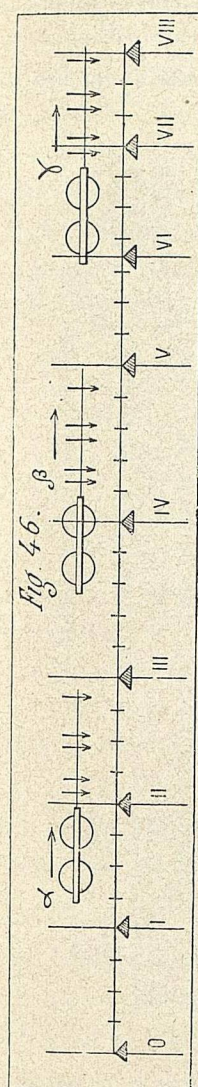
Esfuerzo cortante á la izquierda del apoyo iv.....	6140 ^k
— — — derecha —	6280
Carga directamente apoyada.....	2900 ^k
	15320 ^k
Peso propio $\left(\frac{5400}{2}\right)^k$ (según cubicación).....	2700
	18020 ^k

Palizada VI.

Esfuerzo cortante á la izquierda del apoyo vi.....	5000 ^k
— — — derecha —	4930
Carga directamente aplicada.....	0
	9930
Peso propio, según cubicación $\frac{2730}{2}$	1360
	11290 ^k

37. Sobrecarga de 300^k por m.²—La combinación que produce los esfuerzos cortantes máximos á derecha é izquierda de un apoyo (láminas IX y X) produce también la mayor reacción, que es igual á la suma de estos esfuerzos cortantes y de la carga directamente transmitida (1.800^k en el capitel de cada montante de palizada menos en la núm. VI).





Los cargas producidas por la sobrecarga estática en los capiteles de cada montante de palizada también se indican en el cuadro siguiente y se han calculado del siguiente modo para cada apoyo.

Ejemplo.—Palizada IV.—Sobrecarga de 300^k.

Esfuerzo cortante máximo á la izquierda de iv (sobre diagrama núm. 2), 21 ^m /m,6, ó sean.....	4320 ^k
Idem íd. á la derecha, con la misma combinación de sobrecargas 21 ^m /m,3, ó sean.....	4260 ^k
Carga directamente aplicada.....	1800 ^k
Carga en el capitel de cada montante.....	10380 ^k

38. Sobrecargas móviles.—Para obtener la carga máxima en el capitel de cada montante de palizada hay que determinar por medio de las líneas de influencia y de las escalas los esfuerzos cortantes producidos en los dos lados de cada palizada por las sobrecargas móviles colocadas en la posición más desfavorable y añadir á su suma la carga transmitida directamente.

La hipótesis más desfavorable es evidentemente aquella en que los ejes de los vehículos ficticios se encuentran en el aplomo de la palizada (eje de carro de cuatro ruedas 5.955^k; de dos ruedas 7.140^k). Los carros de adelante

y atrás deberán ocupar los tramos que produzcan esfuerzos cortantes positivos sobre el apoyo que se considera.

Calculando de esta manera los esfuerzos producidos en cada palizada por las sobrecargas móviles se obtiene con los demás datos calculados antes, el cuadro núm. 2, que figura al final de esta Memoria.

Los esfuerzos debidos á las sobrecargas móviles son, como se observa en dicho cuadro, siempre superiores á los de la sobrecarga estática; son, pues, los que deben sumarse con el total de la carga permanente y dan así los totales máximos de la última columna del cuadro.

§ II.—Esfuerzos horizontales.

Hemos admitido las dos hipótesis siguientes:

1.^a El viento sopla horizontalmente con una fuerza de 270^k por metro cuadrado, en cuyo caso el viaducto no llevará ninguna sobrecarga. Los efectos de este viento huracanado deben, pues, superponerse únicamente á la carga permanente.

2.^a El viento actúa con una fuerza de 150^k por m.²; pero en este caso puede estar el puente cargado con la sobrecarga de 300^k ó la de los vehículos. Los efectos del viento de 150^k deben, pues, superponerse á los de la carga permanente y á los de la sobrecarga más desfavorable.

39. Superficies actuadas por el viento.—Admitiremos que la viga principal de adelante tapa y protege completamente el resto del tablero contra la acción de un viento horizontal; en cambio, se supone que el viento actúa con la misma intensidad sobre la superficie de las dos barandillas y sobre los dos montantes de cada palizada.

En estas condiciones, la carga de viento por metro lineal de tablero y la posición de estas cargas son:

	Superficies por metro lineal	Altura de acción por encima de los angulares inferiores de las vigas.	Momentos.	Altura de la resultante por encima de la cabeza inferior de la viga.
2 barrandillas Viga.	$2 \times 0^m,0172 = 0^m,344$	$\frac{1,775}{0,528}$	$\frac{0,611}{0,558}$	$\frac{1,169}{1,40} = 0,84$
	$1^m,056$			
	$1^m,400$		$1,169$	

Resultan, pues, las cargas siguientes:

Cargas de viento por metro lineal de tramo..... (Viento de 270^k : $1,40 \times 270 = 378^k$
 150^k : $1,40 \times 150 = 210^k$

Del mismo modo que hemos admitido para la carga permanente, supondremos que los esfuerzos del viento actúan sobre los montantes de la viga, resultando entonces:

Carga en cada montante..... (Viento de 270^k : $2^m,00 \times 378^k = 756^k$
 150^k : $2^m,00 \times 210^k = 420^k$

40. Reacciones horizontales.—Aunque los capitales de las palizadas no constituyen apoyos *absolutamente fijos*, desde el punto de vista de los desplazamientos horizontales, puede admitirse que el conjunto de los 26 tramos constituye una viga continua, no sólo bajo el efecto de las cargas verticales, sino también de los empujes horizontales, desde el momento en que las dos vigas están convenientemente arriostradas por las placas bombeadas y las viguetas.

Consideraremos, pues, estos tramos bajo la acción del viento, como una sola viga continua de 180 m. de longitud, descansando horizontalmente sobre apoyos á 10 m., 8 m., 7 m. y 6 m., etc. de

distancia y recibiendo un empuje horizontal de p^{kg} por metro lineal, repartido uniformemente sobre toda la viga (*).

Los momentos flectores, los esfuerzos cortantes y las reacciones de los apoyos desarrolladas *horizontalmente* en esta viga son *proporcionales* á los momentos, esfuerzos cortantes y reacciones de los apoyos desarrolladas *verticalmente* por el peso propio ó carga permanente vertical p' que es también una carga uniformemente repartida en toda la longitud de la viga.

En uno y otro caso se supone la carga uniformemente repartida, concentrada en la vertical de los montantes, es decir, que se sustituye por fuerzas aisladas $P = 2^{\text{m}},00 \times p$ y $P' = 2^{\text{m}},00 \times p'$, aplicadas de dos en dos metros.

Las reacciones de las palizadas bajo la acción del viento son las fuerzas que buscamos, que tienden al giro (*renversement*) de las palizadas.

Reacción de la palizada n bajo la acción del viento.. $= \frac{\text{Reacción del apoyo } n \text{ bajo el peso propio} \times \frac{P}{P'}}$

$$\text{Para el viento de } 270^{\text{k}} \quad \frac{P}{P'} = \frac{756}{2900} = 0,261.$$

$$\text{Para el viento de } 150^{\text{k}} \quad \frac{P}{P'} = \frac{420}{2900} = 0,145 (\cdot).$$

Las reacciones de los apoyos bajo la acción de la carga permanente son conocidas y resultan de los cálculos que antes desarrollamos para la celosía; además figuran en el cuadro núm. 2 (segunda columna).

(*) Puede objetarse á este razonamiento que los capiteles de las palizadas no son puntos *absolutamente* fijos, aun menos horizontalmente que verticalmente, y que por lo tanto no puede considerarse el conjunto de los 26 tramos como una viga continua. Pero quizá sea menos exacto aun, considerar el tablero como discontinuo, es decir, cortado sobre cada palizada.

La verdad está entre estas dos hipótesis, pero no afectan sensiblemente á la cuestión y si hemos adoptado la primera, ha sido por su sencillez y porque nos permite aprovechar elementos ya determinados en el cálculo de los tramos.

(**) $P' = 2900^{\text{k}}$ que es, según antes vimos, la parte de la carga permanente aplicada en cada montante de la viga.



Aplicando un ejemplo á la palizada V tendremos:

Carga horizontal en el vértice de la palizada V con viento de $270^k = 11.920^k \times 0,261 = 3.110^k$.

Calculando de la misma manera todas las palizadas, obtenemos los resultados que se consignan en el cuadro núm. 3.

41. Cálculo gráfico de las palizadas bajo la acción de los empujes horizontales.—En la lámina núm. XII presentamos el cálculo gráfico de las palizadas bajo la acción de los empujes horizontales, que acabamos de calcular, y de los empujes del viento sobre la superficie de los montantes.

Sólo hemos hecho el cálculo para las palizadas I, II, IV, VI, IX y X, que son las que para igual altura sufren las cargas máximas, extendiendo los resultados obtenidos para estas palizadas á las demás, aunque en realidad sufran menores esfuerzos; también hemos aplicado el cálculo de la palizada IV á la núm. V, de la que apenas difiere. En este cálculo hemos seguido en un todo el método de las secciones perfectamente explicado por Koechlin en su *Tratado de Estática gráfica* (*).

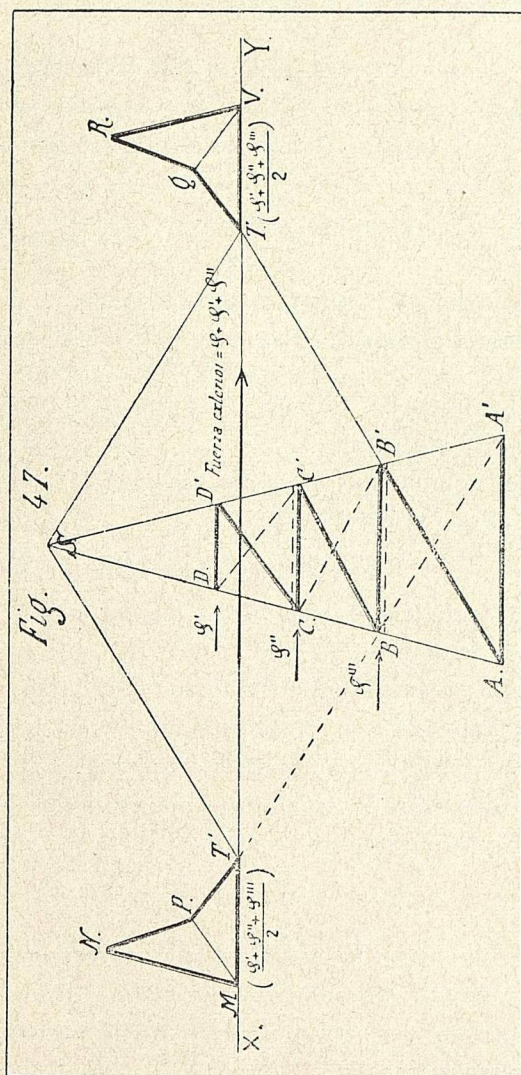
Las cargas que resultan de la acción del viento de 270^k sobre el tablero y las palizadas están en el dibujo en su posición verdadera. Suponemos que las secciones se hacen sucesivamente en los diferentes cuadros. Un polígono de fuerzas y un polígono funicular (línea azul) determinan las posiciones de las fuerzas exteriores correspondientes á las sucesivas secciones. La palizada de celosía doble se considera como la superposición de dos palizadas de celosía simple.

La descomposición de la fuerza exterior, según la barra de celosía y según los montantes, nos da los esfuerzos en los mismos.

(*) *Applications de la Statique graphique*, par Maurice Kœchlin-Baudry et Cie. París, 1889.



Para mayor claridad explicaremos un ejemplo de nuestro cálculo:



Supongamos que sea XY la línea de acción de la fuerza exterior ($\varphi' + \varphi'' + \varphi'''$) que obra en el cuadro inferior de la palizada adjunta.

Si consideramos el sistema de simple celosía dibujado con línea llena, la fuerza exterior aplicada al sistema es $\frac{\varphi' + \varphi'' + \varphi'''}{2}$ que tiene por componentes: el esfuerzo TQ en la barra AB' y la fuerza QV, dirigida según TS; esta última se descompone á su vez y nos da el esfuerzo QR en el montante AB y el esfuerzo RV en el montante A'B'.

Aplicando la otra mitad $\frac{\varphi' + \varphi'' + \varphi'''}{2}$ de la fuerza exterior, al sistema con líneas de trazos, encontraríamos:

$$\begin{array}{l} \text{Esfuerzo en el montante AB} = \text{MN (MN = RV por simetría.)} \\ \text{Idem id. A'B' = NP (NP = QR id.} \end{array}$$

Superponiendo las dos mitades de la fuerza exterior y los dos sistemas de palizadas tenemos:

Esfuerzo de compresión en el montante A'B' = Esfuerzo de extensión en el montante AB

$$= \text{RV} + \text{NP} = \text{RV} + \text{QR}$$

Es inútil trazar toda la parte de la izquierda que resulta simétrica á la de la derecha.

Los esfuerzos máximos así calculados se señalan en los diagramas de la lám. XII y se reproducen en el cuadro núm. 4.

En este cuadro figuran también los esfuerzos máximos de compresión, ejercidos sobre los montantes por el viento de 150^k , obtenidos, multiplicando los del viento de 270 por el coeficiente $\frac{150}{270}$

También se incluyen los esfuerzos determinados por la carga permanente y por la sobrecarga, y por último, los esfuerzos totales de compresión que resultan de la superposición en las dos hipótesis que se consideran.



Se deduce, desde luego, del examen del cuadro núm. 4, que la 2.^a hipótesis, es decir, el viento de 150^k con las sobrecargas máximas, es la más desfavorable en todas las palizadas.

§ III.—Resistencia de los montantes al pandeo (flambaje).

42. A pesar de que los montantes se empalman fuertemente por sus extremos al arco y al tablero, no sería prudente asimilarlos á piezas prismáticas comprimidas en la dirección de sus ejes, *empotradas por sus extremos* y no admitiendo más deformación que la de sus bases en el sentido del eje y paralelamente á sí mismas.

Estas condiciones no se podrán cumplir á causa de la dilatación posible de los tramos y de las deformaciones del arco y del tablero bajo la acción de las sobrecargas; así es que teniendo en cuenta la gran importancia de estos montantes y con objeto de evitar en ellos el más insignificante pandeo (*) que podía arrastrar la ruína de la obra, los hemos asimilado á pilares descansando sobre bases planas, calculando sus dimensiones por la conocida fórmula de Rankine (Resal, t. I, pág. II.)

en la que

$$N = \frac{\Omega C}{KL^2 \left(1 + \frac{1}{r^2} \right)}$$

N = Esfuerzo límite, á partir del que pudiera ocurrir la rotura por pandeo.

Ω = Sección de la pieza.

L = Longitud entre bases.

$$r^2 = \text{Radio de giración de la sección} = \frac{I}{\Omega}$$

(*) Admitimos esta palabra *pandeo*, por ser la única que nos parece definir claramente la palabra francesa: *flambage*.



C = Coeficiente que para el acero es $= 30 \times 10^6$

$$K = \text{otro coeficiente ídem íd.} = \frac{1}{36000}$$

Poniendo valores en la fórmula tendremos:

$$N = \frac{\Omega \times 30 \times 10^6}{1 + \frac{1}{36000} \times \frac{L^2}{I} \times \frac{\Omega}{I}} = \frac{108 \times 10^{10}}{36000 \times \frac{L^2}{I} \times \frac{\Omega}{I}}$$

El esfuerzo F que actúa sobre el montante más cargado debe ser inferior á N , siendo el coeficiente de seguridad $\frac{F}{N}$.

En el cuadro núm. 5, hemos calculado las secciones de los diferentes montantes, la carga límite N calculada por la fórmula anterior, el coeficiente de seguridad $\frac{F}{N}$, el trabajo del metal por m^2 de sección neta, en los montantes y en la celosía.

Como se observa en el cuadro núm. 5, el trabajo máximo de los montantes es de $4^k,7$ y el de las celosías $3^k,8$ por m^2 , muy inferior á los límites de trabajo admitidos. Pero hay que tener en cuenta que es una consecuencia de la gran longitud de estas piezas que las expone al pandeo.

Por otra parte, no puede adoptarse prácticamente para las celosías una sección menor de $\frac{60 \times 60}{8}$, pues aunque hay angulares de menor sección, la economía sería insignificante y resultarían piezas demasiado endebles.

§ IV.—Estabilidad de las palizadas de avenidas.

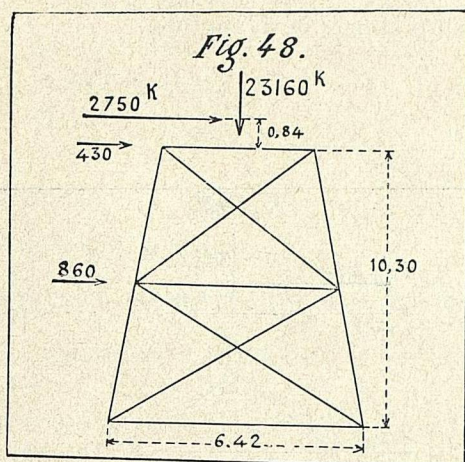
43. La estabilidad de las palizadas que se apoyan sobre el arco está asegurado, por su empalme rígido, en sus dos extremos.

Pero hay que comprobar la de las palizadas de las dos aveni-



das que se apoyan inferiormente sobre pequeñas pilas de fábrica.

1.º *Palizada de 10^m,30.*—La primera hipótesis de viento es evidentemente la más desfavorable en esta palizada.



El momento de giro bajo la acción del viento de 270^k es:

$2.750 \times (10,30 + 0,84) \dots\dots$	30.635
$430 \times 10,30 \dots\dots\dots$	4.429
$860 \times 5,15 \dots\dots\dots$	4.429
TOTAL.....	39.493

La presión vertical es en este caso la carga permanente nada más, que es:

$$2 \times 11.580^k = 23.160^k.$$

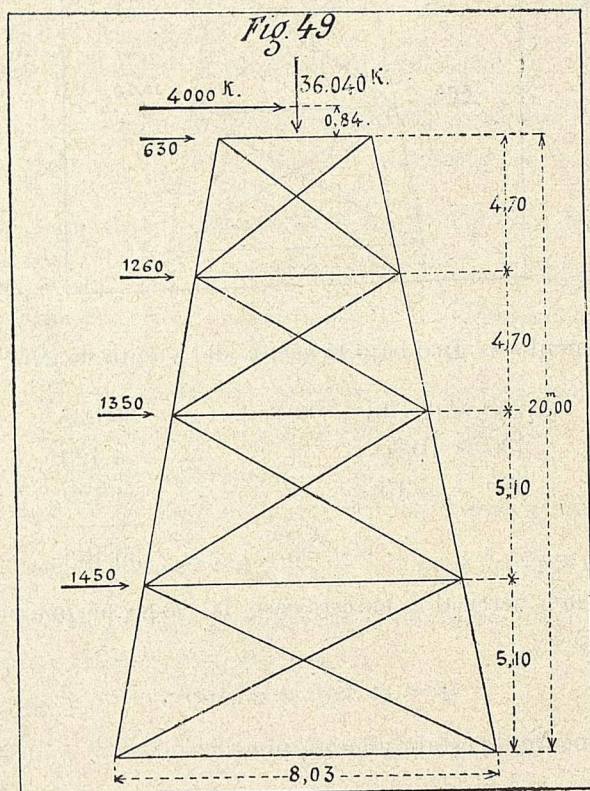
El momento de estabilidad es, pues:

$$23160^k \times \frac{6^m,42}{2} = 74343^k$$

casi el doble del momento de giro, por cuya razón es completa la estabilidad.

Sin embargo, para mayor seguridad convendrá fijar la base de los montantes por medio de cuatro pernos de $25^m/m$ empotrados en las pilas de sillería.

2.º *Palizadas de 20^m,00.*—También en este caso es la primera hipótesis de viento la más desfavorable.



Calculando, pues, el momento de giro para dicho viento de 270^k , tendremos:

$$\begin{array}{rcl} 4.000 \times (20 + 0,84) & = & 83.360 \\ 630 \times 20,00 & = & 12.600 \\ 1.260 \times 15,30 & = & 19.278 \\ 1.350 \times 10,60 & = & 14.310 \\ 1.450 \times 5,50 & = & 7.975 \end{array}$$

El momento de giro es 137.523 kgm.

A su vez el momento de estabilidad es:

$$\text{Carga permanente} = 2 \times 18.020 = 36.040$$

$$\text{Momento de estabilidad} = 36.040 \times \frac{8,03}{2} = 144.700 \text{ kgm.}$$

un poco mayor como se ve que el momento de giro.

Así es que aunque la estabilidad esté asegurada, conviene con mayor razón que en la palizada anterior, asegurar la fijeza de la palizada con 4 pernos de $25^m/m$ en cada montante.

§ V.—Presiones máximas sobre las pilas de sillería.

44. La presión máxima sobre las pilas de fábrica se produce con el viento de 150^k combinado con las sobrecargas.

PALIZADA II.—El esfuerzo de compresión máxima es:

$$\begin{array}{l} 39493 \times \frac{150}{270} \\ \hline 6,42 \end{array} + \text{carga permanente} + \text{sobrecarga} \\ = 3420 + 22680 = 26100$$

La base del montante tiene: $0^m,53 \times 0^m,50$

$S = 53 \times 50 = 2650 \text{ } c/m^2$, de donde resulta que la presión es de:

$$R = \frac{26100}{2650} = 9^k,9 \text{ por } c/m^2$$



Palizada IV.—El esfuerzo de compresión máxima es:

$$\frac{137523 \times \frac{150}{270}}{8,03} + 29820 = 9510 + 29820 = 39330^k.$$

La superficie de apoyo, siendo:

$$S = 50 \times 73 = 3670 \text{ c/m}^2$$

$$R = \frac{39330}{3650} = 10^k,8 \text{ por c/m}^2.$$

Ambos coeficientes de trabajo son muy aceptables, pues que dichos montantes se apoyan sobre pilas de granito ó de hormigón, cuya resistencia alcanza 300^k por c/m^2 .

§ VI.—Pesos de las palizadas.

Cubicadas todas las palizadas cuyas dimensiones acabamos de calcular, nos dan los siguientes pesos:

2 Palizadas I y a' , de 7 ^m ,60 de altura, sección tipo número 3 á 1670 ^k	3.340
1 ídem II de 10 ^m ,30 íd. íd. íd. á 2083.....	2.083
3 ídem III, IV y IV' de 20 ^m ,00 íd. íd. íd. núm. 1 á 5392.	16.176
2 ídem V y V' de 18 ^m ,35 íd. íd. íd. á 4623.....	9.246
2 ídem VI y VI' de 14 ^m ,03 íd. íd. íd. núm. 2 á 2732.	5.464
2 ídem VII y VII' de 10 ^m ,30 íd. íd. íd. núm. 3 á 1770.	3.540
2 ídem VIII y VIII' de 7 ^m ,60 íd. íd. íd. á 1374.....	2.748
2 ídem IX y IX' de 5 ^m ,35 íd. íd. íd. núm. 4 á 790.	1.580
2 ídem X y X' de 3 ^m ,56 íd. íd. íd. á 605.....	1.210
2 ídem XI y XI' de 2 ^m ,21 íd. íd. íd. á 475.....	950
2 ídem XII y XII' de 1 ^m ,31 íd. íd. íd. á 470.....	940
2 ídem XIII y XIII' de 0 ^m ,86 íd. íd. íd. á 385.....	770
1 ídem b (de orilla) de 5 ^m ,35 íd. íd. íd. núm. 3 á 1190.	1.190
Pernos de empotramiento.....	463

Peso total de las palizadas.—Kilogramos... 49.700



CAPÍTULO IV

CÁLCULO DEL ARCO EMPOTRADO

§ I.—Fórmulas generales.

45. Descripción general del arco empotrado.—El arco está constituido por dos vigas en arco con celosía en N, empotradas en los arranques y enlazadas por un doble sistema de contravientos que arriostran longitudinalmente el trasdós é intradós de las vigas y por bastidores normales al eje del puente que arriostran transversalmente el conjunto.

La fibra media del arco entero, es decir, la intersección del plano medio con el cilindro horizontal que pasa por las fibras medias de las dos vigas en arco, es una *parábola* de 120^m de cuerda, medida entre paramentos de salmeres y 24^m de flecha.

Las intersecciones del plano medio con los dos cilindros de trasdós é intradós son también *parábolas* separadas una de otra de 2^m,00 en la clave y de 4^m,00 en los arranques.

Finalmente, las vigas en arco están situadas en dos planos inclinados de $\frac{1}{12}$ con relación al plano vertical medio, de tal modo que su separación, contada entre fibras medias, que es de 5^m,00 en la clave, es $5 + \frac{2 \times 24}{12} = 9^m,00$ en los arranques.

46. Elementos de resistencia.—El arco debe calcularse para resistir:

1.º A la carga permanente, resultado de su peso propio, del



peso de las palizadas y del correspondiente al tablero transmitido por las palizadas.

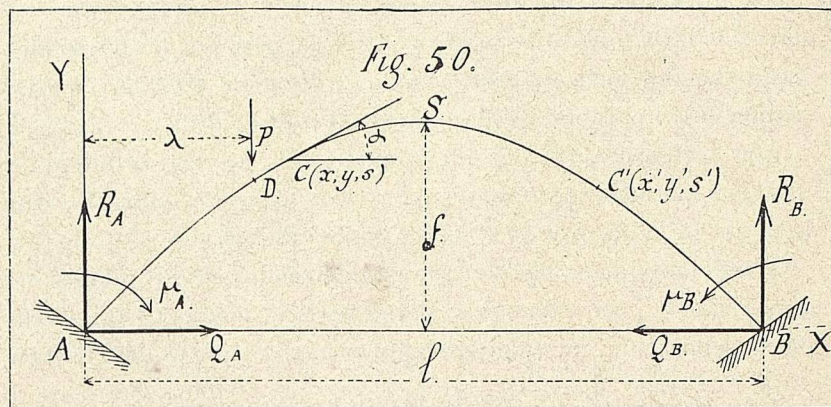
2.º A la sobrecarga de 300^k por m^2 extendida sobre todo ó parte de la longitud del tablero.

3.º Al paso de dos filas de carretas de dos ruedas de 6000^k de peso, ó dos filas de carros de cuatro ruedas pesando 9000^k , con las condiciones anteriormente definidas.

4.º A la variación de temperatura de 30° en más ó en menos, con relación á la temperatura media de montaje.

5.º A la acción de un viento horizontal de 270^k por m^2 actuando solo, ó á la de un viento de 150^k por m^2 actuando simultáneamente con una de las sobrecargas 2.ª ó 3.ª admitidas.

47. Establecimiento de las fórmulas —Para el cálculo de los arcos bajo la acción de las cargas verticales y de la variación de temperatura, prescindiremos de la pequeña inclinación de los planos de cabeza, que supondremos verticales.



Referiremos el eje vertical á un sistema coordenado AX, AY, cuyo origen sea el extremo izquierdo del arco; se supondrán las cargas directamente aplicadas á la fibra media ASB.

En todo lo que sigue consideraremos siempre la acción de la parte de la izquierda sobre la parte de la derecha; esta acción se resume para cada punto del arco tal como C en un momento flector μ , positivo en el sentido de las agujas de un reloj, negativo en el sentido contrario, una compresión longitudinal N dirigida según la tangente del arco y positiva cuando el arco está realmente comprimido, negativa cuando existe tensión y un esfuerzo cortante T dirigido según la normal, positivo cuando se ejerza de arriba á abajo, negativo en el sentido contrario.

En los arranques, las reacciones de los apoyos son igualmente: un momento flector ó momento de empotramiento, una compresión longitudinal y un esfuerzo cortante; pero para facilitar el cálculo, se sustituyen estas últimas fuerzas, por sus componentes verticales y horizontales, de tal manera que la reacción total del apoyo A, por ejemplo, comprende:

el momento de empotramiento.....	μ_A
la reacción vertical.....	R_A
y la reacción horizontal ó empuje.....	Q_A

Esto supuesto, designemos por u' el desplazamiento sobre el eje de las X de un punto cualquiera C' cuyas coordenadas sean $x' e' y'$, y cuya distancia al origen, medida sobre el arco, sea S', es decir, longitud al arco $ASC' = S'$.

v' el desplazamiento del mismo punto proyectado sobre el eje de las Y,

θ' la rotación de una sección, pasando por el mismo punto,

u_A, v_A, θ_A , las mismas cantidades relativas al extremo A del arco cuyas coordenadas son x_A, y_A, s_A .

Sean μ, N, T el momento flector, la compresión longitudinal y el esfuerzo cortante en un punto cualquiera C, situado entre el origen A y el punto C' y definido por sus coordenadas $x y z$ y por su distancia S al origen (longitud arco AC = S);



I y Ω el momento de inercia y el área de la sección normal, pasando por C;

E el coeficiente de elasticidad longitudinal del metal y $(g E)$ el coeficiente de elasticidad transversal;

τ la variación de temperatura;

δ el coeficiente de dilatación.

Las fórmulas generales (*) que nos dan los desplazamientos u' , v' , θ' del punto C', en función de los desplazamientos u_A , v_A y θ_A del punto A, son las siguientes:

$$(1) \quad u' = u_A + \theta_A (y' - y_A) - \int_{s_A}^{s'} \frac{\mu}{EI} (y' - y) ds -$$

$$\int_{x_A}^{x'} \frac{N}{E\Omega} dx - \int_{y_A}^{y'} \frac{T}{(gE)\Omega} dy + \delta \tau (x' - x_A).$$

$$(2) \quad v' = v_A - \theta_A (x' - x_A) + \int_{s_A}^{s'} \frac{\mu}{EI} (x' - x) ds -$$

$$\int_{y_A}^{y'} \frac{N}{E\Omega} dy + \int_{x_A}^{x'} \frac{T}{(gE)\Omega} dx + \delta \tau (y' - y_A).$$

$$(3) \quad \theta' = \theta_A - \int_{s_A}^{s'} \frac{\mu}{EI} ds.$$

En el caso particular que nos ocupa, el origen de los ejes, coincidiendo con el del arco, tenemos:

$$x_A = 0 \quad y_A = 0.$$

El apoyo A, no siendo susceptible del menor movimiento (*inbranlable*, dicen los franceses), tendremos además:

$$u_A = 0 \quad v_A = 0 \quad \theta_A = 0.$$

(*) Estas fórmulas generales son clásicas y se encuentran en una u otra forma en todos los tratados de Mecánica gráfica. Véase, entre otros, la *Estática gráfica*, de Maurice Lévy.



Aplicamos las fórmulas (1), (2) y (3) á los movimientos del extremo de la derecha B, para el cual

$$x' = l; y' = 0; u' = 0; v' = 0; \theta' = 0.$$

Si además despreciamos las deformaciones del orden del esfuerzo cortante, que son pequeñas con relación á las producidas por la compresión longitudinal y, sobre todo, por el momento flector, pueden suprimirse los términos que tengan T por factor.

Las tres fórmulas anteriores quedan entonces reducidas á

$$(1) \quad \int_A^B \frac{\mu}{EI} y ds - \int_A^B \frac{N}{EQ} dx + \delta \tau l = 0.$$

$$(2) \quad \int_A^B \frac{\mu}{EI} (l - x) ds - \int_A^B \frac{N}{EQ} dy = 0.$$

$$(3) \quad \int_A^B \frac{\mu}{EI} ds = 0.$$

Si expresamos el momento flector μ y la compresión N en un punto cualquiera, en función de las cargas conocidas que actúan sobre el arco y de las reacciones incógnitas μ_A , R_A y Q_A , se obtendrán tres ecuaciones que nos permitirán obtener estas incógnitas.

Determinadas μ_A , R_A , Q_A , se deduce entonces el momento flector, la compresión longitudinal y el esfuerzo cortante en un punto cualquiera.

En efecto, para el punto cualquiera C tenemos:

$$\mu = \mu_A + R_A x - Q_A y - \Sigma m$$

$$N = R_A \sin \alpha + Q_A \cos \alpha - \sin \alpha \Sigma P.$$

$$T = R_A \cos \alpha - Q_A \sin \alpha - \cos \alpha \Sigma P.$$

ΣP representa la suma de las cargas que obran sobre el arco entre el apoyo izquierdo A y el punto C que se considera;

Σm es la suma de los momentos de estas cargas con relación al punto C, es decir, $\Sigma m = \Sigma P (x - \lambda)$.

α es el ángulo de la tangente en C con la horizontal (sen α es positivo en la mitad izquierda del arco y negativo en la otra mitad; cos α es positivo en toda la extensión del arco.)

Llevando los valores anteriores de μ y N en las relaciones 1), (2) y (3) obtenemos:

$$(1) \quad \mu_A \int_A^B \frac{y ds}{I} - Q_A \left(\int_A^B \frac{y^2 ds}{I} + \int_A^B \frac{\cos \alpha dx}{\Omega} \right) + \\ R_A \left(\int_A^B \frac{xy ds}{I} - \int_A^B \frac{\sin \alpha dx}{\Omega} \right) = \int_A^B \frac{\Sigma m y ds}{I} - \\ \int_A^B \frac{\sin \alpha \Sigma P}{\Omega} dx - E \delta \tau l = d_1.$$

$$(2) \quad \mu_A \int_A^B \frac{(l-x) ds}{I} - Q_A \left(\int_A^B \frac{y(l-x) ds}{I} + \int_A^B \frac{\cos \alpha dy}{\Omega} \right) + \\ R_A \left(\int_A^B \frac{x(l-x) ds}{I} - \int_A^B \frac{\sin \alpha dy}{\Omega} \right) = \\ \int_A^B \frac{\Sigma m (l-x) ds}{I} - \int_A^B \frac{\sin \alpha \Sigma P}{\Omega} dy = d_2.$$

$$(3) \quad \mu_A \int_A^B \frac{ds}{I} - Q_A \int_A^B \frac{y ds}{I} + R_A \int_A^B \frac{x ds}{I} = \\ \int_A^B \frac{\Sigma m}{I} ds = d_3.$$

Se pueden simplificar los primeros miembros de estas relaciones y tomar las integrales desde el arranque A hasta el vértice, en lugar de tomarlas en toda la extensión del arco.

Para ello nos basta observar que:

$$\int_A^B \frac{y ds}{I} = 2 \int_A^S \frac{y ds}{I}; \quad \int_A^B \frac{xy ds}{I} = \\ \int_A^S y \left[\frac{x + (l-x)}{I} \right] ds = l \int_A^S \frac{y ds}{I}; \quad \int_A^B \frac{\sin \alpha dx}{\Omega} = 0.$$



$$\int_A^B \frac{y^2 ds}{I} = 2 \int_A^S \frac{y^2 ds}{I}; \int_A^B \frac{\cos \alpha ds}{\Omega} =$$

$$2 \int_A^S \frac{\cos \alpha ds}{\Omega} = 2 \int_A^S \frac{\cos^2 \alpha ds}{\Omega}$$

$$\int_A^B \frac{(l-x) ds}{I} = \int_A^S \frac{[(l-x) + x] ds}{I} = l \int_A^S \frac{ds}{I}$$

$$\int_A^B \frac{x(l-x) ds}{I} = 2 \int_A^S \frac{x(l-x) ds}{I} = 2l \int_A^S \frac{x ds}{I} -$$

$$2 \int_A^S \frac{x^2 ds}{I};$$

$$\int_A^B \frac{\sin \alpha ds}{\Omega} = 2 \int_A^S \frac{\sin \alpha ds}{\Omega} = 2 \int_A^S \frac{\sin^2 \alpha ds}{\Omega};$$

$$\int_A^B \frac{y(l-x)}{I} ds = \int_A^S [y(l-x) + yx] \frac{ds}{I} = l \int_A^S \frac{y ds}{I};$$

$$\int_A^B \frac{\cos \alpha ds}{\Omega} = 0$$

$$\int_A^B \frac{ds}{I} = 2 \int_A^S \frac{ds}{I}; \int_A^B \frac{x ds}{I} = \int_A^S [x + (l-x)] \frac{ds}{I} =$$

$$l \int_A^S \frac{ds}{I}; \int_A^B \frac{y ds}{I} = 2 \int_A^S \frac{y ds}{I}$$

transformando por medio de estas igualdades los primeros miembros de las ecuaciones (1) (2) y (3), tenemos:

$$(1) \quad 2\mu_A \int_A^S \frac{y ds}{I} - Q_A \left[2 \int_A^S \frac{y^2 ds}{I} + 2 \int_A^S \frac{\cos^2 \alpha ds}{\Omega} \right] +$$

$$R_A l \int_A^S \frac{y ds}{I} = d_1$$

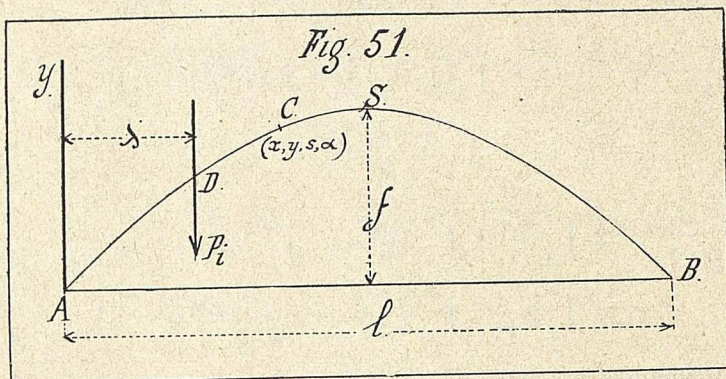
$$(2) \quad \mu_A l \int_A^S \frac{ds}{I} - Q_A l \int_A^S \frac{y ds}{I} + R_A \left[2l \int_A^S \frac{x ds}{I} - \right.$$

$$\left. 2 \int_A^S \frac{x^2 ds}{I} - 2 \int_A^S \frac{\sin^2 \alpha ds}{\Omega} \right] = d_2$$

$$(3) \quad \mu_A 2 \int_A^S \frac{ds}{I} - Q_A 2 \int_A^S \frac{y ds}{I} + R_A l \int_A^S \frac{ds}{I} = d_3$$

Todos los coeficientes de μ_A , Q_A y R_A solo dependen de las dimensiones de la obra y se calculan por cuadraturas.

Los segundos miembros d_1 , d_2 y d_3 en cambio, son funciones no sólo de las dimensiones del arco, si que también de las cargas que se le aplican; se pueden sacar los signos Σ de las integrales y si además se observa que desde el origen A hasta el punto de aplicación D de una fuerza P, se tiene para esta fuerza $m = 0$, $P = 0$, se pueden transformar los segundos miembros de las ecuaciones bajo la forma siguiente:



$$d_1 = -E \varphi l + \Sigma \left(\int_D^B \frac{m y ds}{I} - P \int_D^B \frac{\sin \alpha}{\Omega} dx \right)$$

$$d_2 = \Sigma \left(\int_D^B \frac{m (l - x) ds}{I} - P \int_D^B \frac{\sin \alpha dy}{\Omega} \right)$$

$$d_3 = \Sigma \left(\int_D^B \frac{m ds}{I} \right).$$

Los segundos miembros se compondrán de tantas expresiones



análogas á las expresiones entre paréntesis, como cargas distintas, tales como P.

Tratemos de transformar estas expresiones de tal manera que sólo sea necesario integrar la mitad izquierda del arco, como lo hemos hecho anteriormente.

48. Expresión de d_1 .—(a) La carga P se aplica en el semiarco izquierdo.

Designemos esta fuerza cualquiera aplicada á la izquierda del arco por P_i ; tendremos $m = P_i (x - \lambda)$

$$\begin{aligned} \int_D^B \frac{m y ds}{I} &= P_i \int_D^B \frac{x y ds}{I} - P_i \lambda \int_D^B \frac{y ds}{I} = \\ P_i \left[\int_A^B \frac{x y ds}{I} - \int_A^D \frac{x y ds}{I} \right] &- P_i \lambda \left[\int_A^B \frac{y ds}{I} - \right. \\ \left. \int_A^D \frac{y ds}{I} \right] &= P_i \left[l \int_A^S \frac{y ds}{I} - \int_A^D \frac{x y ds}{I} \right] - \\ P_i \lambda \left[2 \int_A^S \frac{y ds}{I} - \int_A^D \frac{y ds}{I} \right] \end{aligned}$$

(véase la transformación de la página 99)

$$\begin{aligned} P_i \int_D^B \frac{\text{sen } \alpha dx}{\Omega} &= P_i \left[\int_A^B \frac{\text{sen } \alpha dx}{\Omega} - \int_A^D \frac{\text{sen } \alpha dx}{\Omega} \right] = \\ P_i \left(0 - \int_A^D \frac{\text{sen } \alpha dx}{\Omega} \right) &= - P_i \int_A^D \frac{\text{sen } \alpha dx}{\Omega} = \\ &- P_i \int_A^D \frac{\text{sen } \alpha \cos \alpha ds}{\Omega} \end{aligned}$$

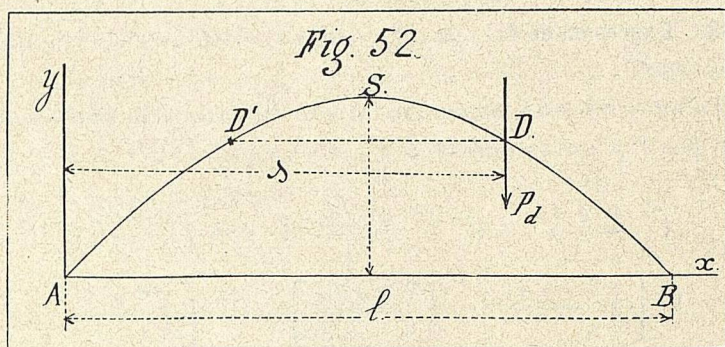
de donde

$$\begin{aligned} d_1 = - E \delta \tau l + \Sigma P_i \left[(l - 2 \lambda) \int_A^S \frac{y ds}{I} - \int_A^D \frac{x y ds}{I} + \right. \\ \left. \lambda \int_A^D \frac{y ds}{I} + \int_A^D \frac{\text{sen } \alpha \cos \alpha ds}{\Omega} \right]. \end{aligned}$$



(b) La carga P se aplica en el semiarco derecho; la designamos por P_d

$$\int_D^B \frac{m y d s}{I} = P_d \int_D^B \frac{x y d s}{I} - \frac{1}{2} P_d \lambda \int_D^B \frac{y d s}{I}$$



Sea D' un punto simétrico de D y situado, por consiguiente, en la mitad izquierda; tenemos:

$$\int_D^B \frac{x y d s}{I} = \int_A^{D'} \frac{(l-x) y d s}{I} = \int_A^{D'} \frac{y d s}{I} - \int_A^{D'} \frac{x y d s}{I}$$

designando por x la abscisa de un punto cualquiera del trozo de arco AD' ; tenemos además

$$\int_D^B \frac{y d s}{I} = \int_A^{D'} \frac{y d s}{I},$$

siendo y la ordenada de un punto cualquiera de AD' ; de donde

$$\int_D^B \frac{m y d s}{I} = P_d \left[l \int_A^{D'} \frac{y d s}{I} - \int_A^{D'} \frac{x y d s}{I} \right] - P_d \lambda \int_A^{D'} \frac{y d s}{I}$$

$$P_d \int_D^B \frac{\text{sen } \alpha \, d x}{\Omega} = -P_d \int_A^{D'} \frac{\text{sen } \alpha \, d x}{\Omega} = \\ -P_d \int_A^{D'} \frac{\text{sen } \alpha \cos \alpha \, d s}{I},$$

Resulta de esta transformación:

$$d_1 = -E \delta \tau l + \Sigma P_d \left[(l - \lambda) \int_A^{D'} \frac{y \, d s}{I} - \int_A^{D'} \frac{x y \, d s}{I} + \right. \\ \left. \int_A^{D'} \frac{\text{sen } \alpha \cos \alpha}{\Omega} d s \right].$$

49. Expresión de d_1 .—(a) La carga P se aplica en el semiarco izquierdo

$$d_2 = \Sigma \left(\int_D^B \frac{m(l-x) \, d s}{I} - P \int_D^B \frac{\text{sen } \alpha \, d y}{\Omega} \right) \\ \int_D^B \frac{m(l-x) \, d s}{I} = P_i \int_D^B \frac{(x-\lambda)(l-x)}{I} d s = \\ P_i \left[(l+\lambda) \int_D^B \frac{x \, d s}{I} - \lambda \int_D^B \frac{d s}{I} - \int_D^B \frac{x^2 \, d s}{I} \right] = \\ P_i \left[(l+\lambda) \left(\int_A^B \frac{x \, d s}{I} - \int_A^D \frac{x \, d s}{I} \right) - \lambda \left(\int_A^B \frac{d s}{I} - \right. \right. \\ \left. \left. \int_A^D \frac{d s}{I} \right) - \int_A^B \frac{x^2 \, d s}{I} - \int_A^D \frac{x^2 \, d s}{I} \right] = \\ P_i \left[(l+\lambda) \left(l \int_A^S \frac{d s}{I} - \int_A^D \frac{x \, d s}{I} \right) - \lambda \left(2 \int_A^S \frac{d s}{I} - \right. \right. \\ \left. \left. \int_A^D \frac{d s}{I} \right) - \left(\int_A^S [x^2 + (l-x)^2] \frac{d s}{I} - \int_A^D \frac{x^2 \, d s}{I} \right) \right].$$

El penúltimo término es:

$$\int_A^S [x^2 + (l-x)^2] \frac{d s}{I} = \int_A^S (2x^2 + l^2 - 2lx) \frac{d s}{I} = \\ 2 \int_A^S \frac{x^2 \, d s}{I} + l^2 \int_A^S \frac{d s}{I} - 2l \int_A^S \frac{x \, d s}{I}.$$

Por otra parte tenemos:

$$\begin{aligned} P_i \int_D^B \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\Omega} dy &= P_i \left[\int_A^B \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\Omega} dy - \int_A^D \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\Omega} dy \right] = \\ &P_i \left[2 \int_A^S \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\Omega} dy - \int_A^D \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\Omega} dy \right] = \\ &P_i \left[2 \int_A^S \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{\Omega} ds - \int_A^D \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{\Omega} ds \right] \end{aligned}$$

En definitiva la expresión d_2 cuando la carga P está á la izquierda es, una vez simplificados todos los términos:

$$\begin{aligned} d_2 = \Sigma P_i \left[2l \int_A^S \frac{x ds}{I} - (l + \lambda) \int_A^D \frac{x ds}{I} \right] - \lambda l \left[\int_A^S \frac{ds}{I} - \right. \\ \left. \int_A^D \frac{ds}{I} \right] - \left[2 \int_A^S \frac{x^2 ds}{I} - \int_A^D \frac{x^2 ds}{I} \right] - \left[2 \int_A^S \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha ds}{\Omega} - \right. \\ \left. \int_A^D \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha ds}{\Omega} \right] \end{aligned}$$

(b) La fuerza P se aplica en el semiarco derecho.

$$\begin{aligned} \int_D^B \frac{m(l-x) ds}{I} &= P_d \left[(l + \lambda) \int_D^B \frac{x ds}{I} - \lambda l \int_D^B \frac{ds}{I} - \right. \\ &\left. \int_D^B \frac{x^2 ds}{I} \right] = P_d \left[(l + \lambda) \int_A^{D'} \frac{(l-x) ds}{I} - \lambda l \int_A^{D'} \frac{ds}{I} - \right. \\ &\left. \int_A^{D'} \frac{(l-x)^2 ds}{I} \right] = P_d \left[(l + \lambda) \left(l \int_A^{D'} \frac{ds}{I} - \int_A^{D'} \frac{x ds}{I} \right) - \right. \\ &\left. \lambda l \int_A^{D'} \frac{ds}{I} - l^2 \int_A^{D'} \frac{ds}{I} - \int_A^{D'} \frac{x^2 ds}{I} + 2l \int_A^{D'} \frac{x ds}{I} \right]; \\ P_d \int_D^B \frac{\operatorname{sen} \alpha dy}{\Omega} &= P_d \int_A^{D'} \frac{\operatorname{sen} \alpha dy}{\Omega} = P_d \int_A^{D'} \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha ds}{\Omega} \end{aligned}$$

Por consiguiente, la expresión del segundo miembro de la ecuación (2) cuando la carga está á la derecha será:



$$d_s = \Sigma P_d \left[(l - \lambda) \int_A^{D'} \frac{x ds}{I} - \int_A^{D'} \frac{x^2 ds}{I} - \int_A^{D'} \frac{\sin^2 \alpha ds}{\Omega} \right]$$

50. Expresión de d_s —(a) La carga P se aplica en el semiarco izquierdo.

$$\begin{aligned} d_s &= \Sigma \left(\int_D^B \frac{m ds}{I} \right) \\ \int_D^B \frac{m ds}{I} &= P_i \int_D^B \frac{(x - \lambda) ds}{I} = \\ P_i \int_D^B \frac{x ds}{I} - \lambda \int_D^B \frac{ds}{I} &= \\ P_i \left[\left(\int_A^B \frac{x ds}{I} - \int_A^D \frac{x ds}{I} \right) - \lambda \left(\int_A^B \frac{ds}{I} - \int_A^D \frac{ds}{I} \right) \right] &= \\ P_i \left[\left(l \int_A^S \frac{ds}{I} - \int_A^D \frac{x ds}{I} \right) - \lambda \left(2 \int_A^S \frac{ds}{I} - \int_A^D \frac{ds}{I} \right) \right] \end{aligned}$$

de donde se deduce:

$$d_s = \Sigma P_i \left[(l - 2\lambda) \int_A^S \frac{ds}{I} - \int_A^D \frac{x ds}{I} + \lambda \int_A^D \frac{ds}{I} \right]$$

(b) La carga P se aplica en el semiarco derecho.

$$\begin{aligned} \int_D^B \frac{m ds}{I} &= P_d \left(\int_D^B \frac{x ds}{I} - \lambda \int_D^B \frac{ds}{I} \right) = \\ P_d \left[\int_A^D \frac{(l - x) ds}{I} - \lambda \int_A^{D'} \frac{ds}{I} \right] &= \\ P_d \left[\left(l \int_A^{D'} \frac{ds}{I} - \int_A^{D'} \frac{x ds}{I} \right) - \lambda \int_A^{D'} \frac{ds}{I} \right], \end{aligned}$$

de donde

$$d_s = \Sigma P_d \left[(l - \lambda) \int_A^{D'} \frac{ds}{I} - \int_A^{D'} \frac{x ds}{I} \right]$$



En resumen; de todas las transformaciones que acabamos de desarrollar, las tres ecuaciones fundamentales pueden ponerse bajo la forma:

$$(1) \quad a_1 \mu_A + b_1 Q_A + c_1 R_A = d_1$$

$$(2) \quad a_2 \mu_A + b_2 Q_A + c_2 R_A = d_2$$

$$(3) \quad a_3 \mu_A + b_3 Q_A + c_3 R_A = d_3$$

en las cuales los parámetros y términos independientes son:

$$a_1 = 2 \int_A^S \frac{y \, ds}{I}$$

$$b_1 = - \left[2 \int_A^S \frac{y^2 \, ds}{I} + 2 \int_A^S \frac{\cos^2 \alpha \, ds}{\Omega} \right]$$

$$c_1 = l \int_A^S \frac{y \, ds}{I}$$

$$d_1 = -E \delta \alpha l + \Sigma P_i \left[(l - 2\lambda) \int_A^S \frac{y \, ds}{I} - \int_A^D \frac{x y \, ds}{I} + \right. \\ \left. \lambda \int_A^D \frac{y \, ds}{I} + \int_A^D \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\Omega} \, ds \right] + \Sigma P_d \left[(l - \lambda) \int_A^{D'} \frac{y \, ds}{I} - \right. \\ \left. \int_A^{D'} \frac{x y \, ds}{I} + \int_A^{D'} \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\Omega} \, ds \right]$$

$$a_2 = l \int_A^S \frac{ds}{I}$$

$$b_2 = -l \int_A^S \frac{y \, ds}{I}$$

$$c_2 = 2l \int_A^S \frac{x \, ds}{I} - 2 \int_A^S \frac{x^2 \, ds}{I} - 2 \int_A^S \frac{\sin^2 \alpha \, ds}{\Omega}$$

$$d_2 = \Sigma P_i \left[\left(2l \int_A^S \frac{x \, ds}{I} - (l + \lambda) \int_A^D \frac{x \, ds}{I} \right) - \lambda l \left(\int_A^S \frac{ds}{I} - \right. \right.$$



$$\int_A^D \frac{ds}{I} \Big) - \left(2 \int_A^S \frac{x^2 ds}{I} - \int_A^D \frac{x^2 ds}{I} \right) - \left(2 \int_A^S \frac{\sin^2 \alpha ds}{\Omega} - \int_A^D \frac{\sin^2 \alpha ds}{\Omega} \right) \Big] + \Sigma P_d \left[(l - \lambda) \int_A^{D'} \frac{x ds}{I} - \int_A^{D'} \frac{x^2 ds}{I} - \int_A^{D'} \frac{\sin^2 \alpha ds}{\Omega} \right]$$

$$a_5 = 2 \int_A^S \frac{ds}{I}$$

$$b_5 = -2 \int_A^S \frac{y ds}{I}$$

$$c_5 = l \int_A^S \frac{ds}{I}$$

$$d_5 = \Sigma P_i \left[(l - 2\lambda) \int_A^S \frac{ds}{I} - \int_A^D \frac{x ds}{I} + \lambda \int_A^D \frac{ds}{I} \right] + \Sigma P_d \left[(l - \lambda) \int_A^{D'} \frac{ds}{I} - \int_A^{D'} \frac{x ds}{I} \right]$$

Los coeficientes $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2, a_5, b_5, c_5$ sólo dependen de las dimensiones del arco y se calculan de una vez para siempre;

Los términos independientes d_1, d_2, d_5 son en cambio y como hemos ya dicho, funciones de la magnitud y posición de las sobrecargas.

Conociendo los valores de todos estos términos, las tres ecuaciones de primer grado (1) (2) y (3), permiten deducir las tres incógnitas:

$$(\alpha) \quad \mu_A = \frac{d_1 (c_2 b_5 - b_2 c_5) + d_2 (b_1 c_5 - c_1 b_5) + d_5 (c_1 b_2 - b_1 c_2)}{c_1 (b_2 a_5 - a_2 b_5) + c_2 (a_1 b_5 - b_1 a_5) + c_5 (b_1 a_2 - a_1 b_2)}.$$

$$(\beta) \quad Q_A = \frac{d_1 (a_2 c_5 - c_2 a_5) + d_2 (c_1 a_5 - a_1 c_5) + d_5 (a_1 c_2 - c_1 a_2)}{(\text{el mismo denominador que en } \mu_A)}$$

$$(\gamma) \quad R_A = \frac{d_1 (b_2 a_5 - a_2 b_5) + d_2 (a_1 b_5 - b_1 a_5) + d_5 (b_1 a_2 - a_1 b_2)}{(\text{el mismo denominador que para } \mu_A)}$$

A consecuencia de la variabilidad de I y de Ω , las integrales $\int_A^S$ y las integrales $\int_A^{D \text{ ó } D'}$ que entran en los valores de $a, b, \dots$ etc., no pueden resolverse y para calcular el valor de estos términos debe procederse por cuadratura.

Consiste el procedimiento en dividir la fibra media del semi-arco AS en trozos de longitud conocida ΔS , en los cuales se supone que no varían las características x, y, I, Ω, α correspondientes á la sección media del trozo. Se calcula entonces para cada trozo las expresiones $\frac{\Delta s}{I}, \frac{y \Delta s}{I}, \frac{x \Delta s}{I}, \frac{\cos^2 \alpha \Delta s}{\Omega}$ etc., y se substituyen las integrales por las sumas tomadas entre los límites A y S ó A y D ó D' , según los casos.

Así, por ejemplo, el valor de a_1 es igual á $2 \Sigma_A^S \frac{y \Delta s}{I}$

Claro es que debe adoptarse para esta división en trozos, la misma de los bastidores del arco dividido por los montantes.

51. Cálculo de los valores de $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$, etc.—La fibra media del arco es una parábola cuya ecuación, referida al sistema de ejes que hemos adoptado, es:

$$y = \frac{4f}{l} x \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

y para $f = 24^m,00$ y $l = 120^m,00$ será

$$y = \frac{x}{100} \left(80 - \frac{2}{3} x\right)$$

La inclinación de la tangente en un punto cualquiera se obtiene:

$$\frac{d y}{d x} = t g \alpha = \frac{1}{100} \left(80 - \frac{4}{3} x\right)$$



En el cuadro núm. 6, que va al final de esta Memoria, los trozos ó bastidores se designan por los números de los montantes que los limitan.

Para cada uno de ellos, se han medido ó calculado:

La longitud Δs del trozo;

Las coordenadas x é y correspondientes á la sección media;

Las líneas trigonométricas $\sin \alpha$ y $\cos \alpha$

El momento de inercia I de la sección media;

El área Ω de la misma sección;

Por último, los valores de $\frac{\Delta s}{I}$, $\frac{x \Delta s}{I}$, etc., que entran en las expresiones de $a_1, a_2, \dots$, etc.

Las sumas Σ se obtendrán por simple suma, ya sea de toda la columna, si se trata de obtener Σ_A^S , ya hasta el extremo del trozo que corresponda al punto D ó D' si se quiere $\Sigma_A^{D \text{ ó } D'}$

Las alturas medias aproximadas del arco, en el medio de cada trozo se han inscrito en la columna h .

Por último, haremos observar que los momentos de inercia y las áreas Ω corresponden á las secciones completas, sin descontar los agujeros de los roblones.

Poniendo los valores de las integrales calculadas en el precedente cuadro, en las anteriores expresiones de a_1, a_2 , etc., tendremos:

$$a_1 = 2 \Sigma_A^S \frac{y \Delta s}{I} = 2 \times 15623 = 31246$$

$$\begin{aligned} b_1 &= - \left(2 \Sigma_A^S \frac{y^2 \Delta s}{I} + 2 \Sigma_A^S \frac{\cos^2 \alpha \, d s}{\Omega} \right) \\ &= - 2 (322934 + 1037) = - 647942 \end{aligned}$$

$$c_1 = l \Sigma_A^S \frac{y \Delta s}{I} = 120 \times 15623 = 1874760$$

$$a_2 = l \Sigma_A^S \frac{\Delta s}{I} = 120 \times 816,5 = 97980$$



$$b_2 = - l \sum_A^S \frac{y \Delta s}{I} = - 120 \times 15623 = - 1874760$$

$$c_2 = 2 l \sum_A^S \frac{x \Delta s}{I} - 2 \sum_A^S \frac{x^2 \Delta s}{I} - 2 \sum \frac{\sin^2 \alpha \Delta s}{\Omega}$$

$$= 2 (120 \times 30633 - 1334435 - 177) = 4682696$$

$$a_3 = 2 \sum_A^S \frac{\Delta s}{I} = 2 \times 816,5 = 1633$$

$$b_3 = - 2 \sum_A^S \frac{y \Delta s}{I} = - 2 \times 15623 = - 31246$$

$$c_3 = l \sum_A^S \frac{\Delta s}{I} = 120 \times 816,5 = 97980$$

Introduciendo estos valores en las fórmulas (α) (β) y (γ) anteriormente determinadas obtenemos, finalmente, después de efectuados los cálculos:

$$(\alpha) \quad p_A = - 0,000382089 d_1 + 0,000050163 d_2 + 0,00491353 d_3$$

$$(\beta) \quad Q_A = - 0,000019969 d_1 + 0,000382089 d_3$$

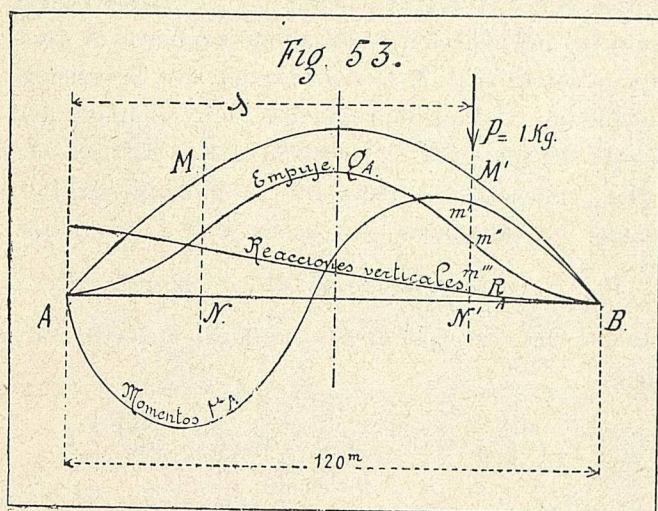
$$(\gamma) \quad R_A = - 0,00000083605 d_2 + 0,0000501628 d_3$$

Estas expresiones nos dan los valores de las reacciones de los apoyos de la izquierda, producidos por un sistema cualquiera de cargas, simétricas ó no con relación al eje del arco y aplicadas en los extremos de los trozos, es decir, en los montantes; para obtenerlos bastará sustituir d_1 , d_2 y d_3 por los valores correspondientes á cada punto calculados por el medio del cuadro anterior, que no sólo da las sumas $\sum_A^S$ sino también las sumas $\sum_A^D$ y $\sum_A^{D'}$ que corresponden á los extremos de los trozos. Si una ó varias fuerzas no coincidieran con uno de los extremos del trozo, se obtendrán fácilmente los valores correspondientes de d_1 , d_2 , d_3 , calculando las sumas $\sum_A^D$ y $\sum_A^{D'}$ por interpolación.

52. Líneas de influencia de las reacciones del apoyo izquierdo.—Es-



tas líneas de influencia son tres curvas pasando por los extremos del arco, cuyas ordenadas en un punto cualquiera son respectivamente proporcionales al momento flector sobre el apoyo A, á la reacción vertical sobre el mismo apoyo y al empuje horizontal, todas producidas por una fuerza de 1^k aplicada en el punto que se considera.



Si, por ejemplo, una carga 1^k se mueve sobre el arco, cuando llegue al punto M' ;

La ordenada $N'm'$ medida con la escala del diagrama, será el momento μ_A ;

La ordenada $N'm''$, será el empuje Q_A ;

Y la ordenada $N'm'''$ será la reacción vertical R_A .

Para obtener las reacciones producidas por un sistema de fuerzas verticales, bastará sumar las ordenadas correspondientes, multiplicándolas por la fuerza.

Las líneas de influencia se trazarán por puntos, calculando un número suficiente de ordenadas por medio de las expresiones

(α) (β) y (γ) y de las expresiones de d_1 , d_2 y d_3 , en las que λ representa la abscisa ó la posición de la carga de 1^k y en la que $P_i = P_d = 1^k$.

Se pueden simplificar los cálculos, observando que las ordenadas correspondientes á un punto M simétrico de M', se deducen fácilmente de las de este punto, sin necesidad de calcular los nuevos valores de d_1 , d_2 y d_3 .

En efecto, las reacciones del apoyo izquierdo A, producidos por la carga colocada en M son evidentemente las mismas, salvo el signo, que las reacciones producidas sobre el apoyo derecho B por la carga situada en M' y viceversa. Estas últimas son fáciles de calcular, conociendo las reacciones de la izquierda. Por consiguiente, una vez calculadas las reacciones de la izquierda (μ_A)_{M'}, (Q_A)_{M'}, (R_A)_{M'}, correspondientes á M', se obtendrán las reacciones de la derecha correspondientes al punto simétrico M, por las relaciones:

$$(\mu_A)_M = -(\mu_B)_{M'} = (\mu_A)_{M'} + l(R_A)_{M'} - 1^k \times (l - \lambda).$$

$$(R_A)_M = (R_B)_{M'} = 1^k - (R_A)_{M'}.$$

$$(Q_A)_M = (Q_A)_{M'}.$$

Las líneas de influencia de las reacciones del apoyo izquierdo se han trazado en el diagrama de la lám. XVII por el procedimiento que acabamos de indicar, adoptando las escalas de 0^m,10 por kilogramo para las fuerzas y 0^m,02 por kilogrametro para los momentos.

Se ha supuesto que la carga de 1 kg. se ha movido sobre el semiarco de la derecha (por ser más sencillas las expresiones de d_1 , d_2 , d_3 en este semiarco que en el de la izquierda); las posiciones sucesivas corresponden á los montantes normales al arco.



Los resultados numéricos figuran en el cuadro núm. 7 y por ahora no hemos tenido en cuenta la influencia de la variación de temperatura, que estudiaremos por separado más adelante.

Daremos un ejemplo:

Las ordenadas de las líneas de influencia del semiarco de la derecha se han calculado, como hemos dicho, por medio de las expresiones (α) (β) (λ) y se han deducido de estos resultados las ordenadas de los puntos simétricos del semiarco izquierdo, del modo siguiente:

$$\begin{aligned} (p_A)_s &= (p_A)_{s'} + (R_A)_{s'} \times l - (l - \lambda) = \\ &5,124 + 0,08968 \times 120 - 27,55 = -11,664. \end{aligned}$$

$$(Q_A)_s = (Q_A)_{s'} = 0,478.$$

$$(R_A)_s = 1 - (R_A)_{s'} = 1 - 0,08968 = 0,91032.$$

Para cargas verticales cualesquiera, aplicadas en los montantes 1-2-3..... 6-8-10....., las relaciones (α) (β) (λ) ó sean las curvas de influencia que son su traducción gráfica, permiten calcular las reacciones del apoyo izquierdo.

Si las cargas se aplican en puntos cualesquiera, las curvas citadas permiten un método de interpelación suficientemente aproximado. Por consiguiente, se calculará por la escala las ordenadas relativas á las diversas cargas verticales situadas en sus posiciones verdaderas y se multiplicará cada una de ellas por la fuerza correspondiente.

La suma de todos estos productos es la reacción que se busca.

53. Cálculo del momento flector, de la compresión longitudinal y del esfuerzo cortante en un punto cualquiera.—Calculados como acabamos de ver las reacciones sobre el apoyo izquierdo, correspondientes á un sistema de cargas, se determinan los elementos de la fuerza elástica en un punto cualquiera de la fibra media; de abs-

cisa x , de ordenada y y de inclinación α por medio de las expresiones siguientes, anteriormente establecidos (pág 97).

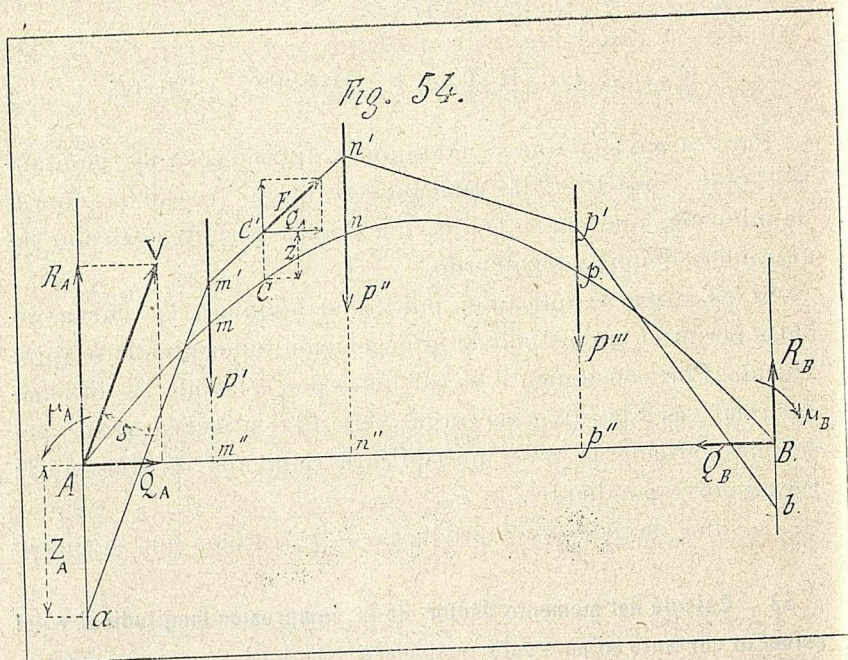
Momento flector: $\mu = \mu_A + R_A x - Q_A y - \Sigma m$.

Compresión longitudinal: $\mu = R_A \text{ sen } \alpha + Q_A \text{ cos } \alpha - \text{sen } \alpha \Sigma P$.

Esfuerzo cortante: $T = R_A \text{ cos } \alpha - Q_A \text{ sen } \alpha - \text{cos } \alpha \Sigma P$.

Pero como será más rápido un método gráfico por medio del polígono de presiones, vamos á explicar el empleado para determinar los elementos μ , N y T .

Polígono de presiones.—Consideremos un arco empotrado AB , cargado por fuerzas P' P'' P''' .



Las reacciones del apoyo izquierdo se obtienen midiendo las ordenadas de las líneas de influencia.

La resultante en las reacciones Q_A y R_A es una fuerza AV . La resultante de las tres reacciones μ_A , Q_A y R_A , es decir, la reacción total del apoyo A , es aquella misma fuerza, desplazada paralelamente á sí misma, según la dirección am' , á una distancia δ tal que $AV \times \delta = \mu_A$, ó lo que es lo mismo, tal que $Q_A \times Z_A = \mu_A$.

El punto de paso a de la resultante se encuentra á una distancia vertical $Z_A = \frac{\mu_A}{Q_A}$, y por encima ó por debajo del apoyo

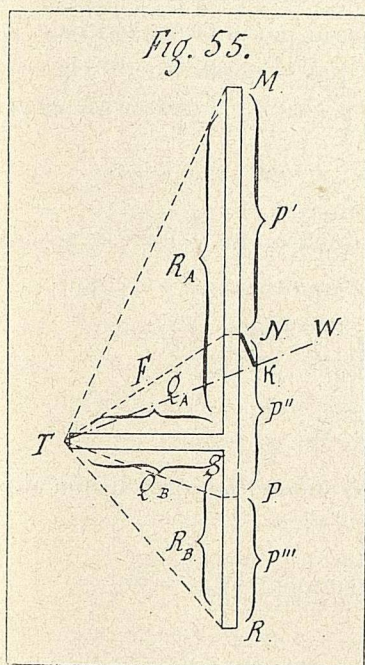
A , según que μ_A sea positivo ó negativo. La línea am' paralela á AV es la línea de acción de la fuerza exterior que actúa

de A á m . La resultante de esta fuerza exterior y de la carga P' es la fuerza exterior que actúa sobre el arco de m á n , y se dirige según $m' n'$.

Del mismo modo, la resultante de todas las fuerzas que actúan á la izquierda de n , se dirige según $n' p'$, etc. El polígono $am' n' p' b'$, cuyos lados son las líneas de acción de las fuerzas exteriores que actúan sobre el arco, es el *polígono de presiones*.

El polígono auxiliar de las fuerzas $MNPRSTSM$, en el cual los esfuerzos $P'P''P'''$ y las reacciones Q_A y R_A , Q_B y R_B han

sido trazadas en escala y según sus direcciones verdaderas, nos da inmediatamente el tamaño y dirección de las fuerzas exteriores sucesivas. En efecto, en este polígono TM es en magni-



tud y sentido la resultante de Q_A y de R_A ; TN es la resultante de la primera fuerza exterior TM y de la carga P' ; es decir, que la resultante de Q_A , R_A y P' es la fuerza exterior que actúa de m á n ; del mismo modo TP es la resultante de Q_A , R_A , P' y P'' , etc.

El punto de paso a estando determinado por la relación $Z_A = \frac{\mu_A}{Q_A}$, para obtener el polígono de las presiones relativo á las cargas $P'P''P'''$, nos bastará trazar por a una paralela am' á TM; por el punto de encuentro m' de am' con la primera carga P' una paralela á TN y así sucesivamente; como comprobación de esta construcción debe el último lado pasar por el punto b situado por encima ó por debajo de B, según que el momento de empotramiento del apoyo B sea negativo ó positivo y á una distancia vertical de este apoyo $Z_B = \frac{\mu_B}{Q_B}$.

Para esta comprobación se determinarán los valores de μ_B y Q_B , que son fáciles de calcular una vez conocidos μ_A y Q_A , pues:

$$\mu_B = - \left(\mu_A + R_A l - \Sigma M_B P \right)$$

$$Q_B = - Q_A.$$

En el caso en que las cargas sean simétricas con relación al eje del arco, tendremos:

$$\mu_A = - \mu_B \text{ y, por consiguiente, } Z_A = Z_B.$$

55. Momento flector en un punto cualquiera.—Una vez trazados, como acabamos de explicar, el polígono de las presiones y el polígono auxiliar de las fuerzas, para obtener el momento flector en un punto cualquiera C, basta multiplicar el empuje por la



distancia vertical Z desde el punto C al polígono de presiones, distancia Z que se mide sobre el diágrama con la escala de longitudes.

En efecto, el lado $m' n'$ es la línea de acción de la resultante de todas las fuerzas exteriores (cargas y reacciones) que actúan á la izquierda del punto C .

El momento flector en un punto, siendo la suma de los momentos con relación á este punto de todas las fuerzas (cargas y reacciones) que actúan á la izquierda de este punto, ó lo que es lo mismo, el momento de su resultante, tendremos:

μ = Momento de F con relación á C = Momento componente vertical de F + Momento componente horizontal de F

$$= O + Q_A Z$$

de donde

$$\mu = Q_A Z$$

μ será positivo ó negativo, según que Z sea positivo ó negativo, es decir, según que el polígono de presiones se encuentre por encima ó por debajo de la fibra media del arco.

56. Compresión longitudinal y esfuerzo cortante en un punto cualquiera.—La compresión longitudinal en el punto cualquiera C siendo la suma de las proyecciones de las fuerzas que actúan á la izquierda de C sobre la tangente á la fibra media en este punto, la compresión longitudinal que se busca será la proyección de su resultante F sobre la tangente en C , y para obtenerla nos bastará trazar en el polígono auxiliar la línea TW paralela á la tangente en C y medir la proyección TK de la fuerza exterior $F = TN$, de tal manera que:

Compresión longitudinal en C : $N = TK$ medida en la escala del polígono auxiliar.

El esfuerzo cortante en C es la proyección de la fuerza exterior sobre la normal á la fibra media en C y está representado



sobre el polígono de las fuerzas por NK, proyección de la fuerza exterior $F = TN$ sobre la perpendicular NK á la tangente, es decir, sobre la normal al arco, de tal modo que:

$$\text{Esfuerzo cortante en C:} \quad T = NK.$$

A causa de la convención admitida anteriormente para los signos, el esfuerzo cortante es positivo cuando se dirige de abajo arriba y negativo en el sentido contrario, ó lo que es lo mismo, que es positivo cuando la proyección KN de la fuerza exterior se encuentra por encima de la paralela á la tangente TW y negativo cuando está por debajo.

La construcción de las paralelas á las tangentes del arco puede hacerse muy sencillamente, si tenemos en cuenta la siguiente observación:

Siendo la fibra media una parábola, puede considerarse como un polígono funicular de una carga uniformemente repartida de 1^k por metro corriente, extendiéndose sobre toda la longitud de la cuerda del arco, considerado como viga recta simplemente apoyada en 2 puntos; en este caso los radios vectores sucesivos del polígono auxiliar son paralelos á las tangentes sucesivas de la parábola.

Si Δ es la distancia polar del polígono funicular, que coincidiera con la fibra media del arco, y p la carga ficticia de 1^k por metro corriente, extendida sobre la cuerda del arco, se deduce, en virtud de las propiedades conocidas de los polígonos funiculares:

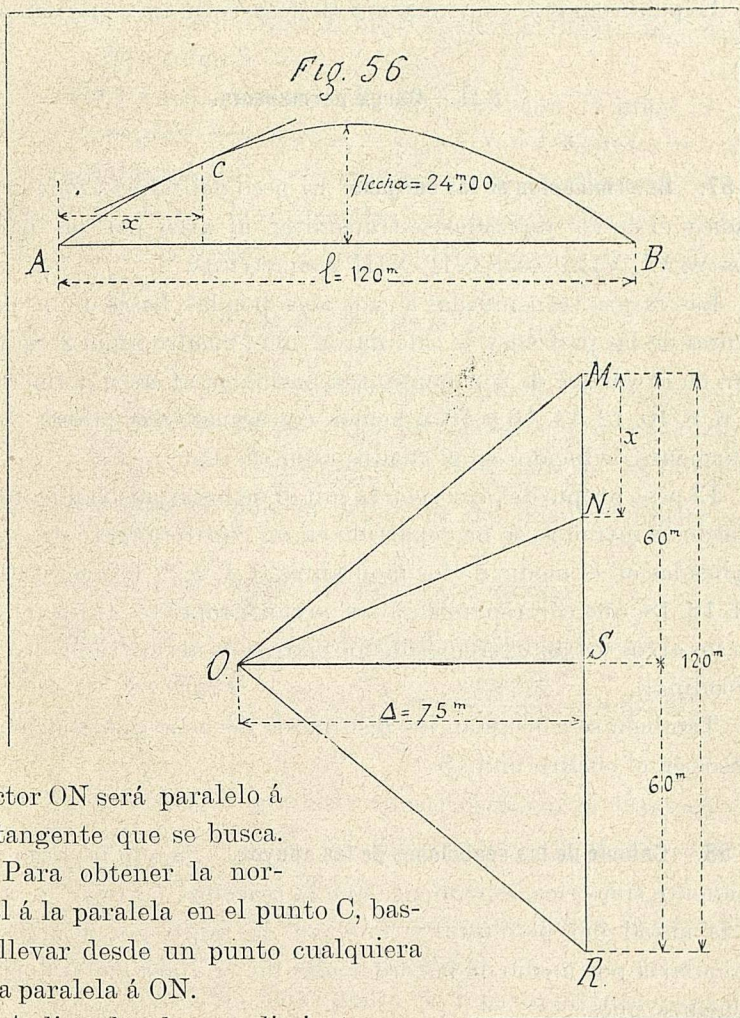
$$\Delta \propto \text{flecha del arco} = \frac{1}{8} p l^2 \text{ ó sea } \Delta \propto 24 = \frac{1}{8} \overline{120}^2$$

$$\text{de donde: } \Delta = \frac{\overline{120}^2}{8 \times 24} = 75^m,00$$

Se trazará una línea vertical MR, que represente en una escala cualquiera $l = 120^m,00$ y desde el medio S una horizontal SO representando en la misma escala $\Delta = 75^m,00$.



OM será paralela á la tangente en el origen, y para obtener la tangente en un punto cualquiera C de abscisa x , se llevará sobre la vertical $MN = x$ en la escala del polígono auxiliar: el radio



vector ON será paralelo á la tangente que se busca.

Para obtener la normal á la paralela en el punto C, basta llevar desde un punto cualquiera una paralela á ON.

Aplicando el procedimiento que acabamos de exponer á los diferentes casos de: carga permanente; sobrecargas y acción de temperatura, se determinan los mo-

mentos flectores, comprensión longitudinal y esfuerzos cortantes producidos por aquellos datos, que son los elementos que necesitamos obtener para determinar las dimensiones necesarias de las distintas partes de la obra.

Expondremos á continuación el desarrollo de estos cálculos.

§ II.—Carga permanente.

57. Determinación de las cargas.—El peso del tablero y de la calzada y el de las palizadas se transmiten al arco por las palizadas V, VI, VII....., XI, XII, XIII y simétricas.

Las cargas transmitidas á cada arco por las bases de los montantes de las palizadas se calcularon en el cuadro núm. 2. Se aplican en el vértice de los montantes normales al arco números 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16 y 18, y hemos consignado sus valores anteriormente deducidos en el cuadro núm. 8.

El peso propio del arco, con la mitad de los arriostramientos de trasdós é intradós, se ha repartido en un cierto número de cargas aplicadas en el medio de los montantes 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, que corresponden á los arriostramientos transversales de los arcos y á los extremos de los marcos de arriostramiento longitudinal.

También se consignan los resultados de esta distribución de pesos en el cuadro núm. 8.

58. Cálculo de las reacciones de los apoyos.—Siendo la carga permanente simétrica, es evidente que la reacción vertical es igual á la mitad del peso total y, que por lo tanto, no es necesario calcularla por medio de las ordenadas de la línea de influencia; tenemos, pues:

$$R_A = \sum_A^S P.$$



La línea de influencia del empuje, siendo también simétrica, sólo necesitaremos calcularla para un semiarco y doblar el resultado: $Q_A = 2 \sum_A^S P_{q_A}$, siendo q_A la ordenada de la línea de influencia correspondiente á P, medida sobre el diágrama, ó deducido del cuadro núm. 7.

En cuanto á los momentos de empotramiento, la línea de influencia no es simétrica, pero si se consideran dos puntos del arco simétricamente colocados y cargados por dos fuerzas iguales, y si llamamos m'_A y m''_A las ordenadas correspondientes (en magnitud y signo) de la línea de influencia del momento, tendremos:

$$\mu_A = \sum_A^S (m'_A + m''_A).$$

En el cuadro núm. 8 se resume el cálculo de las reacciones del apoyo bajo la acción de la carga permanente. Los coeficientes m'_A , m''_A y q_A se han medido sobre el diágrama de las líneas de influencia, y también pueden deducirse del cuadro anterior número 7.

Las reacciones del apoyo izquierdo son, pues:

$$\left. \begin{array}{l} \mu_A = -236315 \dots\dots\dots \\ Q_A = 2 \times 78937 = 157874^k \dots\dots\dots \\ R_A = 143460^k \dots\dots\dots \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{la ordenada del punto de paso, es:} \\ Z_A = \frac{\mu_A}{Q_A} = -\frac{236315}{157874} = -1^m,497. \end{array}$$

Estos elementos nos permiten construir la curva de presiones que figuran en la lámina XVIII, y por consecuencia, determinar el momento flector en cada punto.

Como todas las cargas son simétricas, solo hemos construído el diágrama correspondiente á un semiarco.

El polígono auxiliar (línea negra de la parte inferior), superpuesto al haz de las paralelas á las tangentes (línea azul) está en la escala de 2^m/m por tonelada; nos permite determinar inmediatamente la compresión longitudinal y el esfuerzo cortante en el

origen de cada uno de los marcos del arco, para lo que basta proyectar los radios vectores sobre las tangentes y las normales.

Conociendo μ , N y T en un punto cualquiera, el trabajo resultante para el metal, producido por la carga permanente, es:

$$\begin{aligned} \text{En el trasdós} \quad R' &= \frac{v'\mu}{I} + \frac{N}{\Omega} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \Omega = \text{sección del arco en el punto con-} \\ \text{siderado, deduciendo los agujeros} \\ \text{de los roblones.} \end{array} \right. \\ \text{En el intradós } R'' &= -\frac{v''\mu}{I} + \frac{N}{\Omega} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \frac{v'}{I} \text{ y } \frac{v''}{I} \text{ son los módulos de resis-} \\ \text{tencia.} \end{array} \right. \end{aligned}$$

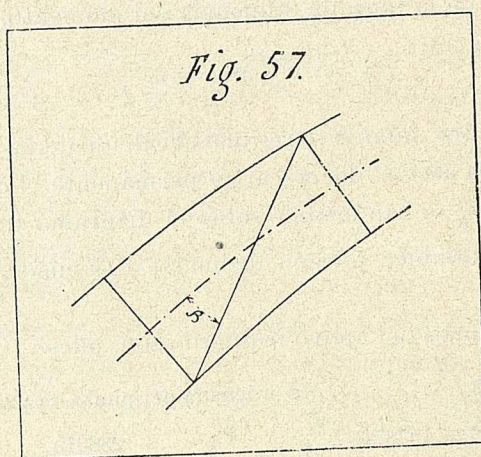


Fig. 57.

$$\begin{aligned} \text{En el montante} \quad R_m &= \frac{T}{\omega_m} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \omega_m = \text{sección neta del montante.} \\ \omega_d = \text{sección neta de la diagonal.} \end{array} \right. \\ \text{En la diagonal } R_d &= \frac{T}{\omega_d \sen \beta} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \beta = \text{ángulo de la diagonal con la fibra} \\ \text{media del arco.} \end{array} \right. \end{aligned}$$

Como ω_m difiere poco de ω_d , resulta que ω_m es siempre mayor que $\omega_d \sen \beta$ y que, por lo tanto, el trabajo en los montantes es inferior al de las diagonales. Así es que solo calculamos este trabajo en estas últimas piezas.

Los momentos de inercia, módulos de resistencia y secciones

del arco en los empalmes con los montantes, así como las secciones de las diagonales, se consignan en el cuadro núm. 9.

La sección O es la sección del apoyo del arco sobre las zapatas; está formada por la reunión de los extremos de las cabezas. En esta sección puede admitirse que la presión es uniforme en cada una de las cabezas. (Véanse láms. 13, 15 y 16.)

Las cifras de dicho cuadro permiten calcular el trabajo del metal en el trasdós, en el intradós y en las diagonales.

Resumimos este cálculo en el cuadro núm. 10.

Los momentos flectores $\mu = Q_A Z$, las compresiones longitudinales N y los esfuerzos cortantes T producidos por la carga permanente y que se consignan en dicho cuadro, resultan de las mediciones hechas sobre el diagrama de la lám. 18.

Ahora bien, los coeficientes de trabajo de las cabezas y diagonales inscritos en el cuadro núm. 10, sólo se refieren á los esfuerzos producidos por la carga permanente.

Para obtener el trabajo del metal, en las circunstancias más desfavorables en que pueda encontrarse el puente, es menester añadir á estos coeficientes el trabajo producido por los casos más desfavorables de sobrecargas, el ejercido por la variación de temperatura y el que pueda determinar la acción del viento.

Vamos, pues, á calcular ahora los efectos de estas sobrecargas y acciones.

§ III.—Sobrecarga estática de 300^k por m.²

59. Generalidades.—La sobrecarga de 300^k por m.² se transmite á los arcos por las palizadas; se supone extendida sobre una parte del tablero, variable en posición y longitud, de tal manera que llegue á realizar el trabajo máximo en todos los puntos del trasdós, del intradós y de las diagonales.

En todos los casos se supone la sobrecarga extendida en todo



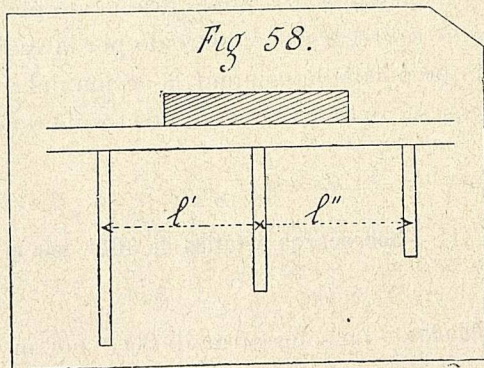
el ancho del tablero, lo que produce para cada viga y para cada arco una carga de $\frac{6,00}{2} \times 300 = 200^k$ por metro corriente de tablero cargado.

La longitud de tablero, cargado se supone comprendida entre el punto medio de un tramo hasta el punto medio de otro tramo.

Análogamente á lo que hemos hecho para la carga permanente, calcularemos el trabajo máximo en las secciones correspondientes á los montantes y en todas las diagonales.

Para cada sección determinaremos el trabajo máximo de compresión y el trabajo máximo de extensión en el trasdós y en el intradós, y procederemos del mismo modo para cada diagonal.

Para esto necesitamos calcular el efecto producido separadamente por cada una de las palizadas V, VI, VII.... V', VI'....., supuestas cargadas solas, sobre todas las secciones y sobre todas las diagonales de la mitad izquierda del arco. Sumando todos los trabajos positivos producidos en un punto determinado ó en una diagonal dada, se obtiene el trabajo máximo total de compresión



en este punto y en esa diagonal y el conjunto de las partes de sobrecarga que producen trabajos positivos forma el caso de sobrecarga estática más desfavorable para la compresión.

Del mismo modo, la suma de trabajos negativos es el trabajo máximo de extensión, y el conjunto de las sobrecargas parciales correspondientes, constituye el caso desfavorable de sobrecarga para la extensión.

60. Cargas en las palizadas.—Prescindiremos de la continuidad de las vigas suponiendo que la zona de sobrecarga que se extiende desde el medio del tramo situado á la izquierda de una palizada, hasta el medio del tramo siguiente de la derecha, se transmite exclusivamente al arco por medio de esta palizada.

Su valor es entonces:

$$P = 900 \times \frac{l' + l''}{2}.$$

Ejemplo. Carga transmitida por la palizada VII:

$$P_{\text{VII}} = 900 \times \frac{7,00 + 6,00}{2} = 5850^k.$$

En el cuadro núm. 11 se consignan todas las cargas, transmitidas al arco por cada una de las palizadas.

61. Reacciones de los apoyos del arco.—Las reacciones producidas por las sobrecargas de las palizadas se obtienen, como anteriormente hemos calculado, las de la carga permanente, por medio de las líneas de influencia, ó de los coeficientes ya determinadas para la carga permanente.

Ejemplo. Para la carga 5850^k transmitida por cada pié de la palizada VII tendremos:

$$(Q_A)_{\text{VII}} = 0,28 \times 5850 = 1638^k \text{ (véase el cuadro núm. 8)}$$

$$(R_A)_{\text{VII}} = 0,952 \times 5850 = 5569^k \text{ (el coeficiente 0,952, se mide sobre la línea de influencia. Lám. XVII)}$$



$(p_A)_{VII} = -12,05 \times 5850 = -70492$ (el coeficiente 12,05 está en el cuadro núm. 8).

El punto de paso de la reacción en A se encuentra á una distancia vertical del apoyo

$$(Z_A)_{VII} = \left(\frac{p_A}{Q_A} \right)_{VII} = - \frac{70492}{1638} = -43^m,04.$$

Los resultados de este cálculo se consignan en el cuadro número 11.

62. Momentos flectores.—En la lámina núm. XIX, hemos trazado los polígonos de las presiones, separadas de todas las cargas transmitidas por las palizadas, ó más bien la parte de estos polígonos que se encuentran encima de la mitad izquierda del arco; el otro semiarco es evidentemente simétrico.

El momento en un punto es igual al producto de la distancia vertical del punto al polígono de las presiones, multiplicado por el empuje correspondiente.

Ejemplo. Momento flector producido por la carga de la palizada X en el punto 6.

Se mide sobre el diágrama $Z_6 = -1^m,98$.

El empuje producido por la carga X es:

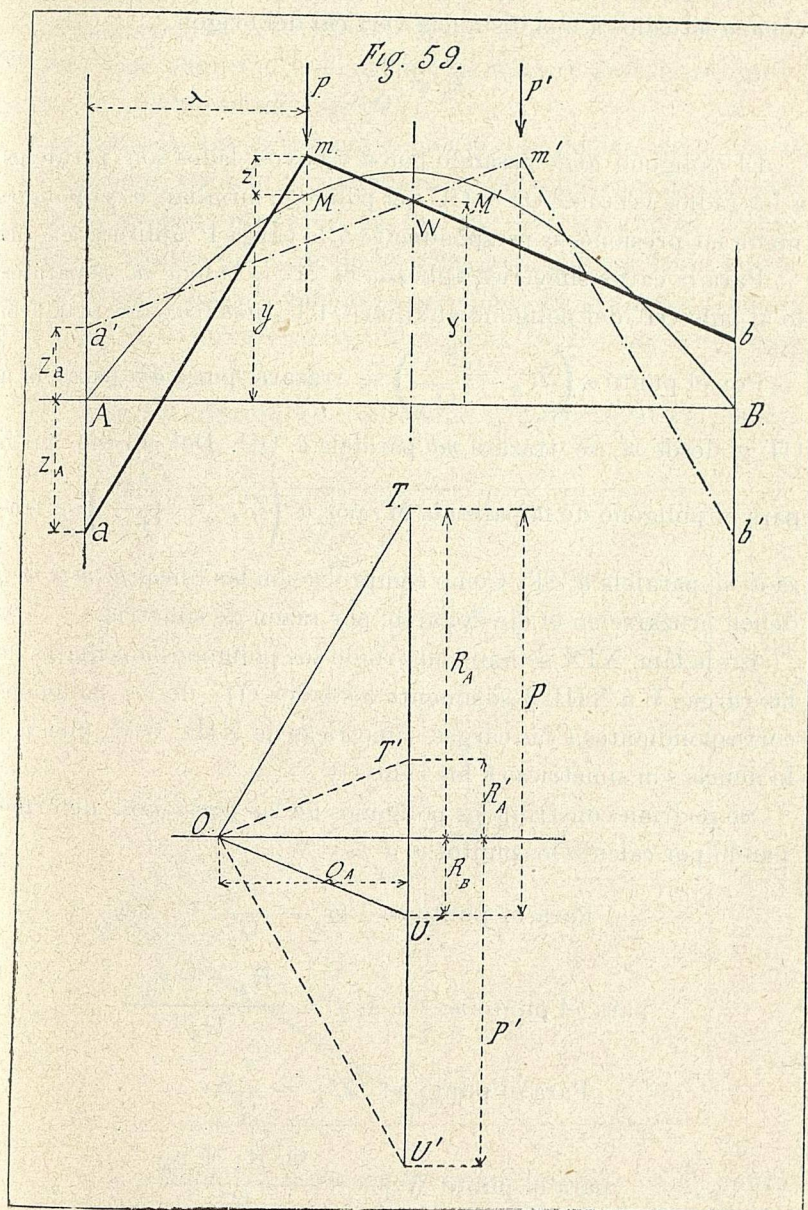
$$Q_A = 4644^k \text{ (véase cuadro núm. 11).}$$

El momento buscado es:

$$(p_6)_X = Z_6 (Q_A)_6 = -1,98 \times 4644 = -9200.$$

Para trazar los polígonos de las presiones, es necesario construir los polígonos auxiliares de las fuerzas y de las reacciones con el empuje como distancia polar, y trazar los polígonos funi-





culares de estas fuerzas pasando al origen por los puntos tales como a situados á una distancia vertical del origen

$$Z_A = \frac{\mu_A}{Q_A}.$$

El polígono amb pasando por a y cuyos lados son paralelos á los radios vectores OT y OU del polígono auxiliar, es el polígono de las presiones correspondiente á la carga P aplicada en M.

Para la carga simétrica aplicada en M', el lado $a'm'$ es paralelo al lado OT' del polígono auxiliar OT'U' *simétrico* del primero.

Por el punto a $\left(Z_A = \frac{\mu_A}{Q_A}\right)$ se trazará, pues, am paralela á OT y desde m , se trazará mb paralela á OU. Del mismo modo para el polígono de la palizada M', por a' $\left(Z'_A = \frac{\mu'_A}{Q'_A}\right)$ se traza $a'm'$ paralela á OT'. Como comprobación las líneas $a'm'$ y mb deben cruzarse en el eje del arco, por razón de simetría.

En la lám. XIX se han construido los polígonos auxiliares de las cargas V á XIII; y solamente los lados OT' de los polígonos correspondientes á las cargas simétricas de XIII' á V', que por lo demás son simétricas á los lados OU.

Se podrían construir los polígonos de las presiones, determinando por cálculo los puntos a , $a'm$ y W:

$$\text{Para el punto } a: Z_A = \frac{\mu_A}{Q_A};$$

$$\text{para el punto } m: (z + y) = \frac{R_A \lambda + \mu_A}{Q_A}.$$

$$\text{Para el punto } a': Z'_A = \frac{\mu'_A}{Q'_A};$$

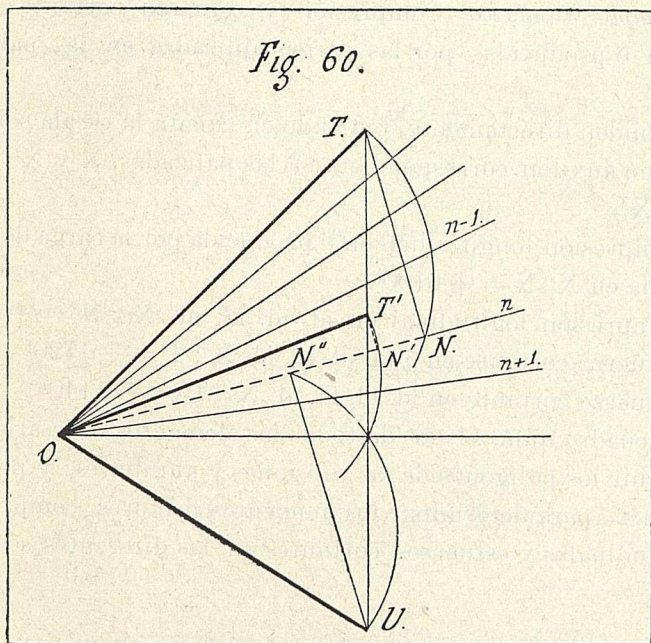
$$\text{para el punto } W \gamma = \frac{60 R_A + \mu_A}{Q_A}.$$



63. Compresiones longitudinales y esfuerzos cortantes.—Los radios vectores tales como OT , OU , OT' de los polígonos auxiliares, representan en magnitud y dirección las fuerzas exteriores resultantes que actúan sobre el arco.

Superponiéndose estos polígonos al haz de las tangentes al arco (haz azul, trazado como explicamos al ocuparnos de la carga permanente) hasta proyectar las fuerzas exteriores sobre dichas tangentes y sobre las normales á éstas, para obtener las compresiones longitudinales y esfuerzos cortantes. Se facilita el trazado con los arcos de círculo construidos sobre las fuerzas exteriores como diámetro.

En la figura adjunta, On representa la tangente al arco en un



punto cualquiera n , OT la fuerza exterior actuando en el punto n correspondiente á la carga de una cierta palizada M , OT' la

fuerza exterior resultante producida en el mismo punto n por la carga de la palizada simétrica M' ; tendremos:

Compresión longitudinal en el punto n producida por la palizada $M = ON$ (que se mide con la escala en el diagrama).

Esfuerzo cortante íd. íd. íd. íd. $M = NT'$ (íd. íd.).

Compresión longitudinal en el punto n íd. íd. $M' = ON'$ (ídem ídem).

Esfuerzo cortante íd. íd. íd. íd. $M' = NT'$ (íd. íd.).

Si el punto considerado n se encontrara situado entre la palizada y el eje en lugar de estar á la izquierda de la palizada, las fuerzas exteriores resultantes serían OU para la palizada M y OT' para la palizada M' ; las compresiones longitudinales serían ON'' y ON' y los esfuerzos cortantes $N''U$ y $N'T'$.

Ejemplo numérico: Compresión y esfuerzo cortante en la sección 6 producidas por las cargas aplicadas en las palizadas X y X' .

Se miden directamente (teniendo en cuenta la escala sobre el polígono auxiliar correspondiente á las palizadas X y X' (lámina XIX.)

Compresión longitudinal en 6 producida por la carga de 5400^k aplicada en $X : N = + 6100^k$.

Compresión logitudinal en íd. íd. íd. íd. $X' : N' = + 4640^k$.

Esfuerzo cortante en 6 íd. íd. íd. íd. $X : T = + 1720^k$.

Esfuerzo cortante en íd. íd. íd. íd. $X' : T' = - 1140^k$.

El cuadro núm. 11 nos da todos los elementos necesarios para construir los polígonos de las presiones y auxiliares, y por consecuencia, para determinar los momentos flectores, compresiones longitudinales y esfuerzos cortantes en las diferentes secciones.

64. Trabajo en las cabezas y en las diagonales.—Conocidas por medio del diagrama de la lám. XIX los valores de μ , N y T , determinados en cada sección por cada una de las cargas separadas, se



calcula el trabajo como lo hemos hecho precedentemente por medio de las fórmulas.

En el trasdós:

$$R' = \frac{1}{10^6} \left(\frac{v'\mu}{I} + \frac{N}{\Omega} \right).$$

En el intradós:

$$R'' = \frac{1}{10^6} \left(- \frac{v''\mu}{I} + \frac{N}{\Omega} \right).$$

En las diagonales:

$$R_d = \frac{I}{10^6} \left(\frac{T}{\omega \operatorname{sen} \beta} \right).$$

Ejemplo numérico.—Acción de la carga aplicada en X sobre la sección 6 y sobre la diagonal 6 — 7.

Para esta sección tenemos:

$$\mu = -9200; \frac{v'}{I} = 19,56; \frac{1}{\Omega} = 23,17$$

$$N = +6100; \frac{v''}{I} = 15,30; \frac{1}{\omega \operatorname{sen} \beta} = 333,9$$

$$T = +1720$$

de donde:

En el trasdós:

$$R' = \frac{1}{10^6} (-19,56 \times 9200 + 6100 \times 23,17) =$$

$$-0^k,039 \text{ por m/m}^2.$$

En el intradós:

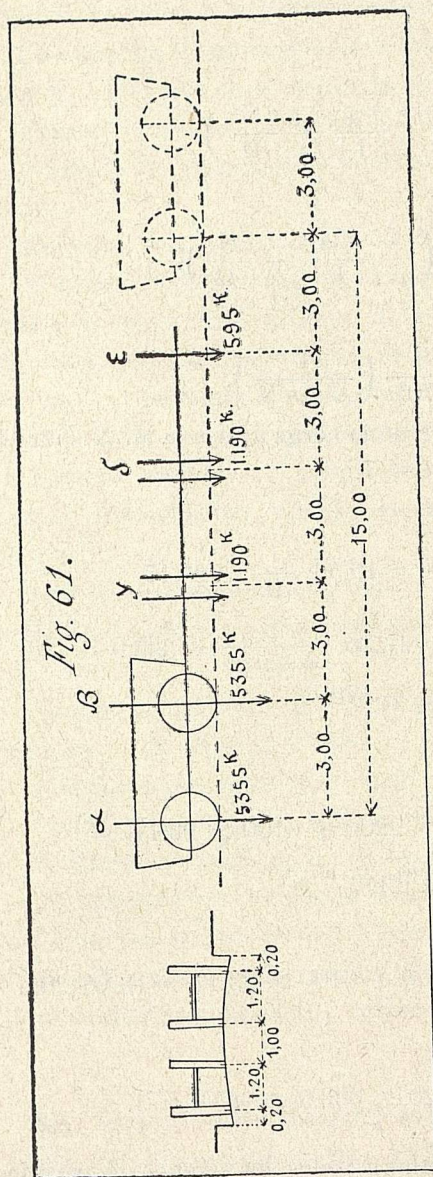
$$R'' = \frac{1}{10^6} (+15,30 \times 9200 + 6100 \times 23,17) = +0^k,282.$$

En las diagonales:

$$R_d = \frac{1}{10^6} (+1720 \times 333,9) = +0^k,574.$$

Calculando de la misma manera todos los elementos para las distintas palizadas, obtenemos los cuadros números 12, 13 y 14,





que nos dan el trabajo producido por cada una de las palizadas en los diferentes trozos de cabezas de trasdós é intradós y en las diagonales.

Las tensiones y compresiones máximas deducidas en dichos cuadros deben combinarse con los resultados de la carga permanente, de la variación de temperatura y de la acción del viento, para obtener así en cada punto la mayor fatiga del metal.

En lo que se refiere al último cuadro (de las diagonales), debemos observar que para obtener el trabajo máximo positivo ó negativo en las diagonales, no es necesario calcular separadamente los valores de R para cada sobrecarga parcial; nos bastaría medir los esfuerzos cortantes parciales, sumar en cada diagonal los términos positivos y negativos y multiplicar estos resultados por

$$\frac{1}{\omega \sin \beta}.$$

En los tres cuadros números 12, 13 y 14, las partes



comprendidas entre las líneas horizontales gruesas escalonadas, indican las zonas del tablero que deben cubrirse con la sobrecarga de 300^k por $m.^2$ para obtener el trabajo positivo máximo en cada sección de cabeza ó en cada diagonal. Las sobrecargas complementarias producen el trabajo negativo máximo.

§ IV.—Sobrecargas dinámicas ó de carros móviles.

65. Supondremos que los dos carros que caben á lo ancho en el pavimento del tablero, circulan en el mismo sentido y aproximándose lo más posible al borde del andén, admitiendo que la carga máxima que así actúa sobre la viga correspondiente á este andén, se transmite íntegra al arco correspondiente.

El caso más desfavorable es el de dos filas de carros de cuatro ruedas, que producen, según ya vimos, una mayor carga que las dos filas de carretas de dos ruedas. Al calcular en el capítulo II la resistencia de los tramos dijimos que el conjunto de dos carros de frente, dispuestos transversalmente, según indica la figura 61, es equivalente al sistema ficticio de fuerzas representado en la misma.

Calcularemos los efectos producidos en las cabezas y en las diagonales del semiarco de la izquierda, por los siguientes casos de sobrecarga dinámica:

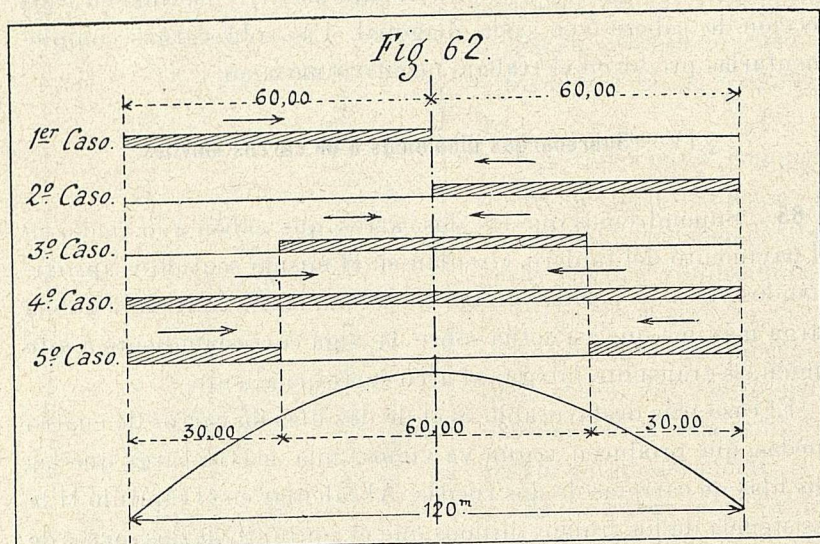
1.º El semiarco izquierdo está cargado con cuatro carros de cuatro ruedas, suponiendo que el eje trasero α del primer carro coincida con la palizada XII (véase el diágrama de la lám. XX).

2.º El semiarco derecho está cargado simétricamente al primer caso.

3.º La parte central de 60^m está cubierta por dos filas de cuatro carros dispuestos simétricamente con relación al eje (aunque esta disposición no puede verificarse en la práctica, pues en el centro del puente no pueden superponerse los tiros de cuatro carros, la admitiremos para nuestros cálculos, porque los simplifica mucho y da resultados suficientemente aproximados á la verdad).



4.º El arco entero se carga con dos filas de ocho carros dispuestos simétricamente.



5.º Los dos extremos del arco se cubren con dos filas de dos carros en cada lado, dispuestos también simétricamente al eje.

Todas estas hipótesis se dibujan con más detalle en la lámina XX.

La distribución de estas cargas sobre las distintas palizadas se determina con suficiente aproximación por medio de las líneas de influencia de los esfuerzos cortantes (véase cap. II).

La carga sobre una palizada es igual a la suma de los esfuerzos cortantes a derecha é izquierda de la palizada. Se miden estas cargas sobre el diagrama, según ya explicamos al ocuparnos del cálculo de los tramos, colocando los vehículos en las posiciones de las cinco hipótesis admitidas.

En el cuadro núm. 15 consignamos las cargas aproximadas así determinadas, que actúan sobre el arco en cada una de las hipótesis.

Su examen nos demuestra:

1.º Que á consecuencia de la simetría admitida, las cargas del segundo caso son simétricas de las del primer caso.

2.º Que las cargas del cuarto caso (carga sobre todo el arco) son iguales á las sumas de las cargas correspondientes al primero y segundo caso.

3.º Que las cargas del quinto caso son iguales á la diferencia de las cargas correspondientes del cuarto y del tercer caso.

Estas relaciones entre las cargas existen igualmente entre los efectos de las cargas y, por lo tanto, si calculamos el trabajo del metal producido en las diversas secciones y en las diagonales del semi-arco izquierdo para los tres primeros casos de sobrecarga dinámica, se deducirán por simple suma ó resta, el trabajo en los mismos puntos resultante de las hipótesis 4.ª y 5.ª, pues trabajo en el punto n producido por la carga completa (cuarto caso):

$$(R_n)_4 = (R_n)_1 + (R_n)_2 \text{ y } (R_n)_5 = (R_n)_4 - (R_n)_3.$$

El procedimiento que hemos empleado para determinar los efectos de los tres primeros casos de sobrecarga dinámica, es el mismo que explicamos para la sobrecarga estática, es decir: Construcción de los tres polígonos de presiones (en la parte de ellos que se encuentra encima del semi-arco izquierdo); medida de las distancias Z de estos polígonos á la fibra media y cálculo de los valores del momento μ ; construcción de los valores de N y T por por medio de los polígonos auxiliares y, en fin, cálculo de los trabajos del metal por las fórmulas:

$$R' = \frac{v' u}{I} + \frac{N}{\Omega}$$

$$R'' = -\frac{v'' u}{I} + \frac{N}{\Omega}$$

$$R_d = \frac{T}{\omega_d \sin \beta}$$



Los resultados obtenidos para los tres primeros casos, nos dan por suma y resta los efectos ejercidos en los casos 4.º y 5.º

En el cuadro núm. 16 consignamos las reacciones y los elementos para la construcción de los polígonos de presiones y polígonos auxiliares.

De dicho cuadro se deducen las reacciones del apoyo izquierdo, que son:

$$\text{Primer caso...} \left\{ \begin{array}{l} \text{Momento de em-} \\ \text{potramiento... } \mu_A = -319643 \\ \text{Empuje horizon-} \\ \text{tal..... } Q_A = 34264^k \\ \text{Reacción verti-} \\ \text{cal..... } R_A = 45382^k \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{El punto de paso de la cur-} \\ \text{va de presiones está á una} \\ \text{distancia vertical del ori-} \\ \text{gen:} \\ Z_A = \frac{\mu_A}{Q_A} = -\frac{319643}{34244} = \\ -9^m,939. \end{array}$$

$$\text{Segundo caso...} \left\{ \begin{array}{l} \text{Momento..... } \mu_A = +272036 \\ \text{Empuje..... } Q_A = 34264^k \\ \text{Reacción..... } R_A = 9418 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Punto de paso:} \\ Z_A = \frac{272036}{34264} = +7^m,939. \end{array}$$

$$\text{Tercer caso..} \left\{ \begin{array}{l} \text{Momento..... } \mu_A = +152474 \\ \text{Empuje..... } Q_A = 56910 \\ \text{Reacción..... } R_A = 27350 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Punto de paso:} \\ Z_A = \frac{152474}{56910} = +2^m,679. \end{array}$$

Midiendo sobre el diagrama de la lám. XX los valores de Z, N y T para cada caso de sobrecarga, y teniendo en cuenta las secciones correspondientes adoptadas, se calculan los trabajos del metal en las cabezas y diagonales, cálculos que se resumen en los cuadros núms. 17, 18 y 19, correspondiente á los tres primeros casos de sobrecargas.

Por último, y según ya dijimos, sumando los resultados de las hipótesis 1.ª y 2.ª se obtienen los trabajos ejercidos por la 4.ª hipótesis de sobrecarga, y restando de estos últimos los resultados del tercer caso, se obtienen los trabajos correspondientes á la 5.ª y última hipótesis.

Estos cálculos aparecen resumidos en el cuadro núm. 20.



§ V.—Efecto de la variación de temperatura.

66. Las reacciones de los apoyos producidas por una variación de temperatura de τ^0 se determinan por las expresiones generales (α) (β) y (γ) del § I.

Como vamos á calcular el efecto de la variación de temperatura independientemente de las cargas y sobrecargas, tendremos que en los valores de d_1 d_2 y d_3 que entran en las ecuaciones fundamentales:

$$P_i = 0 \text{ y } P_d = 0; \text{ de donde}$$

$$d_1 = - E \delta \tau l$$

$$d_2 = 0$$

$$d_3 = 0$$

Resulta, pues, que las reacciones del apoyo izquierdo serán en este caso:

$$\text{Momento de empotramiento: } \mu_A = + 0,000382089 E \delta \tau l$$

$$\text{Empuje horizontal: } Q_A = + 0,000019969 E \delta \tau l$$

$$\text{Reacción vertical } R_A = 0.$$

Sustituyendo en estas expresiones E , $\delta \tau$ y l por sus valores, que son:

$$E \text{ coeficiente elástico} = 17 \times 10^9.$$

$$\delta \text{ coeficiente de dilatación} = 0,000012.$$

$$\tau \text{ variación de temperatura con relación á la temperatura media de montaje} = \pm 30.$$

$$l \text{ longitud de la cuerda del arco} = 120^m,00,$$

tendremos que las reacciones del apoyo izquierdo serán:

$$\mu_A = \pm 280606 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{El signo + corresponde á un aumento de} \\ \text{temperatura, el signo - á un descenso.} \end{array} \right.$$

$$Q_A = \pm 14665^k$$

La curva de presiones se reduce á una recta horizontal, cuya distancia vertical al origen es:



$$Z_A = \frac{\mu_A}{Q_A} = \frac{\pm 280606}{\pm 14665} = + 19^m,13.$$

El momento flector, la compresión longitudinal y el esfuerzo cortante en un punto cualquiera serán entonces:

$$\mu = Q_A Z = Q_A (19,13 - y)$$

$$N = Q_A \cos \alpha$$

$$T = Q_A \sin \alpha$$

Del mismo modo que hemos hecho anteriormente, se miden estos elementos sobre el diágrama de la lám. XX, deduciéndose en consecuencia los trabajos del metal en las cabezas y diagonales.

Suponiendo un aumento de temperatura, hemos resumido estos cálculos en el cuadro núm. 21; para obtener los trabajos correspondientes á un descenso de temperatura, hay que cambiar los signos de los valores de R' R'' y R_d .

§ VI.—Acción del viento.

67. Supondremos que el viento es normal al plano medio del puente y que actúa con la misma intensidad sobre toda la superficie de cada uno de los dos arcos.

Debemos estudiar dos hipótesis:

1.º Presión de 270^k por m^2 de superficie normal. En este caso el puente puede sufrir la variación de temperatura, pero no recibe ninguna sobrecarga.

2.º Presión de 150^k por m^2 de superficie normal. El puente puede entonces estar sometido á cualquiera de los casos de sobrecarga que acabamos de estudiar, simultáneamente con la variación de temperatura.

Los cálculos que á continuación exponemos se han hecho con la hipótesis del viento de 270^k . Multiplicando estos resultados



por la relación $\frac{150}{270} = 0,555$, se obtendrán los resultados correspondientes al viento de 150^k por m^2 .

68. Establecimiento de las fórmulas.—Aunque la mayor parte de las fórmulas y cálculos empleados se justifican y desarrollan con detalle en la *Estática gráfica* de Kœchlin en los capítulos que este libro dedica al estudio de la *acción del viento sobre los arcos y cálculo de los arriostramientos de las vigas rectas*, creemos conveniente y útil desarrollar los cálculos que hemos aplicado en el puente que nos ocupa.

Para el estudio del viento consideraremos, no ya un arco indiferente, sino el conjunto de los dos arcos enlazados por los contravientos de trasdós é intradós y por los arriostramientos transversales.

Las cargas horizontales continuas ejercidas por el viento se supondrán sustituidas por fuerzas horizontales aisladas que se aplican: unas, las que resultan de la acción del viento sobre el tablero á la altura del tablero en el aplomo de las palizadas; otras, las resultantes de la acción del viento sobre las palizadas, aplicadas en la altura media de cada una de éstas; otras, en fin, resultantes de la acción del viento sobre los arcos, aplicadas sobre la fibra media de éstos, en el centro de los arriostramientos transversales.

El conjunto de los dos arcos debe considerarse como empotrado en los apoyos, bajo la acción de estas fuerzas horizontales que producen en cada sección transversal normal á la fibra media del conjunto, los efectos siguientes:

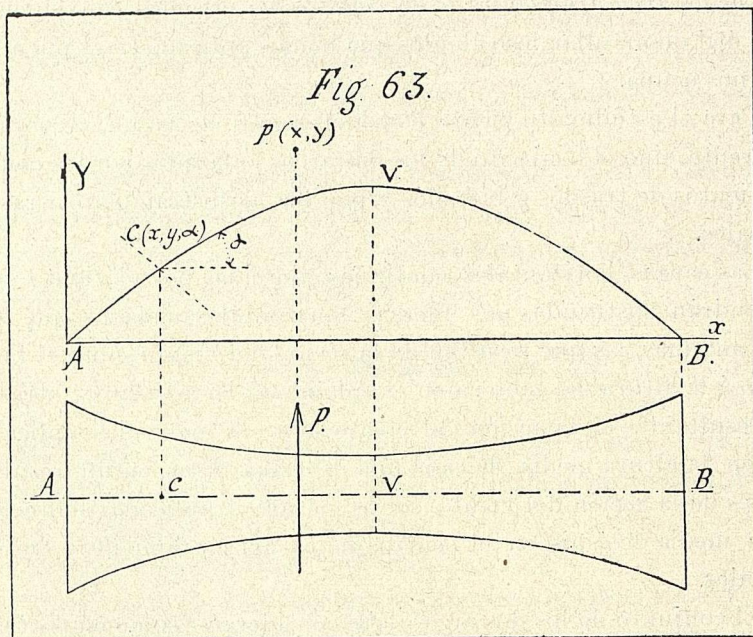
- 1.º Un esfuerzo cortante horizontal t .
- 2.º Un momento flector M_f en el plano tangente al cilindro medio (que es el cilindro parabólico engendrado por las dos fibras medias del arco.)



3.º Un momento de torsión M_t alrededor de la tangente á la fibra media y mediana.

Siendo las cargas simétricas con relación al eje vertical, el esfuerzo cortante y el momento de torsión son nulos en la sección del vértice del arco, pero el momento flector tiene un valor desconocido que llamamos $(M_f)_v$.

El sentido positivo de los momentos es el de las agujas de un reloj.



Consideramos aquí la acción de la parte de la derecha VC, sobre la parte de la izquierda CA, suponiendo que el viento sopla adelante hacia atrás.

Sea C una sección cualquiera cuyas coordenadas son x, y y su inclinación α .

Sea P una cualquiera de las fuerzas situadas entre C y el vértice del arco, aplicada en un punto de coordenadas X é Y,

Si m'_f y m'_t representan los momentos de flexión y de torsión ejercidos en C por las fuerzas tales como P si estuviese el arco cortado en S, tendremos:

$$m'_f = -\cos \alpha \sum_v^c P (X - x) - \sin \alpha \sum_v^c P (Y - y)$$

$$m'_t = -\sin \alpha \sum_v^c P (X - x) - \cos \alpha \sum_v^c P (Y - y) (*).$$

Los momentos totales, teniendo en cuenta la continuidad del arco en el vértice, serán:

$$(1) \quad (M_f)_c = m'_f + (M_f)_v \cos \alpha.$$

$$(2) \quad (M_t)_c = m'_t + (M_t)_v \sin \alpha.$$

El esfuerzo cortante en el punto C es igual á la suma de las cargas desde S hasta C, de tal manera que:

$$(3) \quad t = \sum_v^c P.$$

Los momentos de flexión y de torsión en el punto cualquiera C serían conocidos si tuviéramos el momento flector en el vértice $(M_f)_v$.

Para determinarlo, escribiremos que la suma de las rotaciones alrededor del eje Ay de las secciones sucesivas desde el vértice V hasta el arranque A, es nula, puesto que esta rotación alrededor de Ay es nula para la sección del vértice, que no puede moverse sino en un plano vertical por razón de simetría, y que también es nula para la sección de empotramiento A, que es fija.

Para la sección cualquiera C, la rotación total alrededor de Ay, es decir, la proyección sobre Ay del desplazamiento angular producido por separado en C por la flexión y por la torsión es, en virtud de las fórmulas generales de deformación:

(*) Para darse cuenta de estas proyecciones de momentos conviene considerar los ejes de los pares y proyectarlos como si fueran fuerzas. (Véase *Statique graphique*, de Kœchlin.)



$$\theta_c = \sum_v^c \frac{(M_f) \Delta s}{EI} \cos \alpha + \sum_v^c \frac{(M_t) \Delta s}{EG} \operatorname{sen} \alpha$$

en la que Δs representa las longitudes de los trozos que dividen la fibra media del conjunto de los dos arcos, en cuyos trozos $M_f, M_t \propto I$ y G pueden considerarse como constantes,

I es el momento de inercia con relación al eje situado en el plano mediano, relativo á la flexión y

G un término análogo relativo á la torsión y cuya expresión determinaremos más adelante.

Sustituyendo M_f y M_t por sus valores en función de $(M_f)_v$ y de las fuerzas del viento y extendiendo la suma Σ al semiarco:

Rotación de la sección del apoyo:

$$\theta_a = 0 = \sum_v^A \left[\frac{(m'_f + (M_f)_v \cos \alpha) \Delta s \cos \alpha}{EI} + \frac{(m'_t + (M_t)_v \operatorname{sen} \alpha) \Delta s \operatorname{sen} \alpha}{EG} \right]$$

de donde:

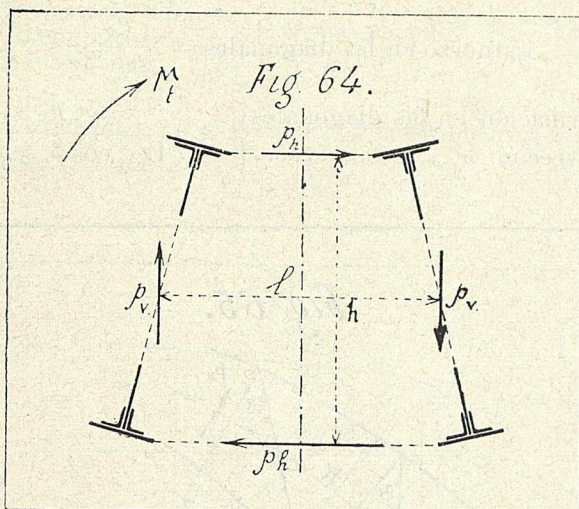
$$(4) \quad (M_f)_v = - \frac{\sum_v^A \left[\frac{m'_f \Delta s \cos \alpha}{I} + \frac{m'_t \Delta s \operatorname{sen} \alpha}{G} \right]}{\sum_v^A \left(\frac{\Delta s \cos^2 \alpha}{I} + \frac{\Delta s \operatorname{sen}^2 \alpha}{G} \right)}$$

Designando por Ω la sección bruta de un arco y por l la separación media de los arcos en el punto considerado, el momento de inercia I es aproximadamente:

$$I = \frac{\Omega l^2}{2}$$

Para determinar el valor de G hay que expresar la rotación de una sección bajo la influencia del momento de torsión M_t en función de las dimensiones de la sección.

El momento de torsión M_t se reparte en los planos de los arcos



y en los planos de trasdós é intradós en dos pares desconocidos $(+p_v - p_v)$ y $(+p_h - p_h)$ tales que

$$M_t = p_v l + p_h h$$

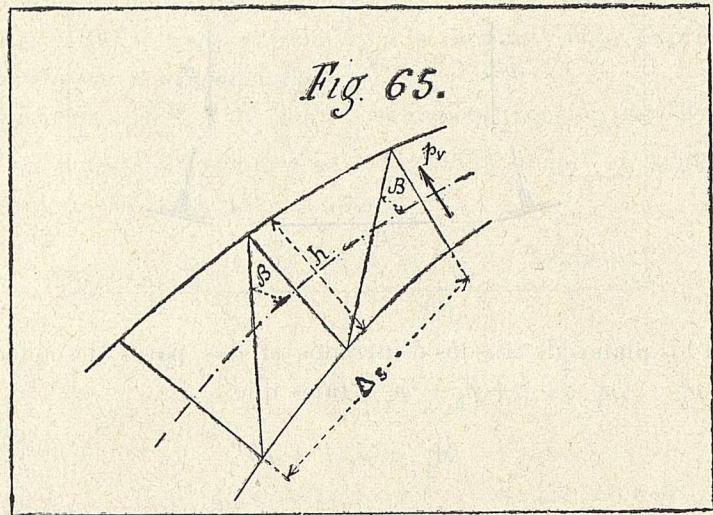
El desplazamiento que resulta de esta torsión para la sección entera, que suponemos indeformable gracias á su arriostramiento transversal, depende de la rigidez de las celosías del arco y de las celosías de los contravientos de trasdós é intradós y también, aunque en pequeña proporción, de la rigidez transversal de las cabezas. Despreciaremos esta rigidez transversal de las cabezas, lo que equivale á suponer que la rotación de la sección sólo depende de la deformación de los montantes y diagonales de la celosía de los arcos y de las diagonales de los contravientos de trasdós é intradós.

1.º *Deformación en el plano de los arcos bajo la acción del esfuerzo cortante p_v .*

$$\text{Longitud acumulada de las diagonales del trozo} = \frac{\Delta s}{\cos \beta}$$

$$\text{Esfuerzo en las diagonales} = \frac{p_v}{\sin \beta}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Deformación en las diagonales} \\ \text{de sección } \omega_d \dots\dots\dots \end{array} \right\} = \frac{\Delta s p_v}{E \omega_d \cos \beta \sin \beta}$$



$$\left. \begin{array}{l} \text{Desplazamiento correspondiente del extre-} \\ \text{mo del trozo, según la dirección} \\ \text{de } p_v \dots\dots\dots \end{array} \right\} = \frac{\Delta s p_v}{E \omega_d \cos \beta \sin^2 \beta}$$

$$\text{Longitud acumulada de los dos montantes del trozo} = \Delta s t_g \beta.$$

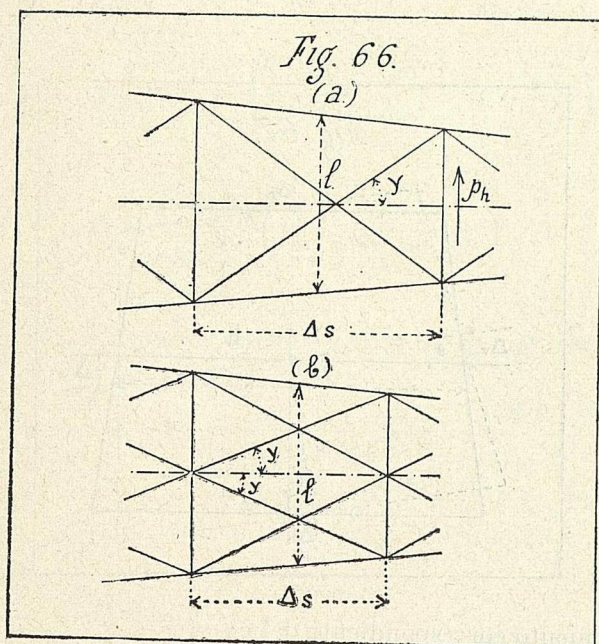
$$\text{Esfuerzo en los montantes} = p_v.$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Deformación de los montantes cuya sección} \\ \text{es } \omega_m \dots\dots\dots \end{array} \right\} = \frac{\Delta s t_g \beta p_v}{E \omega_m}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Desplazamiento correspondiente del extre-} \\ \text{mo de trozo según la dirección } p_v \dots\dots \end{array} \right\} = \frac{\Delta s t_g \beta p_v}{E \omega_m}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Desplazamiento to-} \\ \text{tal del extremo} \\ \text{del trozo en su} \\ \text{plano (diagonales} \\ \text{+ montantes)...} \end{array} \right\} \Delta_v = \frac{\Delta s p_v}{E \omega_d \cos \beta \sin^2 \beta} + \frac{\Delta s \operatorname{tg} \beta p_v}{E \omega_m}$$

2.º Deformaciones en el plano de los contravientos de trasdós é intradós bajo la acción de p_h .

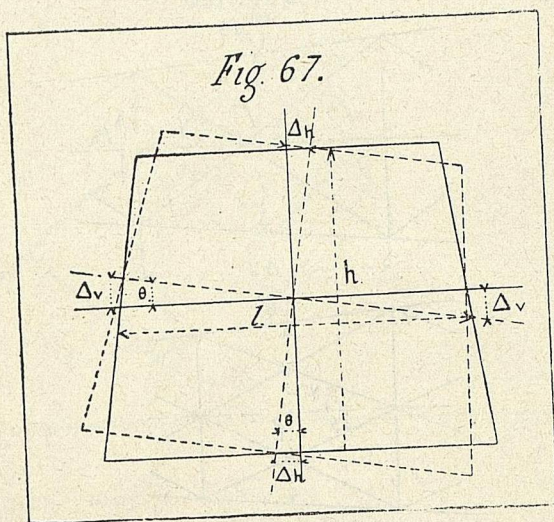


$$\text{Longitud de una diagonal} = \frac{\Delta s}{\cos \gamma}.$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Esfuerzo en cada diagonal.} \end{array} \right\} \begin{cases} = \frac{p_h}{2 \sin \gamma} & (\text{para la fig. a).} \\ = \frac{p_h}{4 \sin \gamma} & (\text{para la fig. b).} \end{cases}$$

Deformación de una diagonal (la sección total de las diagonales siendo ω_c la de cada diagonales

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\omega_c}{2} \text{ en la fig. a y} \\ \frac{\omega_c}{4} \text{ en la fig. b.)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{\Delta s p_h}{\frac{2 \omega_c}{2} E \cos \gamma \sen \gamma} \\ \frac{\Delta s p_h}{\frac{4 \omega_c}{4} E \cos \gamma \sen \gamma} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \frac{\omega_c}{2} \\ \frac{\omega_c}{4} \end{array}} \right\} = \frac{\Delta s p_h}{\omega_c E \cos \gamma \sen \gamma}$$



Desplazamiento correspondiente del extremo del trozo según p_h $\left\{ = \frac{\Delta s p_h}{E \omega_c \cos \gamma \sen^2 \gamma} \right.$

Esfuerzo en los montantes del arriostramiento longitudinal = 0.

Desplazamiento total del extremo del marco completo de arriostramiento en su plano..... $\left\{ \Delta_h = \frac{\Delta s p_h}{E \omega_c \cos \gamma \sen \gamma} \right.$

El ángulo θ en que se ha torcido el trozo Δs , alrededor de su

centro, bajo la acción del par M_t y cuya expresión general es

$$\theta = \frac{M_t \Delta s}{EG}, \text{ es también igual á}$$

$$\theta = \frac{\frac{\Delta_v}{l}}{2} = \frac{\frac{\Delta_h}{h}}{2}$$

de donde:

$$(5) \quad \theta = \frac{\Delta s p_v}{E \frac{l}{2}} \left(\frac{1}{\omega_d \cos \beta \sin^2 \beta} + \frac{t_g \beta}{\omega_m} \right) =$$

$$\frac{\Delta s p_h}{E \frac{h}{2}} \left(\frac{1}{\omega_c \cos \gamma \sin^2 \gamma} \right)$$

Esta relación puede escribirse en la forma siguiente:

$$(6) \quad \theta = \frac{\Delta s p_v l}{E \frac{l^2}{2}} \times \frac{1}{\frac{\omega_m \omega_d \cos \beta \sin^2 \beta}{\omega_m + \omega_d \sin^3 \beta}} = \frac{\Delta s p_h \times h}{E \frac{h^2}{2}} \times$$

$$\frac{1}{\omega_c \cos \gamma \sin^2 \gamma} =$$

$$\frac{\Delta s}{E} \left[\frac{p_v l + p_h h}{\frac{l^2}{2} \left(\frac{\omega_m \omega_d \cos \beta \sin^2 \beta}{\omega_m + \omega_d \sin^3 \beta} \right) + \frac{h^2}{2} \omega_c \cos \gamma \sin^2 \gamma} \right]$$

Pero puesto que $p_v l + p_h h = M$, tendremos:

$$(6 \text{ bis}) \quad \theta = \frac{M_t \Delta s}{EG} =$$



$$\frac{\Delta s}{E} \propto \frac{M_t}{\frac{l^2}{2} \left(\frac{\omega_m \omega_d \cos \beta \sin^2 \beta}{\omega_m + \omega_d \sin^3 \beta} \right) + \frac{h^2}{2} \omega_c \cos \gamma \sin^2 \gamma}$$

de donde se deduce la expresión de G:

$$(7) \quad G = \frac{l^2}{2} \left(\frac{\omega_m \omega_d \cos \beta \sin^2 \beta}{\omega_m + \omega_d \sin^3 \beta} \right) + \frac{h^2}{2} \omega_c \cos \gamma \sin^2 \gamma$$

G que depende únicamente de las dimensiones del arco es fácil de calcular para cada trozo; del mismo modo que el momento de inercia I.

La relación (4) da entonces el momento flector en el vértice y por medio de las relaciones (1) y (2) los momentos flectores y de torsión en un punto cualquiera.

El momento flector producirá en las cabezas de los arcos tensiones y compresiones que vendrán á sumarse ó restarse á las demás causas de fatiga.

El momento de torsión ejercerá únicamente su efecto en las celosías y en los contravientos, según la hipótesis admitida; los de trasdós estarán sometidos á las fuerzas suplementarias p_h , mientras que los de intradós quedarán aliviados de otro tanto.

Del mismo modo, las celosías de los arcos estarán, en uno cargado, en el otro descargado por las fuerzas p_v .

Los esfuerzos cortantes adicionales p_v y p_h se deducen de las relaciones (b) y (b^{bis}) en la forma siguiente:

$$(8) \quad p_v = M_t l \frac{\frac{1}{2} \frac{\omega_m \omega_d \cos \beta \sin^2 \beta}{\omega_m + \omega_d \sin^3 \beta}}{G}$$

$$(9) \quad p_h = M_t h \frac{\frac{1}{2} \omega_c \cos \gamma \sin^2 \gamma}{G}$$



APLICACIÓN DE LAS FÓRMULAS

69. Aplicación de las fórmulas.—El conjunto de los dos arcos se divide en trozos correspondientes á los marcos de arriostramiento transversal y comprenden sea uno, sea dos cuadros de celosías.

Las fuerzas del viento de 270^k se calculan del siguiente modo:

Acción del viento sobre el tablero superior.—Estas fuerzas se han evaluado en el capítulo III cuando calculamos las palizadas; se aplican en el plano de estas palizadas á una altura de $0^m,84$ por encima de la platabanda inferior de la viga.

Se resumen en el cuadro núm. 22.

Acción del viento sobre las palizadas.—La fuerza total para cada palizada resulta de la presión de 270^k por m^2 multiplicada por la superficie lateral de los dos montantes; su punto de aplicación se encuentra á la mitad de la altura de la palizada.

Se resumen en el cuadro núm. 22.

Ejemplos: Palizada X: $P = 2 \times 3^m,56 \times 0^m,20 \times 270^k = 400^k$
 Forros superiores é inferiores (aproximadamente)... 50^k
 TOTAL..... 450^k

Palizada V: $P = 2 \times 18^m,35 \times 0,50 \times 270 = 4950^k$

Acción del viento sobre la superficie de los arcos.—Se supone que las fuerzas se concentran en los extremos de los trozos, es decir, en el plano y en el centro de los arriostramientos transversales.

Las fuerzas que se han inscrito en el cuadro núm. 22, resultan de la acción del viento de 270^k sobre las superficies de los dos semi-trozos de arcos situados á derecha é izquierda de cada marco de arriostramiento.

70. Cálculo del momento de flexión en el vértice ó clave del arco.—

Hay que determinar para cada trozo m'_f , m'_t , x , y , $\cos \alpha$ $\sin \alpha$,



I y G, correspondientes al medio del trozo y aplicar la fórmula (4).

Los momentos parciales m'_f y m'_t , en el medio de los trozos 16 — 18; 14 — 16, 12 — 14,... etc., son los momentos en los montantes 17, 15, 13..., etc.

Los momentos en el medio de los trozos 5 — 6, 4 — 5, 3 — 4..., etc., son aproximadamente el término medio de los momentos en los extremos de los trozos, es decir, en los montantes 6, 5, 4..., etc.

Los valores de m'_f y m'_t en los montantes del semiarco se han calculado y se detalla este cálculo en el cuadro núm. 23.

El momento de inercia I en el medio de los trozos tiene por valor aproximado: $I = \frac{\Omega l^2}{2}$ designando por Ω la sección bruta de un arco y l la separación de los dos arcos al nivel de la fibra media.

La expresión G análoga á un momento de inercia es:

$$G = \frac{l}{2} \left(\frac{\omega_m \omega_d \cos \beta \sin^2 \beta}{\omega_m + \omega_d \sin^2 \beta} \right) + \frac{h^2 \omega_c}{2} \cos \gamma \sin^2 \gamma$$

Los ángulos β y γ de las celosías y de las barras de los contramontos con el eje longitudinal son casi constantes de un extremo al otro del arco; se puede, pues, tomar para β y γ sus valores medios.

Si ponemos $G = K' l^2 + K'' h^2$ los coeficientes K' y K'' son:

Valores de K' .— Trozos 0 — 1 y 1 — 2.

Inclinación media de las diagonales de la celosía sobre la fibra media..... $\left\{ \begin{array}{l} \cos \beta = 0,78 \text{ aproximadamente.} \\ \sin \beta = 0,63 \quad \text{íd.} \end{array} \right.$

Sección bruta de las diagonales (dos chapas de 165×9 y 4 angulares de $\frac{90 \times 90}{9}$) : $\omega_d = 0,0090$.



Sección bruta de los montantes (2 angulares de $\frac{90 \times 90}{11}$ y
 2 de $\frac{100 \times 100}{12}$) $\omega_m = 0,0082$.

Se encuentra entonces:

$$K' = \frac{1}{2} \frac{0,0082 \times 0,0090 \setminus 0,78 \times 0,63^2}{0,0082 + 0,0090 \times 0,63^2} = 0,00109.$$

Trozos 2-3 y 3-4:

Inclinación de las diagonales, valores medios. $\begin{cases} \cos \beta = 0,78 \\ \sin \beta = 0,63 \end{cases}$

Sección de las diagonales (2 chapas de 125×8 y 4 angulares
 de $\frac{80 \times 80}{9}$) : $\omega_d = 0,0074$.

Sección de los montantes (2 angulares de $\frac{75 \times 75}{9}$ y 2 de
 $\frac{80 \times 80}{9}$) . $\omega_m = 0,0052$:

de donde $K' = 0,00082$.

Trozos siguientes hasta la clave:

Inclinación de las diagonales, valores medios. $\begin{cases} \cos \beta = 0,81 \\ \sin \beta = 0,59 \end{cases}$

Sección de las diagonales (4 angulares de $\frac{80 \times 80}{9}$) : $\omega_d =$
 0,0054.

Sección de los montantes (2 angulares de $\frac{75 \times 75}{9}$ y 2 de
 $\frac{80 \times 80}{9}$) : $\omega_m = 0,0052$;

de donde $K' = 0,00063$



VALORES DE K'' .—*Trozos 0-1 y 1-2:*

Inclinación media de las barras de los contra-
vientos con el eje..... $\left\{ \begin{array}{l} \cos \lambda = 0,76 \\ \sin \lambda = 0,65 \end{array} \right.$

Sección total de las 4 barras de contravientos de trasdós é intradós:

$$4 \text{ angulares de } \frac{100 \times 100}{10} \quad \omega_c = 4 \times 0,00190 = 0,007600;$$

de donde

$$K'' = \frac{1}{2} 0,0076 \times 0,76 \times 0,65^2 = 0,00122.$$

Trozo 2-3:

Inclinación media de las barras de contra-
vientos..... $\left\{ \begin{array}{l} \cos \lambda = 0,74 \\ \sin \lambda = 0,67. \end{array} \right.$

Sección total de las 4 barras de trasdós é intradós:

$$4 \text{ angulares de } \frac{90 \times 90}{10} \quad \omega_c = 4 \times 0,00154 = 0,00616.$$

Trozos 3-4 y siguientes hasta la clave:

Inclinación media aproximada..... $\left\{ \begin{array}{l} \cos \gamma = 0,74 \\ \sin \gamma = 0,67. \end{array} \right.$

$$\text{Sección total 4 angulares de } \frac{80 \times 80}{9} \quad \omega_c = 4 \times 0,00136 = 0,00544;$$

de donde

$$K'' = 0,0090$$

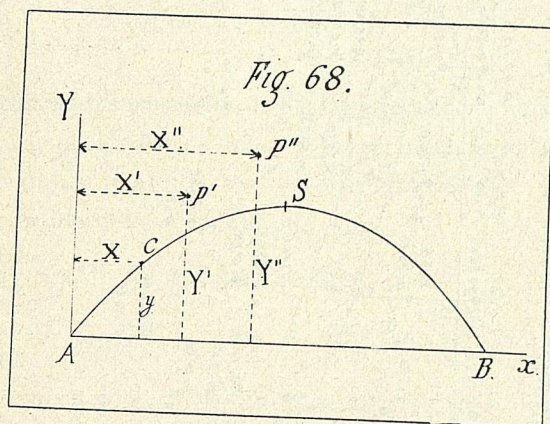
El cuadro núm. 23 da el cálculo de los valores de m'_f y m'_t en los montantes del arco cuyas expresiones se han establecido anteriormente, y que son:



$$m'_f = -\cos \alpha \sum_v^c P (X - x) - \sin \alpha \sum_v^c P (Y - y)$$

$$m'_t = -\sin \alpha \sum_v^c P (X - x) + \cos \alpha \sum_v^c P (Y - y).$$

Aunque pudiéramos determinar gráficamente estos valores por medio de dos polígonos funiculares y de la proyección de sus lados sobre las tangentes y las normales al arco, creemos más fácil calcularlos analíticamente.



El cálculo de los momentos horizontales y verticales $\sum P (X - x)$ y $\sum P (Y - y)$ se ha hecho separando cada una de las expresiones en otras dos:

$$\sum P (X - x) = \sum P X - x \sum P$$

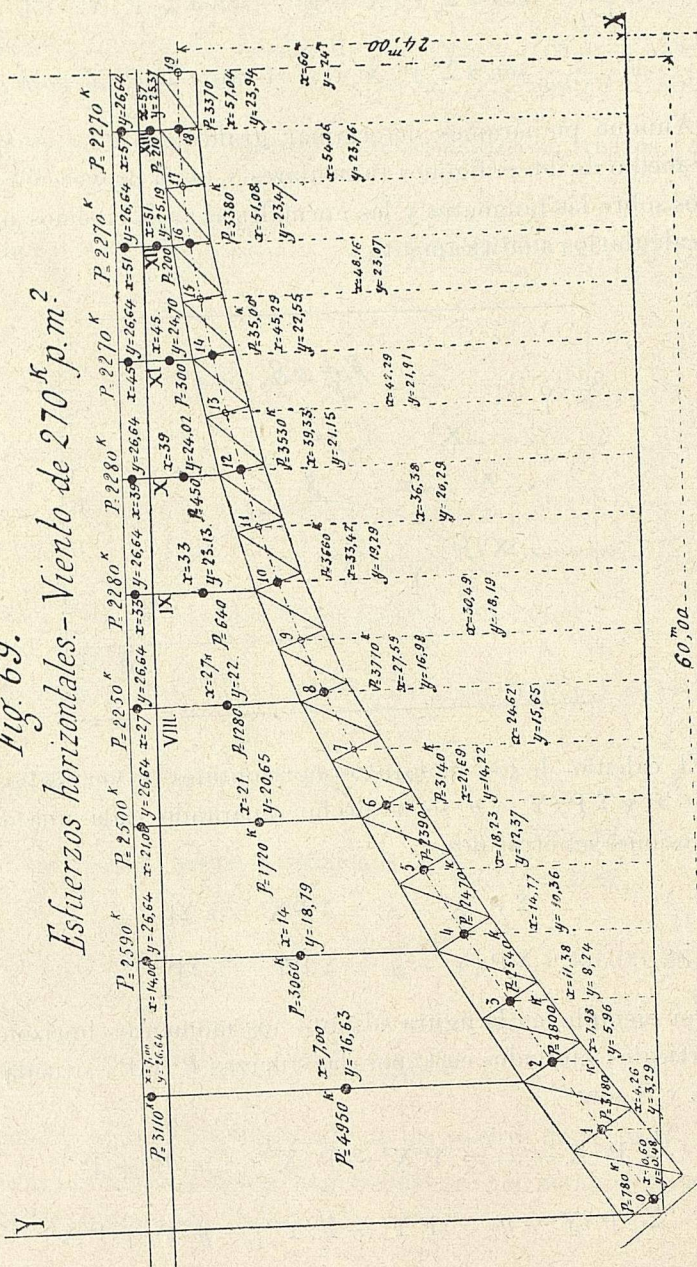
$$\sum P (Y - y) = \sum P Y - y \sum P.$$

Por ejemplo, en la figura adjunta, los momentos horizontales y verticales ejercidos en C por las fuerzas P' y P'' situadas entre C y S son:

$$\sum_v^c P (X - x) = (P' X' + P'' X'') - x (P' + P'')$$

$$\sum_v^c P (Y - y) = (P' Y' + P'' Y'') - y (P' + P'').$$

Fig. 69.
Esfuerzos horizontales.- Viento de 270^o p.m.²



Por último, en el cuadro núm. 24 calculamos los elementos de la expresión (4) anteriormente establecida, que nos permite calcular el momento flector en el vértice del arco, que es:

$$(M_f)_v = - \frac{\sum_v^A \left(\frac{m'_f \Delta s \cos \alpha}{I} + \frac{m'_t \Delta s \sin \alpha}{G} \right)}{\sum_v^A \frac{\Delta s \cos^2 \alpha}{I} + \frac{\Delta s \sin^2 \alpha}{G}} =$$

$$- \frac{27352200 - 12521000}{66,16 + 234,18} = + 132760.$$

71. Cálculo de los momentos de flexión y torsión.—Conocido el momento flector en el vértice ó clave, los momentos de flexión y torsión en un punto cualquiera se determinan por las relaciones (1) y (2) que establecimos al principio

$$(1) \quad (M_f)_c = m'_f + (M_f)_v \cos \alpha$$

$$(2) \quad (M_t)_c = m'_t + (M_f)_v \sin \alpha.$$

En el cuadro núm. 25 resumimos el resultado del cálculo de estas fórmulas, en las que sustituimos m'_f y m'_t por los valores deducidos en el cuadro núm. 23.

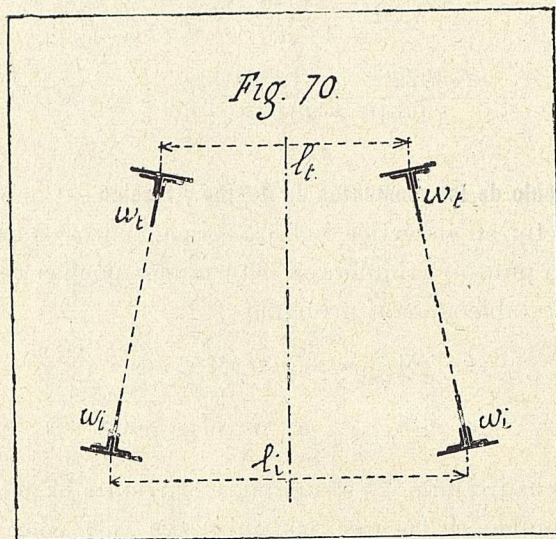
72. Trabajo del metal en las cabezas.—El trabajo en las cabezas está producido por la flexión y es proporcional al momento M_f , teniendo por expresión general

$$R = \frac{v M_f}{I}$$

en la que I representa el momento de inercia (deducidos los agujeros de roblones) de la sección completa con relación al eje situado en el plano mediano, y v la distancia de la fibra considerada al plano mediano.



Si ω_t y ω_i representan las secciones netas de las cabezas de trasdós y de intradós; l_t y l_i las separaciones de dichas cabezas en el trasdós é intradós, y si suponemos que el trabajo del metal se reparte uniformemente en cada cabeza, tendremos aproximadamente:



$$I = \frac{\omega_t l_t^2}{2} + \frac{\omega_i l_i^2}{2} \text{ y como los valores de } v \text{ son:}$$

$$\text{En el trasdós} \quad v = \frac{l_t}{2}$$

$$\text{En el intradós} \quad v = \frac{l_i}{2}$$

deducimos de aquí el valor del trabajo:

$$\text{En el trasdós} \quad R' = M_r \frac{l_t}{\omega_t l_t^2 + \omega_i l_i^2}$$

$$\text{En el intradós} \quad R'' = M_t \frac{l_i}{\omega_t l_t^2 + \omega_i l_i^2}$$

Conociendo el trabajo R' ó R'' para un viento de 270^k se deduce el producido por un viento de 150^k multiplicando el primero por $\frac{150}{270} = 0,555$.

En el cuadro núm. 26 damos los valores de R' y R'' en las cabezas del arco, calculados por las fórmulas anteriores.

Los trabajos en las cabezas ejercidos por el viento y determinados en dicho cuadro deberán combinarse con los trabajos producidos por las demás causas de sobrecarga. Pudiendo el viento soplar en un sentido ó en el otro, los valores de R' y de R'' deben tomarse con el signo $+$ ó $-$, según el caso desfavorable.

73. Trabajo del metal en la celosía de los arcos.—Hemos admitido que el efecto de torsión se ejercía por entero en las celosías de los arcos y sobre los contravientos de trasdós é intradós.

La expresión del esfuerzo cortante p_v en el plano de los arcos se ha determinado anteriormente, siendo su valor absoluto:

$$(8) \quad p_v = M_t l \frac{\frac{1}{2} \frac{\omega_m \omega_d \cos \beta \operatorname{sen}^2 \beta}{\omega_m + \omega_d \operatorname{sen}^2 \beta}}{G} \quad \text{ó sea} \quad p_v = M_t l \frac{K'}{G}$$

Este esfuerzo cortante determina en la barra correspondiente del arco de adelante que forma un ángulo β con la fibra media,

un esfuerzo $-\frac{p_v}{\operatorname{sen} \beta}$, que produce un trabajo

$$R = -\frac{p_v}{\omega_d \operatorname{sen} \beta \times 10^6}.$$

Para el arco de atrás el trabajo está representado por la misma expresión, con el signo $+$.



Los valores de K' y de G se han calculado anteriormente en el cuadro núm. 24.

Las distancias medias l , son las medias de las distancias l_t y l_i del cuadro núm. 26.

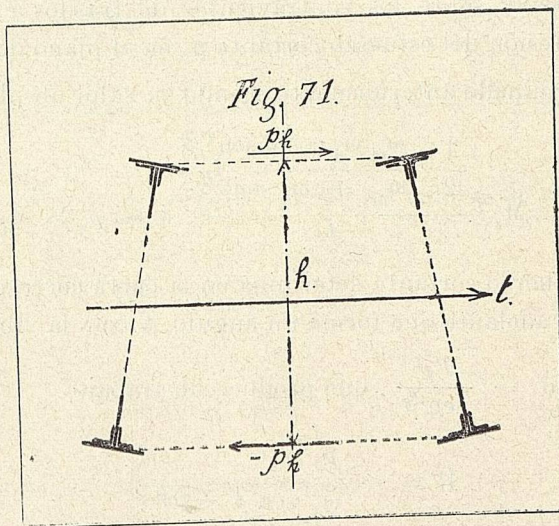
En el cuadro núm. 27, se resume el calculo de los esfuerzos cortantes p_v desarrollados en los arcos bajo la acción del viento de 270^k , así como el trabajo de las diagonales que resulta de este viento y del de 150^k por m^2 .

Los esfuerzos en las diagonales siendo positivos en uno de los arcos y negativos en el otro, los valores de R deberán tomarse con el signo desfavorable.

74. Trabajo del metal en los contravientos de trasdós é intradós.—

El esfuerzo del viento produce en cada sección del conjunto de los dos arcos:

1.º Un esfuerzo cortante t , igual á la suma de las cargas comprendidas entre la sección considerada y la clave.



2.º Dos esfuerzos cortantes adicionales $+p_h$ y $-p_h$, producidos por la torsión del arco.

Puede admitirse que el esfuerzo cortante t se distribuye igualmente entre los dos contravientos.

En el trasdós p_h tiene el mismo sentido que el esfuerzo cortante principal.

El esfuerzo cortante total T es:

$$\text{En el trasdós } T' = \frac{t}{2} + p_h$$

$$\text{En el intradós } T'' = \frac{t}{2} - p_h$$

Los valores de t se han calculado en el cuadro núm. 23.

La expresión de p_h , que hemos establecido también anteriormente es:

$$(9) \quad p_h = M_t \times h \frac{\frac{1}{2} \omega_c \cos \gamma \sin^2 \gamma}{G} = M_t h \frac{K''}{G}.$$

Los valores de K'' y de G se encuentran en el cuadro número 24; los de los momentos de torsión M_t y las alturas h son también conocidas; con todos estos datos calculamos en el cuadro núm. 28 los esfuerzos cortantes y el trabajo en las barras de contravientos por medio de las fórmulas siguientes (según que el arriostramiento longitudinal sea doble ó sencillo):

$$\text{En el trasdós: } F' = \frac{\frac{t}{2} + P_h}{4 \sin \gamma} \quad \text{ó } F' = \frac{\frac{t}{2} + P_h}{2 \sin \gamma} \quad (\text{véase página 147})$$

$$\text{de donde} \quad R' = \frac{F'}{\omega'_c}$$

$$\text{En el intradós} \quad F'' = \frac{\frac{t}{2} - p_h}{4 \sin \gamma} \quad \text{ó } F'' = \frac{\frac{t}{2} - p_h}{2 \sin \gamma}$$

$$\text{de donde} \quad R'' = \frac{F''}{\omega''_c},$$



representando ω'_c y ω''_c las secciones de las barras de estos contravientos.

Ni las cargas verticales (peso propio y sobrecarga), ni la variación de temperatura, ejercen efecto alguno en los arriostramientos longitudinales de trasdós é intradós.

Por lo tanto, no es menester calcular en ellos la acción del viento de 150^k , puesto que no hay que combinar su trabajo con el de las sobrecargas.

Examinando el cuadro núm. 28 se evidencia que en ninguna de las barras de contraviento alcanza el trabajo á 10^k por m/m (el trabajo máximo es de $8^k,86$).

§ VII.—Cálculo del trabajo total en el arco empotrado.

75. Hemos calculado separadamente el trabajo ejercido en las cabezas y celosías del arco, por la carga permanente, los diferentes casos de sobrecargas, la variación de temperatura y la acción del viento.

Debemos ahora superponer estos efectos para obtener así el trabajo total producido por la combinación de las cargas que resulten de las dos hipótesis admitidas, y que son, como hemos dicho:

1.^a Carga permanente + variación de temperatura + acción del viento de 270^k .

2.^a Carga permanente $\pm$ variación de temperatura + acción del viento de 150^k + sobrecargas.

Para las sobrecargas se considerará el caso más desfavorable de las dos sobrecargas: estática ó dinámica.

En cuanto á los esfuerzos producidos por la variación de temperatura y por la acción del viento, que pueden ejercerse alternativamente en los dos sentidos, se les dará el signo más desfavorable (generalmente será el de la carga permanente).

Para la sección de apoyo O, además de los mayores esfuerzos



absolutos, hemos determinado los mayores esfuerzos negativos producidos por la carga permanente, que es positiva, por la mayor sobrecarga negativa y por las acciones de la temperatura y viento, tomadas negativamente.

En los cuadros números 29, 30 y 31 se resumen los resultados de los cuadros anteriores, que permiten obtener por suma los trabajos máximos en los puntos 0, 1, 2....., en las cabezas de trasdós é intradós y en las diagonales de las celosías de arcos.

En el cuadro núm. 28 ya hemos calculado el trabajo máximo de las diagonales de contravientos.

El examen de dichos cuadros da lugar á las siguientes observaciones:

1.^a *El trabajo máximo total en las cabezas de trasdós es inferior en todos los puntos á 10^k por m/m de sección neta.*

La segunda hipótesis (viento de 150^k y sobrecarga) es siempre más desfavorable que la primera hipótesis (viento de 270^k sin sobrecarga).

La hipótesis más desfavorable de sobrecarga es la de 300^k por m^2 , salvo en algunos puntos, para los que el primer ó tercer caso de sobrecarga dinámica produce mayor trabajo.

El cuadro núm. 29 demuestra que el trabajo en la cabeza de trasdós en la sección 0, es decir, sobre el apoyo, *puede ser negativo*, y que por consiguiente, la cabeza tiende á levantarse.

El trabajo negativo en este punto es, en el caso más desfavorable, de $4^k,48$ por m/m^2 de sección neta.

2.^a *El trabajo máximo total en las cabezas de intradós es inferior á 10^k , salvo en el apoyo, en el que alcanza $10^k,55$ por m/m^2 de sección neta.* Admitimos este coeficiente, que excede muy poco al límite supuesto, para evitar un aumento del espesor, ya considerable, de las cabezas, tanto más cuanto que se trata de una compresión y que en este caso sería lógico no descontar los agujeros de roblones, porque la compresión total se transmite en el cuerpo del roblón del mismo modo que en el metal que lo rodea.

El trabajo verdadero del metal en esta sección sería entonces (no descontando los cinco agujeros de 23 m/m):

$$R = 10,55 \times \frac{\text{sección neta}}{\text{sección bruta}} = 10,550 \frac{500 - 5 \times 23}{500} = 8^k,12.$$

El trabajo máximo del metal en las cabezas de intradós corresponde también a la segunda hipótesis (viento de 150^k y sobrecarga), siendo la sobrecarga estática de 300^k por m.² la más desfavorable.

La sección O de los apoyos puede sufrir un esfuerzo negativo de 0^k,88 por m/m² de sección neta; por lo tanto, también tiene la cabeza de intradós tendencia á levantarse.

3.^a *El trabajo máximo total en las diagonales* es positivo ó negativo, según las diagonales; la hipótesis más desfavorable es también, como en las cabezas, la del viento de 150^k, actuando simultáneamente con la sobrecarga más desfavorable, que es á su vez para todas las diagonales la de 300^k por m.²

El coeficiente de trabajo en estas diagonales sólo excede en una barra (la 1-2, que da $R = 8^k,54$) al límite de 8^k que habíamos adoptado para las celosías.

En general, es bastante inferior á este límite, pues hemos tenido que tener en cuenta el pandeo posible en las piezas sometidas á compresión.

La resistencia al pandeo (*flambage*) se ha calculado para las ocho barras mayores, pues en las demás es evidente, por las fórmulas siguientes:

Perpendicularmente al plano del arco. Esfuerzo límite:

$$F = \frac{\pi^2 EI}{l^2}.$$

En el plano del arco:

$$F = \frac{4 \pi^2 EI}{l^2},$$

en cuyas fórmulas



E = coeficiente elástico = 17×10^9 ;

I = momento de inercia con relación al eje perpendicular al plano de flexión considerado;

l = longitud de la pieza.

Los esfuerzos máximos de compresión se obtienen por medio de la expresión

$$f = \omega_d \times R_d$$

en la que R_d es el trabajo positivo máximo obtenido en el cuadro número 31 y ω_d la sección neta de la barra.

Los resultados de este cálculo se resumen en el cuadro número 32, y su examen demuestra que en todas estas barras, el coeficiente de seguridad al pandeo $\frac{F}{f}$ es superior á 2.

§ VIII.—Amarres ó anclados del arco empotrado.

76. Desde el momento en que las cabezas de trasdós é intradós tienen tendencia á levantarse bajo la acción combinada del viento, de la temperatura y de las sobrecargas desfavorables, es necesario, para realizar la hipótesis de empotramiento y amoldarse á las condiciones de cálculo, asegurar el contacto permanente entre las cabezas y los apoyos.

A este fin cada extremo de cabeza quedará fijo á la zapata ó placa de apoyo, por dos pernos anclados en el macizo del estribo.

Los esfuerzos máximos de levantamiento, es decir, las tensiones máximas á que han de resistir los pernos, se obtienen multiplicando la sección neta de la cabeza en su extremo por el trabajo máximo *negativo*, que se obtiene en el cuadro núm. 30.

En el trasdós:

Sección neta de la cabeza $\omega_t = 33110 \text{ m/m}^2$.

Trabajo negativo máximo $R' = -4^k,48$ por m/m^2 ;
luego tendremos:



Esfuerzo de levantamiento máximo = $33110 \times 4,48 = 148330 \text{ k}$.

Esta tensión resulta de las acciones simultáneas de la carga permanente, del descenso de temperatura de 30° , del viento de 150 k y de una sobrecarga de 300 k por m^2 extendida sobre el tablero encima de las palizadas V á XI (véase cuadro núm. 12).

Como hemos proyectado para sujetar cada cabeza dos tirantes de 85 m/m de diámetro, que dan una sección de $\omega = 5674$, tendremos que la tensión máxima que han de sufrir éstos será:

$$R = \frac{148330}{2 \times 5674} = 13 \text{ k}, 1 \text{ por } \text{m/m}^2,$$

que, aunque algo elevado, apenas si excede de la mitad del límite elástico del metal, debiendo tener, sobre todo, en cuenta que es muy improbable se acumulen las circunstancias desfavorables que hemos previsto, y en todo caso será sólo en un momento determinado y no una acción continuada.

Como hemos dado á la placa de anclado del tirante una superficie de $S = 1,55 \times 0,80 = 0 \text{ m}^2, 44$ la compresión máxima sobre la fábrica de granito del estribo será:

$$R = \frac{148330}{4400} = 33 \text{ k}, 7 \text{ por } \text{c/m}^2,$$

presión que es menor del $1/10$ de la carga de rotura del granito del país (350 k por c/m^2).

En el intradós:

Sección neta de la cabeza: $\omega_i = 38500 \text{ m/m}^2$.

Trabajo negativo máximo $R'' = 0 \text{ k}, 88 \text{ por } \text{m/m}^2$.

Esfuerzo de levantamiento máximo = $38500 \times 0,88 = 33880 \text{ k}$.

Esta tensión se produce por la acción simultánea de la carga permanente, de una elevación de temperatura de 30° y del viento de 270 k .



Dando á los tirantes de intradós el diámetro de 50 m/m , la tensión máxima que han de sufrir será:

$$R = \frac{33880}{2 \times 1963} = 8^k,6 \text{ por } \text{m/m}^2,$$

aún inferior á la de los tirantes de trasdós.

Necesidad de estos amarres.—Debemos confesar que nos ha sorprendido el resultado de nuestros cálculos, acusando en las cabezas del arco tensiones negativas tan considerables, como son las apuntadas de 148 y 34 toneladas respectivamente en el trasdós é intradós, siendo así que en el puente de Schartzwasser, que tiene proporciones y luces muy parecidas al nuestro, están los arcos simplemente empotrados, sin amarres de ninguna clase y sin que haya habido en los catorce años que lleva de existencia síntoma alguno que hiciera suponer que los necesitara.

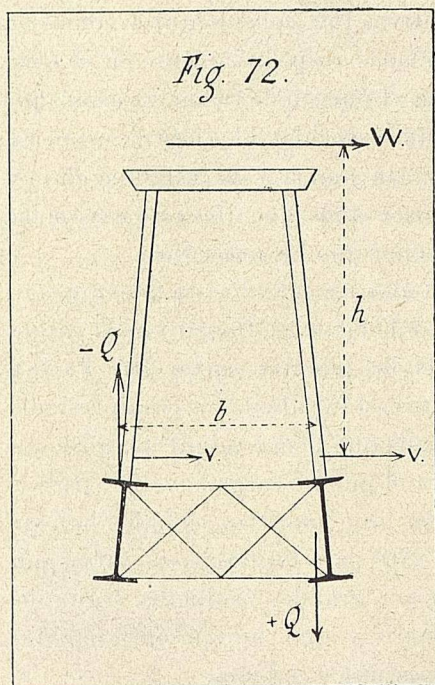
Tanto es así que revisamos todos los cálculos sin haber encontrado en ellos error numérico ó de criterio. Consultamos entonces el caso con el constructor de los puentes suizos Mr. Probst, resultando que aquellos viaductos están calculados para presiones de viento inferiores á las hipótesis que hemos admitido, pues que sólo se admite 100^k por m^2 para el puente cargado y 150^k para el puente sin sobrecarga, mientras que nuestros cálculos han supuesto respectivamente 150^k y 270^k para los dos casos, cifras que son las comunmente admitidas en grandes viaductos, según demostramos en el capítulo primero y que, aunque improbables, pueden ser alcanzadas, en tempestuosos ciclones.

No cabe dudar que esta diferencia de coeficientes justifica las tensiones negativas que encontramos y que en Suiza no se han tenido en cuenta; pero no quiere esto decir que estén en peligro los puentes suizos, pues aunque llegara á levantarse alguna de las cabezas de su apoyo, es seguro que la otra cabeza, actuando como una articulación, bastaría para sostener el puente sin que



alcance el trabajo accidental á que estuviere sometida la cabeza la cifra de 25^k , que es el límite elástico del metal.

Pero tratándose de una obra que por su sola situación y altura resulta imponente, parécenos preferible y más prudente atener-nos al resultado de nuestros cálculos y garantizar la estabilidad absoluta de la obra contra las hipótesis más desfavorables que puedan racionalmente preverse, tanto más cuanto que el costo total del anclado no pasa de 4.000 pesetas.



También nos manifiesta Mr. Probst que para evitar las presiones negativas, aun en hipótesis tan improbables como las que hemos aceptado, bastaría aumentar ligeramente la distancia de las cabezas en los arranques, de modo que la resultante de todas las fuerzas pasara siempre entre las dos cabezas; pero son tan considerables las tensiones negativas que obtenemos en el caso presente, que creemos sería necesario un aumento muy grande en la separación de las cabezas, que es ya de 4 m., lo que

no sólo perjudicaría al aspecto bien proporcionado de nuestro arco, sino que produciría un aumento de obra en los estribos, que sería seguramente superior al coste de los amarres.

Por último, parece resultar de las explicaciones que se ha servido darme Mr. Probst, que en Suiza se sustituye la acción del

viento sobre el tablero y las palizadas por el par $Qb = Wh$, y si bien es verdad que existen estos esfuerzos suplementarios $-Q$ y $+Q$, también actúan en el pie de las palizadas las dos fuerzas $V = \frac{W}{2}$, que, como los empujes del viento, tienden á torcer el entramado, á doblarlo y, en una palabra, á tirarlo por levantamiento de los apoyos situados en el lado del viento.

Quizá influya también en el resultado de los cálculos de los puentes suizos la omisión del efecto de estas fuerzas V , que á nuestro juicio existen, no sólo en los arcos empotrados, sino en los articulados, por lo que pudiera darse el caso de que también en éstos fuera necesario el amarre de sus cabezas, según veremos en el capítulo siguiente.

§ IX.—Presiones máximas sobre los apoyos.

77. El trabajo máximo del metal en la sección correspondiente á los apoyos, nos da el valor de la presión total máxima, ejercida por las cabezas de trasdós é intradós sobre las zapatas y por éstas sobre los salmeres del estribo.

Tendremos, pues:

En el trasdós:

Sección neta de la cabeza $\omega_t = 33110 \text{ m}^2/\text{m}^2$.

Trabajo positivo máximo del metal $R' = 7^k 90 \text{ por m}^2/\text{m}^2 \text{ neto}$.

Presión total máxima $= 33110 \times 7^k 90 = 201600^k$.

Esta compresión resulta de la superposición de las causas siguientes:

Carga permanente, elevación de temperatura de 30° , viento de 150^k , sobrecarga de 300^k por m^2 sobre las palizadas XII, XII..... á V' (véase cuadro núm. 29).



Teniendo la placa de apoyo $1^m,10 \times 1^m,00$, la presión máxima sobre el salmer será:

$$R = \frac{261600}{110 \times 100} = 23^k,8 \text{ por } ^c/m^2,$$

inferior al producido por la tensión de los tirantes de anclado.

En el intradós:

Sección neta de la cabeza $\omega_1 = 38500 \text{ m}^2/m^2$.

Trabajo positivo máximo $R'' = 10^k,55$

Presión total máxima $385000 \times 10,55 = 406200^k$.

Esta presión resulta de las acciones simultáneas siguientes:

Carga permanente, descenso de temperatura de 30° , viento de 150^k y sobrecarga de 300^k por m^2 , extendida sobre el tablero, encima de las palizadas V, VI....., á XII (véase cuadro núm. 30).

La presión normal sobre el salmer de granito será entonces:

$$R = \frac{406200}{110 \times 100} = 36^k,9 \text{ por } ^c/m^2,$$

que es muy poco superior al $1/10$ de la carga de rotura del granito; pero téngase en cuenta lo excepcional de la superposición de tan desfavorables circunstancias.

En las condiciones normales del puente, es decir, cuando éste se encuentre vacío, bajo la única acción de la carga permanente, las presiones normales sobre las placas de apoyo serán positivas y tienen por valor:

$$\text{En el trasdós:} \quad 33110 \times 1^k,35 = 44700^k,$$

que determina una compresión media de contacto entre la placa y el salmer de

$$R = \frac{44700}{110 \times 100} = 4^k,06 \text{ por } ^c/m^2.$$



En el intradós: $38500 \times 4^k,32 = 166300^k$

y la presión correspondiente será:

$$R = \frac{166300}{110 \times 100} = 15^k,1 \text{ por } c/m^2;$$

que no pasan del $\frac{1}{20}$ de la carga de rotura del granito.

§ X.—Peso del arco empotrado.

78. Las dimensiones que hemos adoptado y acabamos de justificar para todos los elementos del arco empotrado producen los pesos siguientes:

2 cabezas de trasdós á 35.673 ^k	71.346 ^k
2 ídem íd. intradós á 36.271 ^k	72.542
2 celosías (una para cada arco) á 14.037 ^k	28.074
Contravientos ó arriostramiento longitudinal.....	23.199
Arriostramientos transversales.....	18.766
8 aparatos de apoyo.....	12.952
8 aparatos de amarre	7.172
<i>Peso total del arco empotrado.....</i>	<u>234.051^k</u>

CAPÍTULO V

CALCULO DEL ARCO ARTICULADO

§ I.—Consideraciones y fórmulas generales.

79. Ventajas é inconvenientes de los arcos articulados.—A pesar de que las razones naturales que expusimos al principio del capítulo primero hacen suponer que el empotramiento de los arcos metálicos permitirá obtener una economía de metal análoga á la que se obtiene con el empotramiento de las vigas rectas, ya sean horizontales, ya estén verticalmente comprimidas por sus extremos, hasta ahora no creemos que se haya calculado la economía que pudiera obtenerse.

El Ingeniero Mr. Probst pretende que es sensible; Eiffel y otros constructores dan la preferencia á la articulación por considerarla más fácil de montar y más segura de calcular; asimismo nuestro distinguido compañero D. Luis Acosta propone un arco articulado en su elegante proyecto de puente de Pontevedra (lámina I, fig. 8), sin justificar su preferencia.

Ya expusimos en el capítulo primero las ventajas é inconvenientes del arco empotrado: debemos, pues, también resumir las de los arcos articulados.



Desde luego, apoyándose los arcos sobre dos únicas rótulas ó articulaciones fijas en los salmeres de los estribos; se obtiene la certeza de que la resultante de todas las reacciones ha de pasar por dichos puntos, mientras que en los arcos empotrados y á pesar de todas las investigaciones científicas que hemos expuesto en el capítulo anterior, fundadas sobre la teoría de la elasticidad, no puede existir la misma seguridad de que los esfuerzos se distribuyen según las hipótesis y resultados del cálculo. Esta misma indeterminación hace más laborioso el cálculo de los arcos empotrados, mientras que el de los articulados, gracias á las teorías de Bresse y al gran número de puentes que se han calculado con esta hipótesis, resulta más fácil, aunque también es penoso.

Aseguran además muchos constructores y es la opinión de Resal, que, siendo necesario emplear el sistema de montaje en voladizo, debe adoptarse la articulación, y aunque hemos demostrado en el capítulo primero que puede efectuarse un montaje de esta clase, en los arcos empotrados, apoyando el arco sobre la cabeza inferior como si fuera una articulación, claro es que nunca será tan cómodo como efectuando el montaje sobre la misma rótula que ha de servir de apoyo á un arco articulado.

Por último, creen muchos Ingenieros que los arcos articulados no requieren tirantes de amarre, siempre incómodos, pero veremos que también pueden necesitarlos los articulados.

En definitiva, si las ventajas discutibles de estos últimos estuvieran compensadas por un aumento sensible de peso y de costo, no vemos que hubiera razones plausibles para desechar la solución de arco empotrado, puesto que los viaductos construídos de este sistema, con gran economía y elegante disposición, evidencian que en todo caso son exageradas las críticas que ha merecido este sistema.

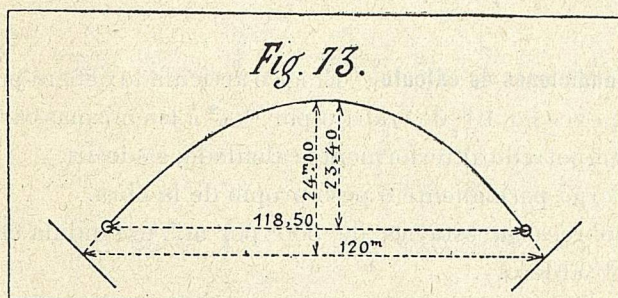
Como el único modo de apreciar la presunta economía de los arcos empotrados consiste en calcular el peso total de las dos so-



luciones, no hemos yacilado en estudiar con detalle un arco articulado, semejante al empotrado calculado en el capítulo anterior, pues el aumento de trabajo que representa estará más que suficientemente compensado con la economía que pudiera obtenerse, que es el principal objetivo que debe perseguir todo Ingeniero, y con la satisfacción de haber dilucidado una cuestión aún tan debatida.

80. Disposición adoptada para el arco articulado.—Así como en el arco empotrado es racional dar á la viga curva una altura decreciente desde los arranques al arco, pues el momento flector alcanza su límite superior en los arranques, en un arco articulado, el momento es nulo en la rótula y crece hasta la clave, siendo entonces lógica la disposición de media luna adoptada por Eiffel en sus viaductos (lám. I).

Pero queriéndose mantener los mismos elementos de luz y flecha que en el arco articulado, preferimos adoptar la disposición



de altura constante de 3 metros, que se asemeja sensiblemente á la primera solución estudiada (lám. I, figuras 3 y 5), nos permite aprovechar los tramos y palizadas ya calculados, y obedece á la disposición recomendada por Kœchlin (*) para los arcos de flecha

(*) *Statique graphique*, pág. 227.

media; siendo por otra parte más satisfactoria como aspecto que el tipo Eiffel, que nunca reunirá condiciones estéticas.

Resulta, pues, la disposición representada por la lám. XXI.

Como mantenemos la misma luz de 120^m entre los salmeres de estribos, la distancia efectiva entre las rótulas queda reducida á 118^m,50 y la flecha de la fibra media, que también es una *parábola*, queda reducida á 23^m,40.

Al plano de los arcos y montantes de palizadas se les da el mismo talud de $\frac{1}{12}$ adoptado en el caso anterior, y asimismo los dos únicos cuchillos ó vigas en arco se arriostran transversalmente y con contravientos de trasdós é intradós.

A consecuencia del talud del plano de los arcos, la distancia de las fibras medias, que es de 5^m,00 en el vértice, será en las rótulas de:

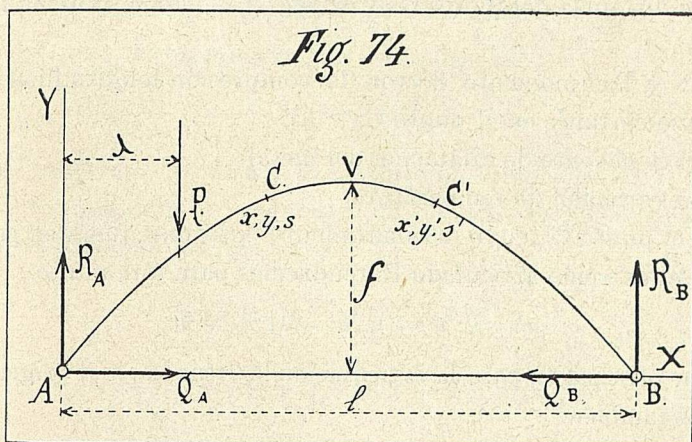
$$5,00 + \frac{1}{6} 23,40 = 8^m,90.$$

81. Condiciones de cálculo.—El arco articulado deberá poder resistir sin exceder 10^k de trabajo por ^m/_m² á las mismas cargas que el arco empotrado anteriormente calculado, es decir:

- 1.º Carga permanente ó peso propio de la obra.
- 2.º Sobrecarga estática de 300^k por m.², extendida en todo ó parte del tablero.
- 3.º Paso de dos filas de carretas de 6000^k ó de dos filas de carros de 9000^k, definidas en el capítulo que precede.
- 4.º Variación de temperatura de $\pm 30^\circ$.
- 5.º Acción de un viento horizontal de 270^k por m.²; obrando simultáneamente con la variación de temperatura, pero sin sobrecargas verticales, ó bien acción del viento de 150^k por m.², que actúe al mismo tiempo que la variación de temperatura y la sobrecarga vertical más desfavorable.



82. Establecimiento de las fórmulas.—Recordaremos aquí las fórmulas generales de la deformación (véase capítulo anterior), que son:



$$(1) \quad u' = u_A + \theta_A (y' - y_A) - \int_{s_A}^{s'} \frac{\mu}{EI} (y' - y) ds - \int_{x_A}^{x'} \frac{N}{E\Omega} dx - \int_{y_A}^{y'} \frac{T}{(gE)\Omega} dy + \delta\tau (x' - x_A).$$

$$(2) \quad v' = v_A - \theta_A (x' - x_A) + \int_{s_A}^{s'} \frac{\mu}{EI} (x' - x) ds - \int_{y_A}^{y'} \frac{N}{E\Omega} dy + \int_{x_A}^{x'} \frac{T}{(gE)\Omega} dx + \delta\tau (y' - y_A).$$

$$(2) \quad \theta' = \theta_A - \int_{s_A}^{s'} \frac{\mu}{EI} ds,$$

en las que:

u' = desplazamiento horizontal de un punto cualquiera C' , cuyas coordenadas son x' é y' ;

v' = desplazamiento vertical del mismo punto;

θ' = desplazamiento angular de la sección C' ;

u_A, v_A y θ_A , las mismas cantidades para el origen A;

x é y las coordenadas de un punto cualquiera C situado entre el origen A y el punto C', cuyo desplazamiento se estudia;

s la distancia del punto C al origen A, medida sobre la fibra media;

μ, N y T el momento flector, la compresión longitudinal y el esfuerzo cortante en el punto C;

ϵ el coeficiente de dilatación del metal;

τ la variación de temperatura.

Si el punto C', cuyo desplazamiento buscamos, fuera en particular el extremo articulado B, tendremos para este punto:

$$x' = l; y' = 0; u' = 0; v' = 0.$$

Por otra parte, para la articulación A situada en el origen tenemos también:

$$x_A = 0; y_A = 0; u_A = 0; v_A = 0.$$

Sustituyendo estos valores en las ecuaciones (1), (2) y (3) y despreciando los términos del orden del esfuerzo cortante T , que como ya dijimos en el capítulo anterior, son pequeños con relación á la compresión longitudinal y, sobre todo, al momento flector, nos quedarán las expresiones fundamentales del caso particular de arco articulado, y que son:

$$(1') \quad \int_A^B \frac{\mu}{EI} y ds - \int_A^B \frac{N}{E\Omega} dx + \epsilon \tau l = 0.$$

$$(2') \quad -l\theta_A + \int_A^B \frac{\mu}{EI} (l - x) ds - \int_A^B \frac{N}{E\Omega} dy = 0.$$

$$(3') \quad \theta_A - \theta_B - \int_A^B \frac{\mu}{EI} ds = 0.$$

83. Reacciones de los apoyos.—A consecuencia de la articulación, los momentos flectores en los apoyos son siempre evidente-



mente nulos. Quedan, pues, las reacciones reducidas á dos fuerzas, pasando por los puntos A y B, que á su vez pueden descomponerse en dos reacciones verticales R_A y R_B y dos reacciones horizontales Q_A y Q_B , siendo estas últimas iguales entre sí y de signo contrario, de tal manera que (véase fig. 74)

$$Q_B = - Q_A.$$

El momento flector μ y la compresión longitudinal N en una sección cualquiera C, se obtienen en función de las reacciones y de las cargas por las relaciones:

$$\mu = R_A x - Q_A y - (\Sigma_A^c m)$$

$$N = R_A \sin \alpha + Q_A \cos \alpha - \sin \alpha (\Sigma_A^c P),$$

en las que:

$(\Sigma^c P)$ representa la suma de las cargas tales como P, que actúan sobre el arco desde A á la sección C que se considera;

$(\Sigma_A^c m)$, la suma de los momentos de estas cargas con relación al punto C;

α , la inclinación de la fibra media sobre la horizontal.

Poniendo estas expresiones de μ y N en la fórmula (1'), se obtiene una primera relación entre las incógnitas R_A y Q_A y las cargas y dimensiones conocidas; se obtiene una segunda relación entre las mismas cantidades, aplicando la expresión de μ á la articulación B, en la que $\mu = 0$.

Con estas dos ecuaciones se determinan las dos incógnitas; pudiéramos emplear las dos relaciones (2') y (3') si se tratara de calcular las deformaciones, pero son inútiles para el cálculo de las reacciones.

La expresión (1') se transforma en la siguiente (teniendo en cuenta que $dx = ds \cos \alpha$ y $dy = ds \sin \alpha$):

$$\begin{aligned}
 (a) \quad R_A \left[\int_A^B \frac{xy ds}{EI} - \int_A^B \frac{\text{sen } \alpha \cos \alpha ds}{E\Omega} \right] - Q_A \left[\int_A^B \frac{y^2 ds}{EI} + \right. \\
 \left. \int_A^B \frac{\cos^2 \alpha ds}{E\Omega} \right] - \int_A^B \frac{\left(\sum_A^C m \right) y ds}{EI} + \\
 \int_A^B \frac{\left(\sum_A^C P \right) \text{sen } \alpha \cos \alpha ds}{E\Omega} + \delta \tau l = 0.
 \end{aligned}$$

La expresión de μ , aplicada al punto B, es:

$$(b) \quad \mu_B = 0 = R_A l - \left(\sum_A^B m \right)$$

Las integrales $\int_A^B$ que solo dependen de las dimensiones del arco, pueden transformarse en integrales $\int_A^V$ tomadas entre el punto A y el vértice

$$\begin{aligned}
 \int_A^B \frac{xy ds}{I} = l \int_A^V \frac{y ds}{I}; \quad \int_A^B \frac{\cos^2 \alpha ds}{\Omega} = 2 \int_A^V \frac{\cos^2 \alpha ds}{\Omega} \\
 \int_A^B \frac{\text{sen } \alpha \cos \alpha ds}{\Omega} = 0; \quad \int_A^B \frac{y^2 ds}{I} = 2 \int_A^V \frac{y^2 ds}{I}
 \end{aligned}$$

llevando estas simplificaciones á (a) y (b) y multiplicando los dos miembros por E, tendremos:

$$\begin{aligned}
 (a) \quad R_A \left[l \int_A^V \frac{y ds}{I} \right] - Q_A \left[2 \int_A^V \frac{y^2 ds}{I} + 2 \int_A^V \frac{\cos^2 \alpha ds}{\Omega} \right] = \\
 - E \delta \tau l + \int_A^B \frac{\left(\sum_A^D m \right) y ds}{I} - \int_A^B \frac{\left(\sum_A^C P \right) \text{sen } \alpha \cos \alpha ds}{\Omega} \\
 (b) \quad R_A l - \sum_A^B m = 0
 \end{aligned}$$



Estas dos ecuaciones nos dan para valores de las reacciones:

$$R_A = \frac{1}{l} \sum_A^B m$$

$$Q_A = \frac{\left\{ E\delta\tau l + \left(\sum_A^B m \right) \int_A^V \frac{yds}{I} - \int_A^B \frac{\left(\sum_A^C m \right) yds}{I} + \int_A^B \frac{\left(\sum_A^C P \right) \text{sen } \alpha \cos \alpha ds}{\Omega} \right\}}{2 \int_A^S \left(\frac{y^2 ds}{I} + \int_A^S \frac{\cos^2 \alpha ds}{\Omega} \right)}$$

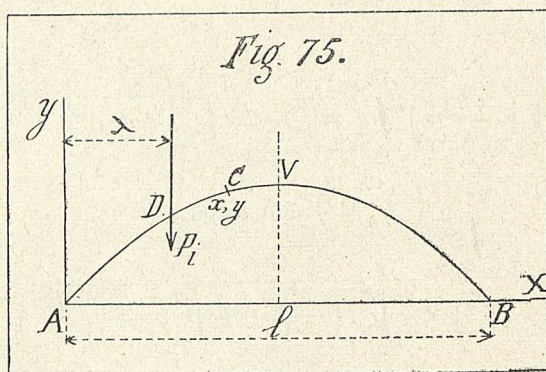
Análogamente á lo que hemos hecho para el arco empotrado, debemos transformar las integrales $\int_A^B$ del numerador, de tal manera que sólo tengamos que integrar en la extensión de la mitad izquierda del arco.

Efectivamente, para una fuerza cualquiera P (figura 74), tenemos:

$$\left. \begin{aligned} \int_A^B \frac{\left(\sum_A^C m \right) yds}{I} &= \int_D^B \frac{\left(\sum_A^C m \right) yds}{I} \\ \int_A^B \frac{\left(\sum_A^C P \right) \text{sen } \alpha \cos \alpha ds}{\Omega} &= \\ \int_D^B \frac{\left(\sum_A^C P \right) \text{sen } \alpha \cos \alpha ds}{\Omega} & \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{puesto que para} \\ &\text{todos los puntos} \\ &\text{situados á la iz-} \\ &\text{quierda de la fuer-} \\ &\text{za P, es decir, en} \\ &\text{la región AD te-} \\ &\text{nemos } \sum_A^C m = 0 \\ &\text{y } \sum_A^C P = 0. \end{aligned}$$

(a) Para una fuerza $P = P_i$ situado á la izquierda del arco tendremos:

$$\left(\sum_A^C m\right) = P_i (x - \lambda)$$



$$\begin{aligned} \int_D^B \frac{\left(\sum_A^C m\right) y ds}{I} &= P_i \int_D^B \frac{xy ds}{I} - P_i \lambda \int_D^B \frac{y ds}{I} = \\ P_i \left(\int_A^B \frac{xy ds}{I} - \int_A^D \frac{xy ds}{I} \right) - P_i \lambda \left(\int_A^B \frac{y ds}{I} - \int_A^D \frac{y ds}{I} \right) = \\ P_i \left(l \int_A^V \frac{y ds}{I} - \int_A^D \frac{xy ds}{I} \right) - P_i \lambda \left(2 \int_A^V \frac{y ds}{I} - \int_A^D \frac{y ds}{I} \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_D^B \frac{\left(\sum_D^C P\right) \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha ds}{\Omega} &= P_i \left(\int_A^B \frac{\operatorname{sen} \alpha \cos \alpha ds}{\Omega} - \right. \\ &\quad \left. \int_A^D \frac{\operatorname{sen} \alpha \cos \alpha ds}{\Omega} \right) = - P_i \int_A^D \frac{\operatorname{sen} \alpha \cos \alpha ds}{\Omega} \end{aligned}$$

$$\sum_A^B m = P_i (l - \lambda)$$

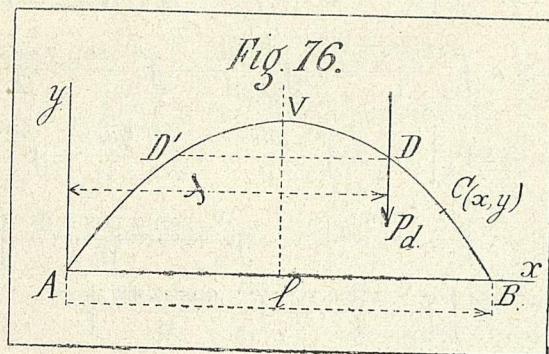
(b) Para una fuerza P_d situada en D, á la derecha del arco.

$$\left(\sum_A^C m\right) = P_d (x - \lambda).$$

$$\int_D^B \frac{\left(\sum_A^C m\right) y ds}{I} = P_d \int_D^B \frac{xy ds}{I} - P_d \lambda \int_D^B \frac{y ds}{I}$$

Sea D' simétrico de D , tendremos:

$$\int_D^B \frac{xyds}{I} = \int_A^{D'} \frac{(l-x)yds}{I} = l \int_A^{D'} \frac{yds}{I} - \int_A^{D'} \frac{xyds}{I}$$



designando por x e y en el segundo miembro de esta ecuación la abscisa y la ordenada de un punto cualquiera de AD' ; del mismo modo:

$$\int_D^B \frac{yds}{I} = \int_A^{D'} \frac{yds}{I}$$

de donde

$$\int_D^B \frac{(\Sigma_A^C m) yds}{I} = P_d \left(l \int_A^{D'} \frac{yds}{I} - \int_A^{D'} \frac{xyds}{I} - \lambda \int_A^{D'} \frac{yds}{I} \right)$$

Se obtiene de la misma manera:

$$\int_D^B \frac{(\Sigma_A^C P) \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha ds}{I} = -P_d \int_A^{D'} \frac{\operatorname{sen} \alpha \cos \alpha ds}{\Omega}$$

$$\Sigma_A^B m = l_d (l - \lambda)$$

Por lo tanto la expresión general del empuje producido por

las cargas verticales cualesquiera P_i y P_d situadas unas á la izquierda y otras á la derecha del arco, es:

$$Q_A = \frac{\left\{ E\delta\tau l + \sum P_i \left[(l - \lambda) \int_A^V \frac{yds}{I} - l \int_A^V \frac{yds}{I} + \int_A^D \frac{xyds}{I} + \right. \right. \\ \left. \left. 2\lambda \int_A^V \frac{yds}{I} - \lambda \int_A^D \frac{yds}{I} - \int_A^D \frac{\text{sen } \alpha \cos \alpha ds}{\Omega} \right] \right. \\ \left. + \sum P_d \left[(l - \lambda) \int_A^V \frac{yds}{I} - l \int_A^{D'} \frac{yds}{I} + \int_A^{D'} \frac{xyds}{I} + \right. \right. \\ \left. \left. \lambda \int_A^{D'} \frac{yds}{I} - \int_A^{D'} \frac{\text{sen } \alpha \cos \alpha ds}{\Omega} \right] \right\}}{2 \left[\int_A^V \frac{y^2 ds}{I} + \int_A^V \frac{\cos^2 \alpha ds}{\Omega} \right]}$$

haciendo operaciones de simplificación

$$Q_A = \frac{\left\{ E\delta\tau l + \sum P_i \left[\lambda \int_A^V \frac{yds}{I} + \int_A^D \frac{xyds}{I} - \lambda \int_A^D \frac{yds}{I} - \right. \right. \\ \left. \left. \int_A^D \frac{\text{sen } \alpha \cos \alpha ds}{\Omega} \right] \right. \\ \left. + \sum P_d \left[(l - \lambda) \int_A^V \frac{yds}{I} + \int_A^{D'} \frac{xyds}{I} - \right. \right. \\ \left. \left. (l - \lambda) \int_A^{D'} \frac{yds}{I} - \int_A^{D'} \frac{\text{sen } \alpha \cos \alpha ds}{\Omega} \right] \right\}}{2 \left[\int_A^V \frac{y^2 ds}{I} + \int_A^V \frac{\cos^2 \alpha ds}{\Omega} \right]}$$

La misma forma de esta expresión demuestra que los empujes ejercidos por dos fuerzas iguales actuando en dos puntos simétricos son iguales, de tal manera que nos basta calcular el empuje producido por las fuerzas actuando sobre el semiarco izquierdo.

La expresión definitiva del empuje será, por consiguiente, separando la acción de la temperatura:



$$Q_A = \frac{E\hat{\sigma}\pi l}{2 \left(\int_A^V \frac{y^2 ds}{I} + \int_A^V \frac{\cos^2 \alpha ds}{\Omega} \right)}$$

$$\Sigma P_i \left[\lambda \int_A^V \frac{y ds}{I} - \int_A^D \frac{y ds}{I} \right] + \left[\int_A^D \frac{xy ds}{I} - \int_A^D \frac{\sin \alpha \cos \alpha ds}{\Omega} \right]$$

$$+ \frac{2 \left[\int_A^V \frac{y^2 ds}{I} + \int_A^V \frac{\cos^2 \alpha ds}{\Omega} \right]}{2 \left[\int_A^V \frac{y^2 ds}{I} + \int_A^V \frac{\cos^2 \alpha ds}{\Omega} \right]}.$$

Para calcular los valores de las integrales $\int_A^V$ y $\int_A^D$ hay que proceder por cuadraturas como para el arco empotrado.

Los elementos de este cálculo se determinan en el cuadro número 33.

Hemos dividido la fibra media en 19 trozos limitados por los montantes del arco. Los valores de x , y , $\cos \alpha$, $\sin \alpha$, I , Ω , son los que corresponden al medio de los trozos (véase para los detalles el cálculo del arco empotrado en el capítulo anterior).

Como la fibra media es parabólica, sus coordenados están ligados por la relación

$$y = \frac{4fx}{l} \left(1 - \frac{x}{l} \right) \text{ en la que } l = 118^m,50 ; f = 23,40.$$

Podemos también medir con suficiente aproximación las coordenadas x é y , sobre el diagrama de la parábola.

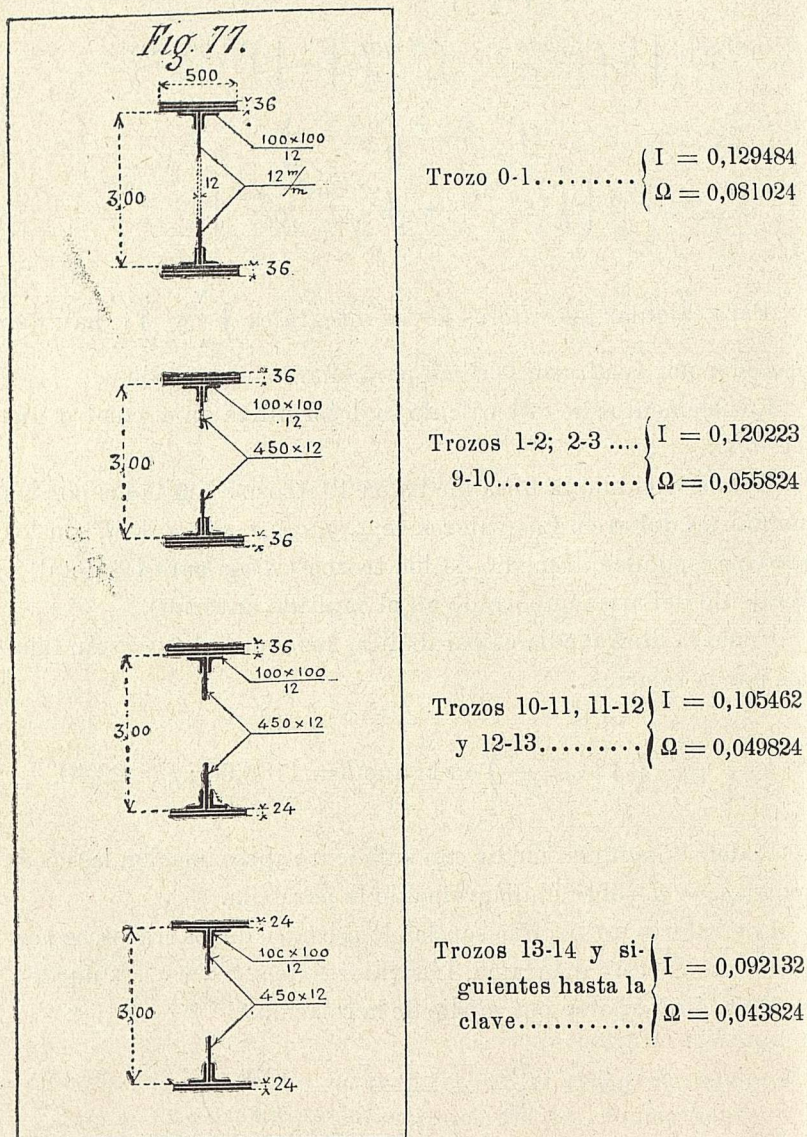
Los valores de Δs , que son las longitudes de los trozos, se han medido sobre este diagrama. Los valores de $\sin \alpha$ y $\cos \alpha$ pueden medirse, ó calcularse por medio de la relación:

$$tg \alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{4f}{l} \left(1 - \frac{2x}{l} \right)$$

Los valores de I y de Ω (sección bruta, es decir, sin deducción



de agujeros de roblones) se han deducido de las secciones siguientes, que hemos adoptado después de algún pequeño tanteo:



El cuadro núm. 33 nos permite calcular los empujes producidos por cualquier fuerza aplicada en el extremo de un trozo y por interpolación, el empuje producido por una fuerza en un punto cualquiera del arco.

84. Líneas de influencia del empuje.—Los valores del empuje se han calculado como para el arco empotrado, para una fuerza de 1^k aplicada sucesivamente en los montantes correspondientes á las riostras transversales.

La curva representativa de estos valores es *la línea de influencia del empuje*.

Cálculo de los valores de Q_A (ordenadas de la línea de influencia).—Sustituyendo en la expresión de Q_A anteriormente calculada:

$$P_i = 1$$

$$\int_A^V \frac{y ds}{I} \text{ por su valor 9366 obtenido en el cuadro núm. 33.}$$

$$\int_A^V \frac{y^2 ds}{I} \quad \text{id. id. 177292} \quad \text{id.} \quad \text{id.} \quad \text{id.}$$

$$\int_A^V \frac{\cos^2 \alpha ds}{\Omega} \quad \text{id. id. 1056} \quad \text{id.} \quad \text{id.} \quad \text{id.}$$

$$Q_A = \frac{\lambda \left(9366 - \int_A^D \frac{y ds}{I} \right) + \int_A^D \frac{xy ds}{I} - \int_A^D \frac{\sin \alpha \cos \alpha ds}{\Omega}}{2 (177292 + 1056)}$$

Los valores de λ (abscisas de las posiciones sucesivas de la fuerza $P_i = 1$) y los valores de las sumas $\int_A^D$ correspondientes, están inscritos en el cuadro núm. 34, deduciéndose de ellos los valores de q_A correspondientes, que nos permite á su vez trazar



el diagrama de la línea de influencia del empuje horizontal, representada en la lám. XXVI.

85. Línea de influencia de la reacción vertical.—La expresión de la reacción vertical á la izquierda, producida por una fuerza cualquiera P , de abscisa λ es, según hemos deducido anteriormente,

$$R_A = \frac{1}{l} \sum_A^B m \quad \text{ó} \quad \sum_A^B m = P (l - \lambda)$$

luego $R_A = \frac{P}{l} (l - \lambda)$ y para una fuerza $P = 1^{\text{kg}}$; $R_A = 1 - \frac{\lambda}{l}$

La forma lineal de esta expresión demuestra que la línea de influencia de la reacción vertical, es una recta cuya ordenada en el origen A , es decir, para $\lambda = 0$, es

$$R_A = 1^{\text{k}}$$

y cuya ordenada en el otro extremo B , es decir, para $\lambda = l$ es

$$R_A = 0.$$

La línea de influencia de las reacciones verticales del apoyo B es una recta simétrica de la correspondiente al apoyo A . El trazado de ambas, figura en el diagrama de la lám. XXVI.

Calcularemos ahora, por medio de estas líneas de influencia, el empuje y reacción producido por las diferentes cargas y esfuerzos que actúan sobre el arco, procediendo en un todo como lo hemos desarrollado en el capítulo anterior.

§ II.—Carga permanente.

86. Las fuerzas verticales que constituyen la carga permanente son los pesos del tablero superior y de las palizadas, aplicadas en el eje de éstas y el peso propio del arco que supondremos re-



partido en un cierto número de cargas aplicadas en el encuentro de la fibra media y de los montantes correspondientes á las rios-tras transversales.

La carga vertical en cada apoyo, es por razón de simetría:

$$R_A = R_B = \sum_A^V P$$

$$\text{El empuje es } Q_A = \sum_A^V P q_A$$

representando por q_A el valor del empuje producido por una fuerza de 1^k aplicada en el mismo punto que la fuerza P considerada.

Los valores sucesivos de q_A son las ordenadas de la línea de influencia del empuje, representado en el diágrama de la lámina XXVI citada.

Podemos admitir que las cargas aplicadas en el aplomo de las palizadas, son iguales á las calculadas para el arco empotrado, pues aunque las alturas de los montantes de las palizadas difieren algo de aquéllos, la diferencia de peso es insignificante, si se compara con el peso grande de los tramos y calzada, que no sufre variación: tomaremos, pues, los mismos pesos.

En cuanto á los pesos del arco propiamente dicho, resultan de la cubicación.

El cálculo del empuje ejercido por todas estas cargas se resume en el cuadro núm. 35.

Los valores de q_A se han medido sobre el diágrama de la lámina XXVI, y también se deducen del cuadro núm. 34.

De él se deduce en definitiva, que las reacciones del apoyo, bajo la acción de toda la carga permanente, son:

$$\text{Reacción vertical } R_A = 140200^k$$

$$\text{Empuje horizontal } Q_A = 2 \times 83690 = 167380$$



Conocidas las cargas y las reacciones del apoyo, se puede trazar el polígono de presiones, análogamente á lo que hemos hecho para el arco empotrado, y sabemos que el momento flector en un punto cualquiera, es igual al producto del empuje por la distancia vertical entre el punto y el polígono de presiones.

El trazado de este polígono se representa en la lám. XXVII.

Los valores de las compresiones longitudinales N y de los esfuerzos cortantes T , se miden sobre el polígono auxiliar (para el detalle de estas operaciones, véase el capítulo anterior).

Conociendo μ , N y T , el trabajo en una sección cualquiera es:

$$\text{En el trasdós:} \quad R' = \frac{v'\mu}{I} + \frac{N}{\Omega}$$

$$\text{En el intradós:} \quad R'' = -\frac{v''\mu}{I} + \frac{N}{\Omega}$$

Los esfuerzos en las diagonales de la celosía, son:

$$F = \frac{T}{\sin \beta}$$

y el trabajo resultante es

$$R = \frac{F}{\omega_d} = \frac{T}{\omega_d \sin \beta} \quad (\text{véase el capítulo anterior}).$$

En el cuadro núm. 36, se consignan los perfiles del arco en las secciones consideradas y los perfiles de las diagonales situadas á la derecha de estas secciones, así como los elementos $\frac{v'}{I}$, $\frac{v''}{I}$,

$\frac{1}{\Omega}$, $\frac{1}{\omega_d \sin \beta}$ que nos han de servir para calcular el trabajo en las cabezas de trasdós y de intradós y en las diagonales.

Los momentos flectores, las compresiones longitudinales y esfuerzos cortantes producidos por la carga permanente se calcu-



lan á su vez en el cuadro núm. 37, por medio de los elementos Z (distancias entre el polígono de presiones y la fibra media) que se miden en el diágrama de la lámina XXVII, al mismo tiempo que los elementos N y T.

Se deduce en este mismo cuadro el trabajo en las cabezas y en las diagonales, producido por la carga permanente, que según vemos no excede en las cabezas de $4^k,80$ por m/m^2 y en las diagonales sólo llega á $2^k,55$.

§ III.—Sobrecarga estática de 300^k por m^2 .

87. La sobrecarga de 300^k se transmite al arco por las palizadas.

Pero en lugar de calcular, como hemos hecho en el arco empotrado, el trabajo en el trasdós é intradós, producido separadamente por la sobrecarga correspondiente á cada palizada, calcularemos directamente para cada sección, en el trasdós é intradós, la posición y longitud de superficie cargada que produce el trabajo máximo, es decir, la sobrecarga más desfavorable.

Este procedimiento requiere el trazado de la línea de intersección de las reacciones, que pasamos á explicar.

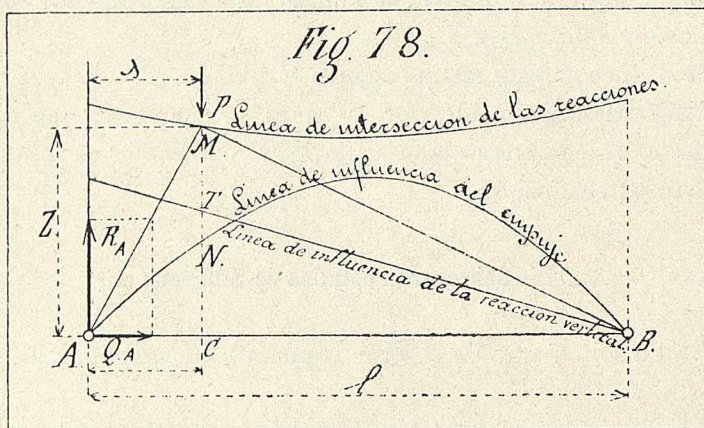
88. **Línea de intersección de las reacciones.**—Cuando una carga única se mueve de un extremo á otro del arco, las reacciones de los apoyos se encuentran evidentemente en la vertical de la carga, y el lugar geométrico de estos puntos de encuentro es lo que se llama la *línea de intersección de las reacciones*.

Por ejemplo, en la figura 78, si AB es la cuerda del arco, y si la carga móvil se encuentra á una distancia λ del origen A, las reacciones de los apoyos se encontrarán en un cierto punto M de la vertical de la carga P, y tendrán por consiguiente las direcciones AM y BM.

El punto M pertenece al lugar geométrico que se busca.



Para determinarlo, si llamamos Z su altura MC por encima de la cuerda, tendremos:



$$\frac{Z}{R_A} = \frac{\lambda}{Q_A} \text{ de donde } Z = \lambda \frac{R_A}{Q_A} \text{ ó sea } Z = \lambda \frac{r_A}{q_A}, \text{ llamando}$$

r_A y q_A , las ordenadas de las líneas de influencia ya trazadas, que son en la figura $r_A = TC$ y $q_A = NC$.

Esta relación nos permite construir gráficamente Z para cada posición de la carga, y por consiguiente construimos de este modo la línea entera.

También se puede calcular analíticamente para cada valor de x , el valor de Z correspondiente, pues sabemos que:

$$r_A = \frac{1^k (l - \lambda)}{l}$$

de donde

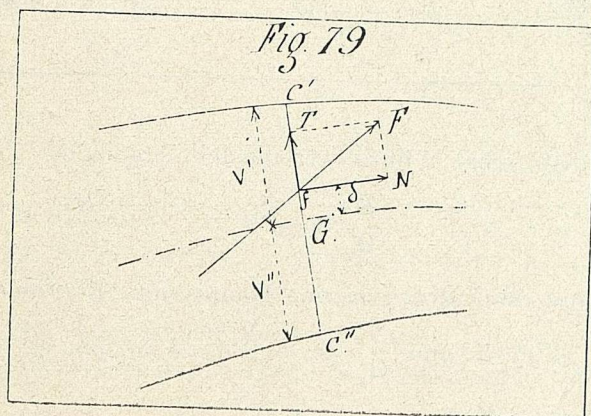
$$Z = \frac{\lambda (l - \lambda)}{q_A l} = \frac{\lambda (118,50 - \lambda)}{118,50 \times q_A}$$

Dando á λ los valores sucesivos correspondientes á los mon-

tantes 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10 — 12..... 18 y á q_A los valores correspondientes inscriptos en el cuadro núm. 34, obtenemos todos los valores correspondientes de Z que se han reunido en el cuadro siguiente:

Mon- tantes.	λ	q_A	Z	Mon- tantes.	λ	q_A	Z
1	3m,70	0,097	36m,96	8	26,84	0,642	32,33
2	7m,11	0,185	36m,13	10	32,75	0,752	31,51
3	10m,56	0,273	35m,22	12	38,65	0,839	31,06
4	14m,02	0,358	34m,50	14	44,54	0,910	30,55
5	17m,42	0,439	33m,84	16	50,43	0,960	30,17
6	20m,93	0,519	33m,20	18	56,31	0,986	29,97

89. Determinación de las cargas desfavorables para las cabezas.— Consideremos una sección cualquiera $C'C''$ y sea F la fuerza ex-



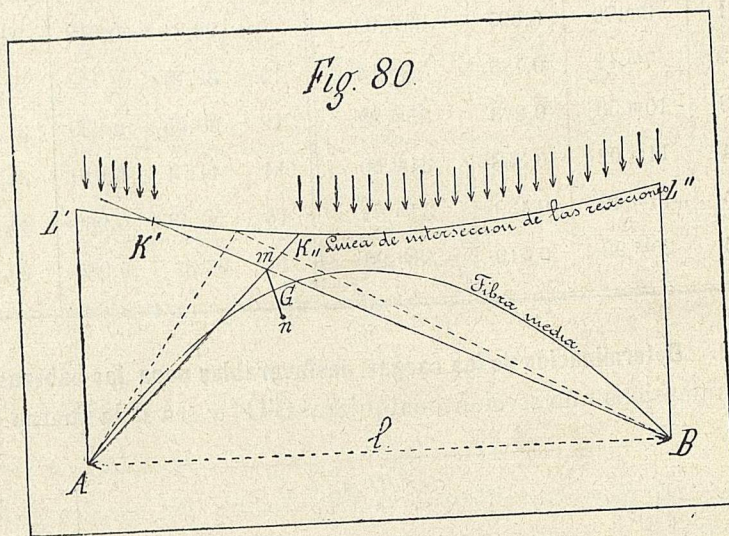
terior producida en esta sección por una carga cualquiera; esta fuerza F se descompone en un esfuerzo cortante T' y en una com-

presión longitudinal N . Si la carga es única, la fuerza F es la reacción de uno de los dos apoyos.

Sea δ la distancia del punto de paso f , al centro de gravedad G de la sección, distancia que se cuenta positivamente por encima de G y negativamente por debajo, tendremos:

$$\text{Momento flector:} \quad \mu = N \delta.$$

$$\text{Compresión longitudinal} = N.$$



El trabajo sobre la fibra extrema del intradós, es:

$$R'' = -\frac{v''\mu}{I} + \frac{N}{\Omega} \quad \text{ó sea} \quad R'' = -\frac{v''N\delta}{I} + \frac{N}{\Omega}$$

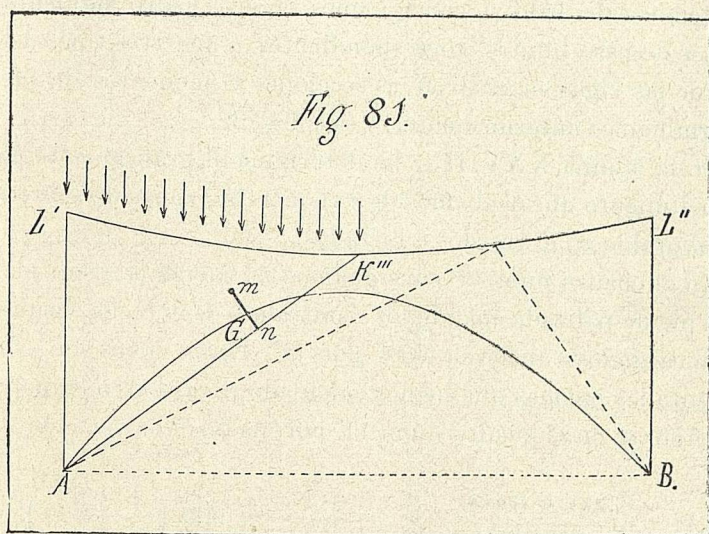
Para que este trabajo sea una compresión, R'' tiene que ser positivo, es decir, que $\frac{N}{\Omega} > \frac{v''N\delta}{I}$, ó lo que es lo mismo,

$$\delta < \frac{I}{\Omega v''}.$$

Para que el trabajo producido en C'' por una carga sea una compresión, basta, pues, que la fuerza exterior, es decir, la reac-

ción que atraviesa la sección pase en un punto situado por encima de un punto límite m tal que $mG = \frac{I}{\Omega v''}$.

Si unimos dicho punto m á los arranques A y B, se determina sobre la línea de intersección de las reacciones las zonas del arco que hay que cargar para que las fuerzas exteriores correspondientes á cada una de las cargas, atraviesen la sección por debajo de m , es decir, produzcan una compresión en el intradós. El conjunto de estas cargas es, por consiguiente, la carga desfavorable en el intradós de la sección considerada.



En la fig. 80, se observa que habría que cargar las zonas $L'K'$ y $K''L''$ para obtener una compresión en el intradós de la sección G, y que toda carga actuando entre K' y K'' produciría, por el contrario, una extensión, por pasar la fuerza exterior por debajo de m .

Se determina del mismo modo para cada sección un punto n , cuya distancia al centro de gravedad sea $nG = \frac{I}{\Omega v'}$ y tal que

toda fuerza exterior que pase por encima de dicho punto ejerza una compresión en el trasdós C' de la sección.

Uniendo n á los arranques se determina la zona que hay que cargar para que cada una de las cargas produzca una compresión en el trasdós, y el conjunto de estas cargas representa la carga desfavorable en el trasdós para la sección en G . En la figura anterior será, pues, la zona $L'K'''$ la que deba cargarse, pues toda carga actuando entre K''' y L'' produce una fuerza exterior que pasa por debajo de n y ejerce, por consiguiente, una extensión en el trasdós.

Hemos calculado y consignamos en el cuadro siguiente los puntos de paso límites, correspondientes á los tres tipos de sección de las vigas en arco, cuyas secciones y momentos de inercia determinamos anteriormente. (Véase fig. 32.)

En la lámina XXVIII se ha determinado gráficamente por el procedimiento que acabamos de exponer las zonas de sobrecarga desfavorable en el trasdós é intradós.

En el cuadro núm. 38 consignamos la fuerza transmitida por cada pie de palizada cuando los semitramos de derecha é izquierda están cargados á razón de 300^k por m^2 . Estas cifras son evidentemente las mismas que hemos calculado para el arco empotrado, que figuran en el cuadro núm. 11, por medio de la relación

$$P = \frac{300 \times 6^{m} 00}{2} \times \frac{l' + l''}{2} = 900 \left(\frac{l' + l''}{2} \right),$$

en la que l' y l'' son las longitudes de los tramos contiguos á la palizada que se considera.

El mismo cuadro núm. 38 consigna las ordenadas q_A y r_A de las líneas de influencia de las reacciones del apoyo A , de las que se deducen las reacciones parciales $Q_A = Pq_A$ y $R_A = Pr_A$, producidas separadamente por cada uno de los pies de palizada. Por sumas parciales se obtienen las reacciones totales producidas



Fig. 32.

	I Sección met.	Ω Sección met.	V'	$mG = \frac{I}{\Omega V''}$	$nG = \frac{I}{\Omega V'}$
	0,10657	0,04920	1,536	1 ^m 41	1 ^m 41
	0,09222	0,04375	1,714	1 ^m 23	1 ^m 57
	0,08106	0,03830	1,524	1 ^m 39	1 ^m 39

cerse gráficamente por medio de tantos polígonos funiculares como casos desfavorables de sobrecarga, ó sean 19 para el trasdós y otros tantos para el intradós. Pero resultaría muy largo este procedimiento, siendo más sencillo calcular μ y N por las relaciones siguientes:

$$\begin{aligned}\mu &= R_A x - Q_A y - \sum P_i (x - \gamma), \\ \text{ó } \mu &= (R_A - \sum P_i) x + \sum P_i \gamma - Q_A y \\ \text{y } N &= (R_A - \sum P_i) \text{ sen } \alpha + Q_A \text{ cos } \alpha,\end{aligned}$$

en las que x é y son las coordenadas de las secciones que se consideran y P_i una cualquiera de las fuerzas que se encuentran á la izquierda de la sección.

91. Trabajo máximo en el trasdós.—Los casos desfavorables de sobrecarga para cada uno de los 19 puntos del trasdós, situados en el empalme con los montantes, se representan en la fig. 83 deducida del diágrama de la lámina XXVIII.

El cálculo de los momentos flectores y compresiones longitudinales, así como los trabajos correspondientes producidos por estos casos de sobrecarga desfavorable, se consigna y resume en el cuadro núm. 39.

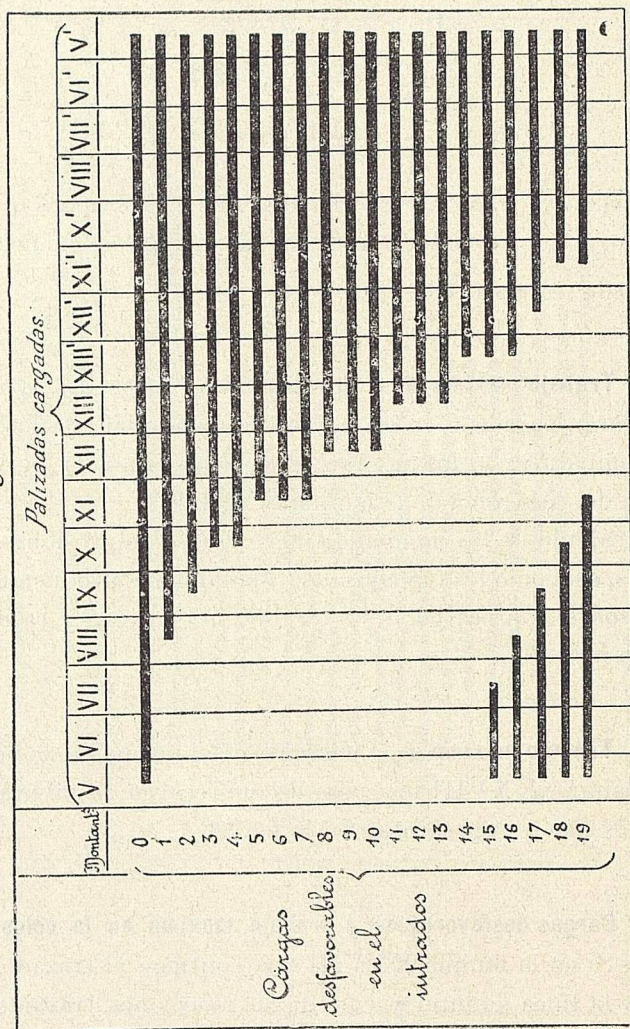
92. Trabajo máximo en el intradós.—Del mismo modo deducimos de la lámina XXVIII los casos de sobrecarga desfavorable en el intradós que se representan en la fig. 84.

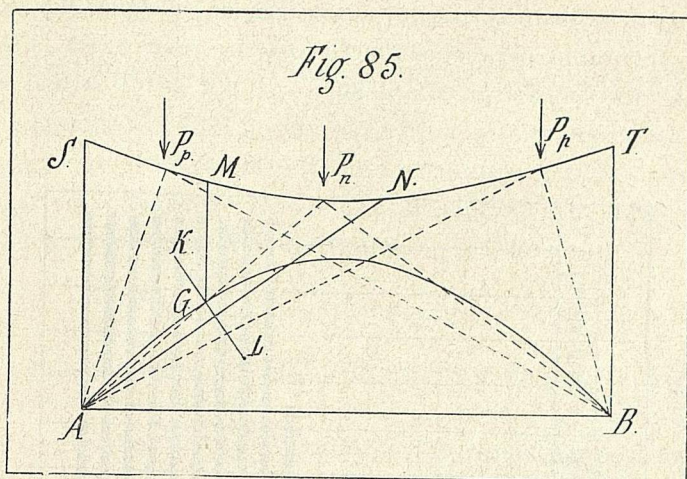
93. Cargas desfavorables y trabajo máximo en la celosía de los arcos.—Si en la lámina XXVIII que contiene el trazado del arco y el de la línea de intersección de las reacciones, trazamos la normal AN desde la articulación más próxima A á una sección G



hasta que corte en N la línea de intersección de las reacciones, observamos fácilmente lo siguiente (véase fig. 85): toda carga P_t situada en la zona NT ó en la zona SM, ejercerá en la sección KGL un esfuerzo cortante *negativo*, es decir, dirigido del trasdós

Fig. 84.





al intradós, y, por el contrario, toda carga situada en la zona MN ejercerá un esfuerzo cortante positivo (*).

(*) En efecto, el esfuerzo cortante en una sección normal a la fibra media, es la proyección sobre esta sección de las fuerzas que se encuentran a la izquierda; se conviene además en que este esfuerzo es positivo cuando la dirección de esta componente es del intradós al trasdós y viceversa, el esfuerzo cortante es negativo cuando la proyección se dirige del trasdós al intradós.

Si consideramos una carga P_n (véase fig. 85) situada en la zona MN, es decir, a la derecha de la sección considerada KL, la resultante de las fuerzas que actúan a su izquierda no es otra cosa que la reacción del apoyo izquierdo producida por esta carga P_n .

El esfuerzo cortante en KL es, pues, la proyección sobre KL de la reacción dirigida según AP_n .

Se observa que esta proyección es positiva, puesto que AP_n está por encima de la normal AN, y lo mismo ocurriría con cualquier carga situada en la zona MN.

Por el contrario, una fuerza P_p situada entre N y T produce una reacción dirigida según AP_p cuya proyección sobre KL se dirige del trasdós al intradós y es, por lo tanto, negativa. Del mismo modo, una fuerza P_p situada entre S y M produce una reacción a la izquierda dirigida según AP_p y las fuerzas situadas a la izquierda son esta reacción y la fuerza P_p ; su resultante está dirigida según $P_p B$ y se observa que también en este caso la proyección de esta resultante sobre la sección KL es negativa.

Las zonas SM y NT son, pues, las que hay que cargar para producir un esfuerzo cortante negativo y la zona MN la que debe cargarse para determinar un esfuerzo cortante positivo. La reunión de estas zonas (SM + NT) + MN es el tablero entero del arco.

desfavorable para el esfuerzo cortante negativo, de suerte que:

$$T \text{ máximo negativo} = T \text{ carga total} + T \text{ máximo positivo.}$$

La lámina XXVIII nos da para cada sección los casos de sobrecarga que producen los esfuerzos cortantes máximos positivos y negativos, cuyas combinaciones representamos en la fig. 86.

El esfuerzo cortante en un punto cualquiera es:

$$T = (R_A - \sum P_i) \cos \alpha - Q_A \sin \alpha.$$

Calculamos, pues, por medio de esta fórmula para cada sección el esfuerzo cortante á la derecha del montante en el caso de la carga total del tablero, el esfuerzo cortante máximo positivo producido por la sobrecarga parcial más desfavorable y por diferencia el esfuerzo cortante máximo negativo.

Se resumen estos cálculos en el cuadro núm. 41, que evidencia que el trabajo máximo en las diagonales de la celosía no excede en ningún punto de $-4^k,33$ por m/m^2 .

§ IV.—Sobrecargas dinámicas.

94. El cálculo del arco empotrado nos ha demostrado que, salvo en un muy reducido número de puntos, los esfuerzos resultantes de las cinco hipótesis de sobrecargas dinámicas son siempre inferiores á los producidos por la sobrecarga estática de 300^k por m^2 repartida en la forma más desfavorable, como acabamos de hacer para el arco articulado, y que aun en esos escasos puntos el esfuerzo debido á la sobrecarga dinámica es apenas superior al que resulta de la sobrecarga estática. (Véanse cuadros 29, 30 y 31.)

Podemos, pues, admitir que lo mismo ha de ocurrir con el arco articulado, y que en resumidas cuentas las pruebas dinámicas ejercen efectos menos desfavorables que las estáticas.



Por esta razón consideramos innecesario el cálculo laborioso del efecto producido por las filas de carros ó carretas, distribuidos según las cinco hipótesis admitidas en el cálculo del arco empotrado, que por lo demás habría que repetir en todas sus partes.

§ V.—Acción de la variación de temperatura.

95. La expresión general del empuje producido por una variación de temperatura de τ , con relación á la temperatura de montaje, ha sido determinada anteriormente, y es:

$$Q_A = \frac{E\delta\tau l}{2 \left(\int_A^V \frac{y^2 ds}{I} + \int_A^V \frac{\cos^2 \alpha ds}{\Omega} \right)}$$

en la que:

E = coeficiente de elasticidad = 17×10^9 ;

δ = coeficiente de dilatación del metal = 0,000012;

l = cuerda del arco = 118^m,50;

$$\left. \begin{aligned} \int_A^V \frac{y^2 ds}{I} &= 177292 \\ \int_A^V \frac{\cos^2 \alpha ds}{\Omega} &= 1056 \end{aligned} \right\} \text{ Véase cuadro núm. 33;}$$

$\tau = \pm 30^\circ$ (el signo más corresponde á una elevación de temperatura; el signo — corresponde á un descenso de temperatura).

Como la variación de temperatura no determina ninguna reacción vertical, la reacción total queda reducida al empuje, que es:

$$Q_A = \pm \frac{17 \times 10^9 \times 0,000012 \times 30 \times 118,50}{2 (177292 + 1056)} = \pm 2030^k$$



El momento flector, la compresión longitudinal y el esfuerzo cortante en un punto cualquiera son:

$$\mu = - Q_A y$$

$$N = Q_A \cos \alpha$$

$$T = - Q_A \operatorname{sen} \alpha.$$

Como se ve, los valores de N y de T son las proyecciones del empuje horizontal Q_A sobre las paralelas á las tangentes y á las normales á la fibra media. Pueden, pues, medirse directamente sobre el diágrama de la lámina XXVI.

Los valores de μ se calculan multiplicando el empuje $Q_A = \pm 2030$ por la ordenada y del punto que se considera y así obtenemos el cuadro núm. 42, en el que se determinan los trabajos del metal en las cabezas de trasdós é intradós y en las diagonales para una elevación de temperatura; para un descenso de temperatura nos basta cambiar todos los signos del trabajo.

Según se observa en dicho cuadro, el trabajo máximo del metal, producido por la temperatura en el arco articulado, es el intradós y en la clave y sólo alcanza un valor de $+0^k,95$ por m/m^2 .

En el arco empotrado (véase cuadro núm. 21) este trabajo es bastante mayor en todas partes, pues alcanza en el mismo punto $2^k,39$ por m/m^2 , lo que demuestra que desde este punto de vista es mucho más conveniente la solución del arco articulado.

§ VI.—Acción del viento.

96. Fórmulas.—El cálculo de la acción del viento en el arco articulado es el mismo que para el arco empotrado, pues en los dos casos se realiza el empotramiento bajo la acción de las cargas horizontales.

Los resultados sólo difieren por efecto de la pequeña diferen-



cia en las superficies expuestas al viento y, sobre todo, á consecuencia de las modificaciones en las secciones de las cabezas y celosías del arco.

Por lo tanto, el desarrollo de los cálculos es idéntico al del arco articulado que hemos expuesto con detalle en el capítulo anterior, y nos limitaremos ahora á exponer sucintamente los del caso presente.

Recordaremos por de pronto que el efecto del viento se traduce en cada sección del entramado de los dos arcos normal á la fibra media general en:

- 1.º Un esfuerzo cortante horizontal t .
- 2.º Un momento flector M_f actuando en el plano tangente.
- 3.º Un momento de torsión M_t actuando alrededor de la tangente á la fibra media general.

Siendo las cargas simétricas, el momento de torsión en la clave ó vértice es nulo y el momento de flexión $(M_f)_v$ en este punto tiene por expresión:

$$(M_f)_v = - \frac{\sum_v^A \left(\frac{m'_f \Delta s \cos \alpha}{I} + \frac{m'_t \Delta s \sin \alpha}{G} \right)}{\sum_v^A \left(\frac{\Delta s \cos^2 \alpha}{I} + \frac{\Delta s \sin^2 \alpha}{G} \right)}$$

en cuya fórmula

I es el momento de inercia de la sección completa (dos arcos) con relación á un eje situado en el plano medio general ó mediano.

G es un término análogo á un momento de inercia polar.

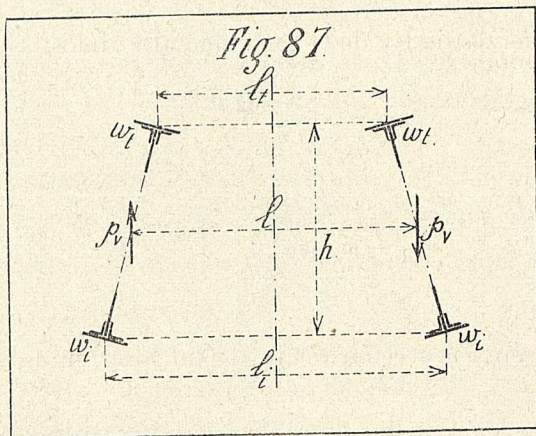
m'_f y m'_t son los momentos de flexión y torsión, que se desarrollarían en cada sección por las fuerzas que actúan sobre el arco, si éste estuviese cortado en la clave; estos momentos se calculan estáticamente, y para una sección C de coordenadas x é y son:



Tenemos, por último, que el valor del esfuerzo cortante t es:

$$t = \sum_v^c P.$$

Todos los elementos que acabamos de expresar nos permitirán calcular el trabajo del metal bajo la acción del viento:



1.º El momento flector (M_f) ejerce en la cabeza de uno de los arcos una tensión; en las del otro arco una compresión.

El trabajo será:

$$R = \frac{V M_f}{I},$$

siendo

$$v = \frac{l_t}{2} \text{ en el trasdós (véase fig. 87),}$$

$$v = \frac{l_i}{2} \text{ en el intradós}$$

y la expresión de I , siendo

$$I = \frac{\omega_t l_t^2}{2} + \frac{\omega_i l_i^2}{2}.$$

Por lo tanto,

$$\text{En el trasdós:} \quad R' = M_f \frac{l_t}{\omega_t l_t^2 + \omega_i l_i^2}.$$

$$\text{En el intradós:} \quad R'' = M_f \frac{l_i}{\omega_t l_t^2 + \omega_i l_i^2}.$$

2.º El momento de torsión (M_t) ejercen los arcos los esfuerzos cortantes $+p_v y -p_v$, cuya expresión es:

$$p_v = M_t l \frac{\frac{1}{2} \frac{\omega_m \omega_d \cos \beta \sin^2 \beta}{\omega_m + \omega_d \sin^5 \beta}}{G}.$$

El trabajo que de ello resulta en las diagonales es:

$$R = - \frac{p_v}{\omega_d \sin \beta},$$

siendo ω_d la sección de la diagonal.

El signo $-$ corresponde á una tensión; el signo $+$ á una compresión.

3.º El momento de torsión (M_t) ejerce en los contravientos unos esfuerzos suplementarios $+p_h$ y $-p_h$.

El esfuerzo $+p_h$ se añade al del esfuerzo cortante general t y $-p_h$ se resta del mismo, de tal modo que si admitimos que este esfuerzo cortante general t se reparte por igual entre el intradós y el trasdós, tendremos:

$$\text{Esfuerzo cortante en el trasdós:} \quad T = \frac{t}{2} + p_h$$

$$\text{Esfuerzo cortante en el intradós:} \quad T = \frac{t}{2} - p_h$$



Si representamos por ω_c las secciones de las barras de un cuadro de contravientos y γ el ángulo de las barras con relación al eje, el esfuerzo cortante en estas barras será:

En el trasdós:

$$F' = \frac{\frac{t}{2} + p_h}{\text{sen } \gamma} \quad \text{y el trabajo} \quad R' = \frac{\frac{t}{2} + p_h}{\omega_c \text{ sen } \gamma}$$

En el intradós:

$$F'' = \frac{\frac{t}{2} - p_h}{\text{sen } \gamma} \quad \text{y el trabajo} \quad R'' = \frac{\frac{t}{2} - p_h}{\omega_c \text{ sen } \gamma}.$$

La expresión de p_h , análoga á la de p_v , es

$$p_h = M_t h \frac{\frac{1}{2} \omega_c \text{ sen } \gamma \text{ sen}^2 \gamma}{G}.$$

Con estas fórmulas generales, vamos á calcular los esfuerzos del viento, siguiendo el mismo orden y procedimiento que el detallado para el arco empotrado.

97. Cargas del viento de 270^k por m².—Análogamente á lo que hemos calculado para este último en el cuadro núm. 22, hemos inscrito en el cuadro núm. 43 las cargas del viento de 270^k por m² en los elementos siguientes:

1.º *Acción del viento sobre el tablero superior.*—Las cargas horizontales son las mismas que para el arco empotrado; pero las coordenadas X é Y de los puntos de aplicación han variado algo, por ser distintas las coordenadas de la parábola de la fibra media.

2.º *Acción del viento sobre las palizadas.*—Han sufrido alguna variación las coordenadas de los puntos de aplicación y las cifras



de las cargas, porque á causa de la distinta forma del arco son algo menores las palizadas del centro del arco y mayores las de los arranques.

3.º *Acción del viento sobre el arco.*—Asimismo varían los elementos correspondientes al arco por la diferente disposición de sus cuchillos.

98. Cálculo del momento flector en la clave.—Los elementos $m'_f m'_t$ I y G que entran en la expresión del momento en la clave $(M_f)_v$ (pág. 207) se refieren al medio de los trozos.

Como en el cuadro núm. 44 (análogo al núm. 23 del arco empotrado) calculamos en primer lugar los términos m'_f y m'_t correspondientes á cada montante, es decir, para los extremos de los trozos, para obtener los correspondientes al medio de los trozos, se calcula en las columnas del mismo cuadro núm. 44 los medios aritméticos de los primeros.

Una vez obtenidos en dicho cuadro los términos m'_f y m'_t , se calculan en el cuadro núm. 45 (análogo al núm. 84 del arco empotrado) los demás términos de la expresión del momento flector en el vértice.

Los momentos de inercia transversales son $I = \frac{\Omega l^2}{2}$, fáciles de calcular.

La expresión de G puede escribirse:

$G = K' l^2 + K'' h^2$ en la que los valores de los coeficientes K' y K'' son:

$$K' = \frac{1}{2} \frac{\omega_m \omega_d \cos \beta \operatorname{sen}^2 \beta}{\omega_m + \omega_d \operatorname{sen}^2 \beta}$$

$$K'' = \frac{1}{2} \omega_c \cos \gamma \operatorname{sen}^2 \gamma.$$

VALORES DE K' .—En el bastidor 0 — 1, que es de alma llena,

la expresión de K' es diferente de la expresión anterior, pudiéndose considerar que para este caso $K' = \frac{1}{2} (g \omega)$, en la que g es la relación del coeficiente de elasticidad transversal al coeficiente de elasticidad longitudinal, que es próximamente igual á $\frac{1}{3}$, siendo ω la sección del alma, que es $3 \times 0,012 = 0,036$ de donde para el trozo 0 - 1 : $K' = 0,006$.



Trozo 1-2.

Diagonales: 4 angulares de $\frac{100 \times 100}{10}$, $\omega_d = 0,0076$ de donde
 Montantes. $\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ id. de } \frac{90 \times 90}{10} \\ 2 \text{ id. de } \frac{100 \times 100}{10} \end{array} \right\} \omega_m = 0,0072$ $\left\{ \begin{array}{l} K' = \frac{1}{2} \frac{0,0076 \times 0,0072 \times 0,81 \times 0,58^2}{0,0072 + 0,0076 \times 0,58^2} \\ \end{array} \right\}$
 Inclinación: $\text{sen } \beta = 0,58$; $\cos \beta = 0,81$.
 $\left. \begin{array}{l} \omega_m = 0,0072 \\ K' = 0,00085 \end{array} \right\} = 0,00085$

Trozo 2-3.

Diagonales: 4 angulares de $\frac{90 \times 90}{10}$, $\omega_d = 0,0068$
 Montantes. $\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ id. de } \frac{80 \times 80}{10} \\ 2 \text{ id. de } \frac{90 \times 90}{10} \end{array} \right\} \omega_m = 0,0064$ $\left\{ \begin{array}{l} K' = 0,00076. \end{array} \right\}$
 Inclinación: $\text{sen } \beta = 0,58$; $\cos \beta = 0,81$.

Trozos 3-4 y siguientes.

Diagonales: 4 angulares de $\frac{80 \times 80}{9}$, $\omega_d = 0,0054$
 Montantes. $\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ id. de } \frac{75 \times 75}{9} \\ 2 \text{ id. de } \frac{80 \times 80}{9} \end{array} \right\} \omega_m = 0,00525$ $\left\{ \begin{array}{l} K' = 0,00068 \end{array} \right\}$
 Inclinación media: $\text{sen } \beta = 0,67$; $\cos \beta = 0,74$



VALORES DE K''

Trozos 0-1 y 1-2.

$$\begin{array}{l}
 \text{Trasdós: 4 angulares de } \frac{100 \times 100}{10} \left\{ \begin{array}{l} \omega_c = 0,0076 \\ \text{id.} \end{array} \right\} \\
 \text{Intradós: id. id.} \left\{ \begin{array}{l} \text{id.} \\ \text{id.} \end{array} \right\}
 \end{array}$$

de donde:

$$\begin{array}{l}
 K'' = \frac{1}{2} \omega_c \cos \gamma \sin^2 \gamma \\
 = \frac{1}{2} 0,0076 \times 0,69 \times 0,72^2 \\
 = 0,00136
 \end{array}$$

Inclinación media:

Trozos 2-3 y 3-4.

$$\begin{array}{l}
 \text{Trasdós: 4 angulares de } \frac{90 \times 90}{9} \left\{ \begin{array}{l} \omega_c = 0,0062 \\ \text{id.} \end{array} \right\} \\
 \text{Intradós: id. id. id.} \left\{ \begin{array}{l} \text{id.} \\ \text{id.} \\ \text{id.} \end{array} \right\}
 \end{array}$$

de donde:

$$\begin{array}{l}
 K'' = 0,00104
 \end{array}$$

Inclinación media: $\sin \gamma = 0,68$; $\cos \gamma = 0,73$

Trozos 4-5 y 5-6.

$$\begin{array}{l}
 \text{Trasdós: 4 angulares de } \frac{90 \times 90}{9} \left\{ \begin{array}{l} \omega_c = 0,0058 \\ \text{id.} \end{array} \right\} \\
 \text{Intradós: id. id. id.} \left\{ \begin{array}{l} \text{id.} \\ \text{id.} \\ \text{id.} \end{array} \right\}
 \end{array}$$

de donde:

$$\begin{array}{l}
 K'' = 0,00094
 \end{array}$$

Inclinación media:

 $\sin \gamma = 0,65$; $\cos \gamma = 0,76$ 

Trozos 6-8.

$$\begin{array}{l} \text{Trasdós: 4 angulares de } \frac{100 \times 100}{10} \left\{ \begin{array}{l} \omega_c \text{ media} = 0,0069 \\ \text{Intradós: id.} \quad \frac{90 \times 90}{9} \end{array} \right\} K'' = 0,00120 \\ \text{Inclinación media: } \text{sen } \gamma = 0,70; \cos \gamma = 0,71 \end{array}$$

Trozos 8-10.

$$\begin{array}{l} \text{Trasdós: 4 angulares de } \frac{90 \times 90}{9} \left\{ \begin{array}{l} \omega_c \text{ media} = 0,0058 \\ \text{Intradós: id.} \quad \frac{80 \times 80}{9} \end{array} \right\} K'' = 0,00098 \\ \text{Inclinación media: } \text{sen } \gamma = 0,68; \cos \gamma = 0,73 \end{array}$$

Trozos 10-12 y siguientes:

$$\begin{array}{l} \text{Trasdós: 4 angulares de } \frac{80 \times 80}{9} \left\{ \begin{array}{l} \omega_c = 0,0054 \\ \text{Intradós: id.} \quad \text{id.} \end{array} \right\} K'' = 0,00085 \\ \text{Inclinación media: } \text{sen } \gamma = 0,04; \cos \gamma = 0,77 \end{array}$$



Con estos elementos inscritos en el cuadro núm. 45 y los demás que se calculan fácilmente, se deduce el momento flector en el vértice:

$$(M_f)_V = - \frac{\sum_v^A \left(\frac{m'_f \Delta s \cos \alpha}{I} + \frac{m_t \Delta s \sin \alpha}{G} \right)}{\sum_v^A \left(\frac{\Delta s \cos^2 \alpha}{I} + \frac{\Delta s \sin^2 \alpha}{G} \right)} =$$

$$- \frac{30358100 - 18358500}{67,02 + 214,20} = + 173230.$$

99. Momentos de flexión y torsión en un punto cualquiera.—Se deduce en función de $(M_f)_V$ por las expresiones:

$$(M_f)_c = m'_f + (M_f)_V \cos \alpha$$

$$(M_t)_c = m'_t + (M_f)_V \sin \alpha.$$

Desarrollamos estos cálculos en el cuadro núm. 46 para todas las secciones que corresponden á los montantes.

Trabajo del metal en las cabezas.—Con los momentos transversales calculados en dicho cuadro determinamos el trabajo producido en las cabezas por la acción del viento de 270^k por las fórmulas ya indicadas:

$$\text{En el trasdós:} \quad R' = M_f \frac{l_t}{\omega_t l_t^2 + \omega_i l_i^2}.$$

$$\text{En el intradós:} \quad R'' = M_t \frac{l_i}{\omega_t l_t^2 + \omega_i l_i^2}.$$

Para obtener los trabajos del metal correspondientes al viento de 150^k nos bastará, según ya explicamos en el capítulo anterior, multiplicar los coeficientes de trabajo correspondientes al viento



de 270^k, que son los calculados hasta ahora, por el coeficiente

$$\frac{150}{270} = 0,555.$$

En el cuadro núm. 47 resumimos estos cálculos y vemos que el viento de 270^k llega á producir un trabajo de 4^k,79 en el trasdós y de 5^k,04 por m/m² en el intradós (en el montante 1), que son superiores á los máximos del cuadro núm. 26 correspondiente al arco empotrado y que son 3^k,47 y 3^k,68 respectivamente.

100. Trabajo del metal en las celosías de los arcos.—Los esfuerzos cortantes suplementarios en los arcos, positivos en un arco y negativos en el otro, producidos por la acción del viento, tienen por expresión (véase capítulo anterior):

$$p_v = M_t l \frac{\frac{1}{2} \frac{\omega_m \omega_d \cos \beta \operatorname{sen}^2 \beta}{\omega_m + \omega_d \operatorname{sen}^2 \beta}}{G} = M_t l \frac{K'}{G}.$$

El trabajo, suplementario que resulta es:

$$R = - \frac{p_v}{\omega_d \operatorname{sen} \beta}.$$

En el cuadro núm 48 resumimos el cálculo de estos esfuerzos cortantes p_v y trabajo resultante R para un viento de 270^k y para el de 150^k, en el arco que recibe directamente la acción del viento.

Los coeficientes de trabajo que resultan (máximos 2^k,46 y 1^k,37 para los vientos de 270^k y 150^k) difieren muy poco de sus análogos, deducidos para el arco empotrado en el cuadro núm. 27, que son 2^k,54 y 1^k,41.

101. Trabajo del metal en los contravientos.—El esfuerzo cortante suplementario p_h , resultante de la torsión de los arcos, se añade

al esfuerzo cortante principal $\frac{t}{2}$ en los contravientos de trasdós y se resta en los contravientos de intradós (véase capítulo anterior.)

Los esfuerzos cortantes totales, son, pues:

$$\text{En el trasdós:} \quad T' = \frac{t}{2} + p_h.$$

$$\text{En el intradós:} \quad T'' = \frac{t}{2} - p_h.$$

Los esfuerzos en el conjunto de las barras de un mismo cuadro de arriostramiento transversal son:

$$F' = \frac{T'}{\sin \gamma} \text{ y } F'' = \frac{T''}{\sin \gamma}$$

y el trabajo correspondiente es:

$$R' = \frac{F'}{\omega_c} \text{ y } R'' = \frac{F''}{\omega_c},$$

en las que ω_c designe la suma de las secciones netas de un mismo cuadro.

La expresión de p_h es, según ya dijimos:

$$P_h = (M_t) h \frac{\frac{1}{2} \omega_c \cos \gamma \sin^2 \gamma}{G} = M_t h \frac{K''}{G}.$$

En el cuadro núm. 49 resumimos el cálculo de los esfuerzos cortantes p_h , de los esfuerzos en las barras F' y F'' y del trabajo del metal R' y R'' producido por el viento de 270^k . No es necesario estudiar la acción del viento de 150^k , pues las cargas verticales no intervienen en estos contravientos; sólo el viento ejerce sus esfuerzos en ellos, y por consiguiente, la hipótesis de la presión de 270^k por m^2 es la más desfavorable.



Como vemos en dicho cuadro, el trabajo máximo á que podrán estar sometidas estas piezas es de $8^k,82$ por m/m en el trasdós y $8^k,68$ en el intradós, que son casi iguales á los coeficientes máximos respectivos de $8^k,86$ y $8^k,47$ que resultan en el cuadro análogo núm. 28 para el arco empotrado.

§ VII.—Cálculo del trabajo total en el arco articulado.

102. Trabajo máximo total en las cabezas del arco.—Superponiendo, como hemos hecho para el arco empotrado, los trabajos del metal que hemos calculado separadamente, producidos por la carga permanente, la sobrecarga estática (que es la más desfavorable), la variación de temperatura y las acciones del viento, obtendremos en los cuadros números 50 y 51, los trabajos máximos totales en las cabezas de trasdós y de intradós, ejercidos por la acción combinada más desfavorable de las dos hipótesis admitidas, que son:

1.º Carga permanente + variación de temperatura + viento de 270^k .

2.º Carga permanente + variación de temperatura + viento de 150^k + sobrecarga estática.

La variación de temperatura y la acción del viento pudiendo ejercerse en uno ú otro sentido, se escogerán los que combinados con la carga permanente y sobrecarga, puedan producir el esfuerzo total máximo.

Como se observa en estos cuadros, el trabajo máximo en las fibras extremas de las cabezas es siempre inferior á 10^k por m/m^2 (los máximos son $9,73$ en el trasdós y $9,67$ en el intradós.)

Salvo en la primera sección de los arranques, siempre la hipótesis más desfavorable resulta ser la del viento de 150^k simultaneado con las demás sobrecargas y acciones.

103. Trabajo máximo total en las diagonales y pandeo en las mismas.—El trabajo máximo desarrollado en las barras de la celosía



por la sobrecarga de 300^k por m^2 es compresión ó extensión, según la disposición que se dé á la sobrecarga.

Debemos, pues, buscar cuál de estas sobrecargas produce el esfuerzo total máximo, combinando su trabajo positivo y negativo con el de la carga permanente tomado con su signo y los de la variación de temperatura y acción del viento tomados con el signo más desfavorable.

A este efecto, en el cuadro núm. 52, consignamos en lo que á la sobrecarga se refiere los trabajos máximos positivos y negativos calculados en el cuadro núm. 41.

El examen de dicho cuadro demuestra que siempre resulta mayor trabajo con el viento de 150^k combinado con las sobrecargas, siendo el trabajo máximo total de extensión en todas las diagonales, menos en la diagonal 1-2.

Los trabajos máximos quedan comprendidos entre $-6,96$ y $+5^k,23$, inferiores á los 8^k que nos habíamos impuesto como límite.

Comparando este cuadro con su análogo núm. 31 correspondiente al arco empotrado, se observa que generalmente las diagonales trabajan menos en el articulado.

Veamos ahora cómo resisten estas barras al pandeo á que pueden entregarse si fuera la compresión excesiva.

Hay tres tipos de barras: la diagonal 0-1, la 1-2 y la 15-16, sometidas respectivamente á las compresiones máximas de $5^k,23$; $2^k,65$ y $4^k,47$ (estas dos últimas calculadas en la última columna del cuadro núm. 52.)

Aplicaremos la conocida fórmula del esfuerzo límite perpendicularmente al plano del alma (*)

$$F = \frac{\pi^2 EI}{l^2}.$$

(*) No calculamos la resistencia al pandeo en el plano del eje, porque como vemos en el cuadro núm. 32, en el que se hace este cálculo para el arco empotrado, siempre es superior el esfuerzo límite, al que pueden resistir perpendicularmente al plano del alma.



Tendremos:

Diagonal 0-1.

4 angulares de $\frac{100 \times 100}{10}$; sección neta $\omega_d = 6680 \text{ m/m}^2$.

Longitud libre $l = 4,40$; compresión máxima $R_d = 5^k, 23$.

$$F = \frac{\pi^2 EI}{l^2} = \frac{\pi^2 \times I \times 10^9}{l^2} = \frac{3,14^2 \times 16240}{4,40^2} = 132350^k.$$

Esfuerzo real máximo: $f = R_d^* \omega_d = 34940$.

De donde se deduce que el coeficiente de seguridad de esta barra, que es

$$\frac{F}{f} = \frac{132350}{34940}$$

es muy superior á 2, con lo que queda garantida toda tendencia al pandeo.

Diagonal 1-2.

4 angulares de $\frac{90 \times 90}{10}$ $\omega_d = 5880$; $I \times 10^9 = 12200$.

Longitud lineal: $l = 4^m, 40$; R_d máximo positivo = $2^k, 65$.

Esfuerzo límite: $F = 99430^k$.

Esfuerzo máximo real: $f = R\omega = 15580^k$.

De donde también $\frac{F}{f} > 2$.

Diagonal 15-16.

4 angulares de $\frac{80 \times 80}{9}$

$\omega_d = 4608$

$I \times 10^9 = 7927$

$l = 3,50$

R_d máximo positivo = $4,47$.

Esfuerzo límite: $F = 102000^k$.



Esfuerzo real: $f = R\omega = 20600$

de donde $\frac{F}{f} > 2.$

Luego en ninguna diagonal hay el menor peligro de que pandeen.

§ VIII.—Estabilidad del entramado.

104. Tendencia del arco al levantamiento.—Todas las cargas verticales contribuyendo á la estabilidad del arco, la hipótesis más desfavorable para su levantamiento será evidentemente la del viento de 270^k , con cuyo efecto no simultanea ninguna sobrecarga.

En este caso la presión total del arranque sobre la zapata de apoyo, es la siguiente:

1.º Carga permanente (véase cuadro número 37).....	$N = + 215000^k$
2.º Descenso de temperatura (véase cuadro núm. 42).....	$N = - 1590^k$
3.º Acción del viento de 270^k (véase cuadro núm. 47.) Levantamiento $N = \frac{M_f}{l} =$	
$-\frac{2392870}{8,90} = \dots\dots\dots$	$N = - 268860^k$
Esfuerzo de levantamiento máximo.....	$N = - 55450^k$

Como se ve, esta suma es negativa y existe, por lo tanto, tendencia á levantamiento del arco articulado, según ya anunciamos al calcular este efecto en el empotrado.

Amarres.—Debemos, pues, como en aquél, amarrar los arcos á los estribos, para que por ninguna causa pueda separarse nunca el arco de su zapata, lo que pudiera ocasionar un accidente grave.

Para ello, y según se detalla en la lám. XXIV, hemos proyec-



tado dos tirantes de 60 m/m de diámetro en cada arranque, empotrados en la fábrica del estribo, que sujetarán invariablemente la construcción, aun en el caso de una tempestad ciclónica, como lo es la que produzca una presión horizontal de 270^k por m².

En este caso el trabajo máximo de estos dos tirantes será:

siendo: $\omega = 2826$ la sección de cada tirante

$$R = \frac{N}{2 \omega} = \frac{55450}{5632} = 9^k,81 \text{ por m/m}^2.$$

105. Tendencia de los apoyos al deslizamiento.—Calculemos en cada una de las dos hipótesis de viento la tendencia que pueda tener el arco á deslizarse sobre los apoyos en su mismo plano, tendremos:

	1. ^a hipótesis $p + \tau + 270^k$	2. ^a hipótesis $p + \tau + 150 + S$
Carga permanente (véase cuadro número 37).....	$T = + 2500^k$	$T = + 2500^k$
Descenso de temperatura (véase cuadro núm. 42).....	$T = + 1260^k$	$T = + 1260^k$
Viento de 270 ^k (véase cuadro núm. 48)	$p_v = + 6400^k$	»
Viento de 150 ^k $\left(p_v \times \frac{150}{270} \right)$		$p_v = + 3550^k$
Sobrecarga desfavorable (véase cuadro núm. 41).....		$T = + 11820^k$
Esfuerzo total de deslizamiento en el plano del arco.....	$T = 10160^k$	$T = 19130^k$

El esfuerzo de deslizamiento en la dirección del viento será para cada arco la mitad del valor de t , calculado en el cuadro número 44, que es en los arranques:

Para el viento de 270^k: $\frac{t}{2} = \frac{77280}{2} = 38640^k.$

Para el viento de 150^k: $\frac{t}{2} \times \frac{150}{270} = 21450^k.$

El esfuerzo total de deslizamiento producido por las dos tendencias que acabamos de calcular es la resultante de estos dos esfuerzos, que será:

$$R = \sqrt{T^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2}$$

que nos da las siguientes cifras:

Primera hipótesis de viento:

$$R = \sqrt{10160^2 + 38640^2} = 39950^k.$$

Segunda hipótesis de viento:

$$R = \sqrt{19130^2 + 21450^2} = 28740^k.$$

Estos esfuerzos oblicuos que tienden á separar el arco, quedarán suficientemente anulados con los dos tirantes de amarre de los arcos y con las cuatro grapas que sujetan la zapata al salmer; pero á mayor abundamiento convendrá, y así lo proyectamos, empotrar dicha zapata en el salmer, labrando en éste una caja que lo sujete lateralmente. (Véase lámina XXIV.)

106. Presiones máximas sobre los apoyos.—Esta presión máxima puede resultar de cualquiera de las dos hipótesis desfavorables. Las calcularemos á continuación:



	1. ^a hipótesis $p + \tau + 270$	2. ^a hipótesis $p + \tau + 150 + S$
Carga permanente (véase cuadro número 37).....	N = + 215000	N = + 215000
Elevación de temperatura (véase cuadro núm. 42).....	N = + 1590	N = + 1590
Viento de 270 ^k (lado opuesto al viento) (véase cuadro núm. 47) N =		
$\frac{M_f}{l} = \frac{2382870}{3,90} = \dots\dots\dots$	N = + 268860	
Viento de 150 ^k = $N \times \frac{150}{270} \dots\dots$		N = + 149220
Sobrecarga desfavorable (cuadros 39 y 40).....		N = + 85280
Presiones máximas sobre los apoyos.	N = + 485450	N = 451090

Rótulas del arco.—Esta presión máxima de 485450^k ejerce sobre la rótula de acero cuya superficie de contacto es próximamente

$$170 \text{ m/m} \times 500 = 85000 \text{ m/m}^2 \text{ un trabajo de}$$

$$R = \frac{485450}{85000} = 5^k,7 \text{ por m/m}^2.$$

Zapata y salmer.—Siendo la base de apoyo de la zapata de 1^m,30 $\times$ 1^m,10 = 1^m²,43, la presión máxima sobre el estribo es de

$$R = \frac{485450}{14300} = 33^k,9 \text{ por c/m}^2,$$

compresión muy inferior á la resistencia del granito, que es de 300^k por c/m².

Cuando el puente se encuentre libre de sobrecargas, es decir, en condiciones normales, actuando sólo la carga permanente, la compresión sobre el salmer sólo será de:

$$R = \frac{215000}{14300} = 15^k \text{ por c/m}^2.$$

§ IX.—Peso del arco articulado.

107. Las dimensiones que hemos adoptado y acabamos de justificar para todos los elementos del arco articulado determinan los pesos siguientes, que son los resúmenes del estado detallado de cubicación:

Cabezas de	Desde el montante I al simétrico.....	60.650	} 70.324 ^k
trasdós....	Arranque hasta el montante I.	9.674	
Cabezas de	Desde el montante I al simétrico.....	56.826	} 66.500 ^k
intradós...	Arranques hasta el montante I.	9.674	
Celosías de los dos arcos.....		25.292 ^k	
Arriostramientos longitudinales ó contravientos.....		23.983 ^k	
Arriostramientos transversales.....		19.251 ^k	
Aparatos de apoyo y amarre.....		18.540 ^k	
<i>Peso total del arco articulado.....</i>		<u>223.890^k</u>	



CAPITULO VI

SOLUCIONES VARIAS DE ARCOS METÁLICOS

§ I.—Viaductos enteramente metálicos de pequeños tramos sobre arcos empotrados.

108. Disposiciones generales.—Ya explicamos en el capítulo primero las razones que nos hacían suponer que la solución más económica que parecía presentarse era la de un arco metálico empotrado, sirviendo de apoyo á un viaducto enteramente metálico de pequeñas luces, siguiendo la disposición ejecutada con éxito en Suiza por el Ingeniero Mr. Probst en los viaductos de Javroz y Schwarzwasser, y siguiendo este criterio y los principios de aquel Ingeniero hemos proyectado nuestra primera solución. (Véanse figuras 1, 2 y 3 de la lámina I.)

En los capítulos II, III y IV hemos calculado todos los elementos de la parte metálica de esta solución, que representamos en alzado de conjunto y con bastante detalle en la lámina III.

Como se observa, hemos escatimado en lo posible la obra de fábrica, que queda reducida á los elementos indispensables para enlazar el terreno escabroso é irregular de aquellas laderas con la parte metálica proyectada.

En los alzados de los puentes se ve que con el mismo objeto



de economía hemos suprimido la parte central de las pilas y estribos del arco, puesto que de nada servirían en el caso presente. Los espesores adoptados y los taludes (en el sentido transversal del puente el talud es de 1/12, igual al del arco y montantes de palizadas) aseguran la estabilidad de cada una de estas pilas ó estribos.

También se ha reducido en lo posible el volumen de la sillería que se reserva para los paramentos, proyectándose el relleno con mampostería concertada, pues conviene que estos macizos estén formados por hiladas normales á la dirección de las presiones.

Ya hemos visto en los capítulos III y IV que las presiones máximas que las palizadas y los arcos ejercen en sus apoyos son de $10^k,8$ y $36^k,9$ por cm , y por lo tanto, muy inferiores á lo que puede resistir el granito que ha de constituir las soleras y salmeres de estos apoyos que, como es sabido, sólo rompe bajo presiones superiores á 300^k por cm^2 .

Todas las fábricas se proyectan con morteros de cemento Portland, con objeto de suprimir los asientos, que podrían originar graves trastornos en la parte metálica.

109. Precios del acero.—Justificaremos aquí solamente el precio adoptado para la tonelada de acero, puesta en obra, por ser el material que más importancia tiene en esta construcción, pues para las demás unidades de obra, se proponen precios corrientes que se han calculado teniendo en cuenta los precios del proyecto aprobado de la carretera de que forma parte este viaducto y los del puente de Zamora que se está ejecutando.

En muchos proyectos hemos visto que se asignan precios distintos á los hierros de puentes, según sus clases y partes de obra en que han de colocarse; y si bien es verdad que en las fábricas se venden aquéllos con alguna diferencia, según sean, por ejemplo, chapas gruesas ó delgadas, viguetas, angulares ó hierros es-



peciales, es lo cierto que estos precios elementales influyen poco en el coste de la tonelada de puente y que las casas constructoras de obras metálicas suelen calcular sus precios, cualquiera que sea la clase de hierro que se emplea.

Así es que por las mismas razones antes apuntadas sólo admitimos un precio único para la tonelada, cualquiera que sea la parte que ocupe en la obra metálica.

El precio comunmente aceptado hoy en la mayor parte de los puentes de vigas rectas de alguna importancia es de 500 pesetas tonelada, puesto en obra, pintado y probado; pero nuestro proyecto reúne condiciones especiales que nos obligan á modificarlo algún tanto.

En primer lugar, la forma curva y parabólica del arco hace más delicada y costosa la ejecución de esta parte de la obra, pues siendo todas las piezas que lo constituyen de diferente longitud, resulta su despiece más difícil y la ejecución requiere una precisión absoluta.

En segundo lugar, exigimos, según se ve en los pliegos de condiciones, que todos los agujeros de roblones se alisen en un espesor de 3 ^m/m y además que el roblonado se ejecute con máquina, aun en las uniones del montaje. Estas dos operaciones representan un aumento sensible de mano de obra.

Por último, el montaje de todo el puente representa de por sí una partida importante, pues no pudiéndose pensar en establecer andamios de 90 metros de altura sobre un río tan caudaloso, será preciso ejecutarlo en voladizo y según un procedimiento análogo al empleado para los montajes de los puentes de San Luis y Oporto.

Difícil me hubiera sido, sin haber ejecutado nunca obras de esta clase y no pudiendo deducirlo de las Memorias y proyectos de obras análogas (pues no se detallan en ninguno el coste de estos montajes), calcular con alguna exactitud el importe de tales operaciones; así es que en mis frecuentes conversaciones con los



Ingenieros de las fábricas que he tenido el gusto y la curiosidad de visitar en España, Francia, Bélgica y Suiza, procuré deducir el precio á que lo calculaban personas más prácticas que yo.

De este modo he conseguido reunir datos bastantes para calcular con suficiente exactitud el precio que pueda servir de base á una subasta.

Suponiendo que la obra se ejecute en una de las fábricas nacionales, los elementos que constituyen el precio de una tonelada de acero para el viaducto completamente terminado son los siguientes:

Precio de una tonelada de acero laminado ó fundido en el taller.....	260,00
Ejecución en el taller de toda la obra.....	80,00
Aumento de obra producido por el alisado de los agujeros y roblonado mecánico.....	
Transporte de la fábrica á Zamora por ferrocarril.....	55,00
Transporte de Zamora al emplazamiento (47 ^k en carretera), incluso carga y descarga.....	25,00
Montaje completo en la obra, incluso andamios y toda clase de aparatos auxiliares.....	90,00
Pintura (dos capas de minio y tres de blanco de zinc puro).....	15,00
Pruebas.....	5,00
TOTAL.....	530,00

Este precio es inferior al calculado para otros puentes recientemente proyectados, como, por ejemplo, el de Zamora y el de la Barca en Pontevedra, que consignan ambos 600 pesetas como precio de la tonelada de *hierro* laminado; pero sea porque desde entonces acá los precios han sufrido una baja, sea por otras circunstancias que desconozco, abrigo la convicción de que por di-



cho precio de 530 pesetas (al que hay que añadir el 15 por 100 de contrata, que lo hace subir á 609,50) habrá fábricas nacionales ó extranjeras que concurren á la subasta, pues se trata de un peso total de 450 toneladas, que bien permite la adquisición é instalación de medios especiales de montaje.

Por lo demás, ya he consignado en mi estudio sobre el acero en los puentes (*) que hoy día los precios de los aceros son iguales á los del hierro laminado, y también conviene hacer constar que si bien el despiezo del arco en el taller será algo delicado, todo el resto de la obra es de ejecución corriente, pues he procurado una estereotomía sencilla y he huído de todos los hierros especiales, amoldándome á los catálogos de hierros corrientes del comercio.

110. Presupuesto.—Con estos elementos y cubiertas con todo detalle las obras que constituyen esta solución, presentamos á continuación la valoración general del puente viaducto de Pino.

(*) *Revista de Obras públicas*, números 7, 9 y 10 del año 1896.—Tomo I.



PRESUPUESTO GENERAL

DE LA PRIMERA SOLUCIÓN

(Viaducto metálico de pequeños tramos sobre arco metálico empotrado)

Número de unidades.		PRECIO		IMPORTES	
Metros cúbicos.		Ptas.	Cts.	Parciales.	Totales.
Art. 1.º—Obras de fábrica.					
807.490	de excavación en roca para cimientos.....	4	00	3,229,96	3.229,96
26.870	mampostería careada en paramentos de estri- bos y muros de soste- nimiento á.....	35	00	940,98	
101.348	mampostería ordinaria hidráulica en macizos de estribos y muros de sostenimiento á.....	21	00	2.128,14	3.198,59
65.000	de pedraplén.....	2	00	130,00	
356.798	mampostería concertada en paramentos de es- tribos y macizos desal- meres á.....	38	00	13.558,32	
378.528	sillería desbastada en ángulos de estribos y estribos salmeres á....	56	60	21.197,34	
74.720	sillería recta en las pilas y soleras para recibir los tramos.....	77	00	5.753,44	65.102,67
290.263	sillería aplantillada en pilas y salmeres estri- bos, impostas y preti- les á.....	86	00	24,993,57	
1.100.309					
TOTAL DEL ART. 1.º					71.931,22



Número de unidades. — Toneladas.		PRECIO		IMPORTES	
		Pts.	Cts.	Parciales.	Totales.
	Art. 2.º—Obras metálicas.				
173.473	de acero laminado ó fundido para los tramos de vigas de alma llena á.....	530	00	91.921,61	118.262,61
40.700	de acero laminado ó fundido para las palizadas.....	530	00	26.341,00	
213.927	de acero laminado ó fundido para el arco empotrado de 120 metros de luz á.....	530	00	113.381,31	124.047,03
20.124	de fundición, acero fundido forjado y laminado y plomo para aparatos de apoyo y anclado en los estribos á.	530	00	10.665,72	
459.345					
	TOTAL DEL ART. 2.º				242.309,64
	Art. 3.º — Afirmado y entarugado.				
18.000	metros lineales de entarugado, sobre el viaducto metálico, completamente terminado á.....	110	00	19.800,00	19.835,20
8.000	metros lineales de firme completamente terminado, en los estribos á.	4	40	35,20	
	TOTAL DEL ART. 3.º				19.835,20



Número de unidades.		PRECIO		IMPORTES	
		Ptas.	Cts.	Parciales.	Totales.
	Art. 4.º—Obras accesorias.				
	Puente colgado de servicio entre las dos márgenes.....			6.000,00	
	Rampas de acceso á los salmeres del arco metálico y al puente de servicio.....			5.000,00	11.800,00
	Perforación de los macizos para anclado de los arcos y amarre de las palizadas.....			800,00	
	TOTAL DEL ART. 4.º				11 800,00
	Resumen de la ejecución material.				
	Art. 1.º—Obras de fábrica.....				71.931,22
	Art. 2.º—Obras metálicas.....				242.309,64
	Art. 3.º—Afirmado y entarugado.....				19.835,20
	Art. 4.º—Obras accesorias.....				11:800,00
	TOTAL DE EJECUCIÓN MATERIAL.....				345.876.06
	Aumento del 15 por 100 de contrata.....				51.881,40
	TOTAL: PRESUPUESTO DE CONTRATA				397.757,46



§ II.—Arcos metálicos empotrados con avenidas de fábrica.

III. La gran abundancia de piedra en las inmediaciones de la localidad podía hacernos suponer la conveniencia de sustituir con piedra parte de la obra metálica, y á este efecto hemos proyectado la segunda solución (fig. 5 de la lámina I), que se representa con detalle en la lámina XXIX.

II2. **Disposición general.**—Con objeto de suprimir el viaducto de la margen izquierda hemos corrido hacia ella la situación del arco en 5^m,50 de desplazamiento longitudinal, quedando así el viaducto de esa orilla reducido á un muro de acompañamiento. Pero como aun así el extremo de dicho muro tiene una altura comprendida entre 11 y 18^m, que obligaría á dar á los muros un espesor en la base de 4^m por lo menos (es decir, que se unirían los dos macizos), los hemos sustituido por un cañón de 4^m de luz (véase la lámina XXIX, secciones del estribo izquierdo), que permite economizar un volumen sensible de fábrica, adoptando para esta bóveda las dimensiones de los pontones oficiales.

En la margen derecha, en cambio, el viaducto de fábrica adquiere bastante importancia, puesto que la altura de la pila estribo resulta de 46 metros.

Así es que los espesores tienen que ser grandes y las luces de los dos arcos que constituyen el viaducto deben tener 15 metros.

II3. **Decoración.**—Como dice muy bien el eminente Reynaud en su hermosa obra de arquitectura, los viaductos, establecidos generalmente fuera de las poblaciones, no reclaman formas decorativas y sólo pueden alcanzar la belleza por el mérito de su disposición.

Sin pretender lograr por nuestra parte ese grado de hermosura, hemos sin embargo, procurado que las líneas de la cons-



trucción satisfagan á la vista por sus proporciones. Por lo que á la ornamentación se refiere, sólo creemos debe obtenerse con los salientes y líneas de sombra de los órganos principales, pues en masas tan grandes y con puntos de vista muy lejanos, cualquier detalle minucioso se perdería y hasta creo que habría de perjudicar al aspecto severo y robusto que debe ofrecer nuestra obra.

Nos hemos, pues, limitado á acusar los aristones de las pilas y estribos y de los frentes de las bóvedas con el saliente aberrugado de los sillares, los perfiles de las impostas y pretilos también se han dibujado con la mayor sencillez; por último, los perfiles de los salmeres de arcos metálicos han sido compuestos con fuertes ménsulas que rompen la uniformidad de la pila y enlazan ésta con el estribo, robusteciendo la parte que corresponde al salmer del arco.

Por necesidades de la composición este salmer presenta una gran superficie de 50 m² que decoramos con un adorno en bronce representando el escudo del Cuerpo y las fechas de comienzo y terminación de las obras.

CÁLCULO DE LAS DIMENSIONES DE LA OBRA DE FÁBRICA

114. Bóveda de 15 metros de luz.—Para toda esta parte de nuestro estudio nos hemos atendido al resultado de los cálculos establecidos por nuestro distinguido jefe D. Elzeario Boix en su obra *Estabilidad de las construcciones*, razón por la que sería ocioso desarrollar las hipótesis y consideraciones que justifican las fórmulas adoptadas.

El espesor en la clave de una bóveda de 15 metros de luz, de medio puente, se deduce siendo A la luz, de la fórmula:

$$\text{Boix: } e = \frac{A}{3} \sqrt[3]{A} \quad e = 0,15 \times 0,15 \sqrt[3]{A} = 0,82.$$



SOLUCIONES VARIAS DE ARCOS METALICOS 235

Las fórmulas de Perronnet, Dupuit, Gauthey y Croisette-Desnoyers, nos darían respectivamente:

$$\text{Perronnet:} \quad e = 0,325 + 0,035 A = 0,85;$$

$$\text{Dupuit:} \quad e = 0,20 \sqrt{A} = 0,77;$$

$$\text{Gauthey:} \quad e = 0,33 + 0,021 A = 0,65;$$

$$\text{Croisette-Desnoyers:} \quad e = 0,15 + 0,15 \sqrt{A} = 0,73.$$

Adoptamos 0^m,80 de espesor, que es casi el resultado de la fórmula de Boix, y daremos á toda la bóveda un espesor constante, pues creemos, como el Sr. Boix (pág. 390 de la segunda edición), que es completamente inútil aumentar progresivamente de espesor, desde la clave hacia los arranques, según hacen muchos constructores (*).

Calculemos ahora el espesor que ha de tener el estribo principal en los arranques de salmeres de los arcos metálicos.

Los datos son los siguientes:

$$\text{Luz de la bóveda:} \quad A = 15,00;$$

$$\text{Espesor en la clave:} \quad e = 0,80;$$

$$\text{Altura de arranques sobre la base de estribos:} \quad H = 15,00.$$

$$\text{Altura de la rasante del camino sobre esta base:} \quad s = 24,00.$$

D. Elzeario Boix, en su citado libro, propone para calcular el espesor *uniforme* de los estribos, la fórmula siguiente:

$$E = 0,40 + 0,19 A + 0,18 N,$$

que con los datos del caso presente nos da un resultado de 5,95.

(*) Entre otros muchos puentes y pontones en que hemos aplicado este criterio podemos citar: el puente de Arriendas, constituido por tres arcos de 20^m,80 de luz, *rebajados* al 1/6, con un espesor *uniforme* de bóveda de 1^m,20 y el puente de Angoyo, que para un medio punto de 18^m de luz tiene un espesor también uniforme de 1^m,00; en ambas obras hemos efectuado personalmente los descimbramientos sin que ni en el trasdós ni en el intradós se manifestara el más insignificante desportillo, lo que evidencia la exactitud del razonamiento de D. Elzeario Boix.



Conviene comparar este resultado con el de otras fórmulas tan conocidas, como son las de Leveillé, Lesguillier y la de los Ingenieros rusos y alemanes. El Sr. Boix ha transformado estas fórmulas en la forma siguiente:

Leveillé:

$$E = (0,60 + 0,162 A) \sqrt{\frac{\left(H + \frac{1}{4} A\right) 0,865 A}{s \left(e + \frac{1}{4} A\right)}} = 4^m 52,$$

Lesguillier: $E = \sqrt{A} (0,60 + 0,04 H) = 4^m 65:$

Ingenieros rusos y alemanes;

$$E = 0,355 + 0,208 A + 0,17 H = 6^m 03.$$

Si el empuje de las bóvedas sobre el estribo pila estuviera contrarrestado parcialmente por un terraplén adosado, como ocurre en la mayor parte de las obras que han servido á Leveillé y Lesguillier para determinar empíricamente las fórmulas citadas, quizá nos arriesgaríamos á reducir el espesor á 5,00, acercándonos más á los resultados de estas últimas fórmulas; pero como quiera que el Sr. Boix, en su ya citado libro, demuestra que en muchos casos los espesores obtenidos con dichas fórmulas ponen á la obra en malas condiciones de resistencia al aplastamiento, parécenos más prudente adotar el espesor de 6,00 comprendido entre la fórmula de Boix y la de los Ingenieros alemanes y rusos (*).

Taludes de pilas y estribos.—Transversalmente al puente damos á los paramentos de pilas y estribos el mismo talud de 1/12 que hemos empleado para las palizadas y arcos metálicos.

(*) Como puede parecer algo excesivo este espesor, debemos aquí consignar, que los estribos del viaducto de Garabit, también sometidos como el nuestro á empujes de bóvedas de 15 metros de luz, tiene un espesor de 7 m,00 á la altura $e = 24$ del nuestro.

En el sentido longitudinal del puente reducimos este talud al mínimo de $1/50$ ó $0,02$, que es el aconsejado por Croisette-Desnoyers en su obra.

Espesor de la pila.—Dada la altura que tiene de 15 metros, no podemos darle menos de $2^m,00$ de espesor en los arranques, con los mismos taludes del estribo pila, admitiendo que se equilibren los empujes horizontales de las dos bóvedas: claro es que este espesor no es suficiente para resistir aisladamente al empuje de una sola bóveda; pero como los dos han de construirse simultáneamente, no creemos necesario forzar más las dimensiones, que nos aumentaría el gasto sin utilidad alguna.

Estribos de tramos metálicos.—El peso de la mitad del último tramo de 10 metros es de muy pequeña importancia, comparado con el empuje de la bóveda; como por otra parte el relleno entre tímpanos se ha de ejecutar con pedraplén, que produce empujes mucho menores que las tierras, bastará á todas luces, con el espesor de $1^m,50$ (*) que damos en el arranque, con talud interior del $1/3$, hasta encontrar la coronación del estribo, que según la regla establecida por el Sr. Boix, debe encontrarse á una altura de

$$0,3 A = 0,3 \times 15 = 4^m,50$$

por encima de los arranques del arco.

Resulta, pues, que el estribo de los tramos (véase la sección longitudinal del puente, lám. XXIX) debe considerarse como un simple muro de sostenimiento de $4^m,50$ de altura, y vemos que la sección que le hemos dado, es un poco mayor que la del $1/3$ que recomienda el Sr. Boix para esta clase de muros.

Muros de los tímpanos y acompañamiento.—Teniendo en cuenta

(*) Este espesor es inferior al de $2^m,70$ que resulta aplicando la fórmula propuesta por el Sr. Boix en su libro *Estabilidad de las construcciones de mampostería*, segunda edición, página 525; pero no cabe dudar que esta fórmula resulta excesiva para tramos de pequeñas luces.



que todo el relleno ha de efectuarse con pedraplén, podremos dar á los muros de los tímpanos una sección uniforme, de 1^m,00 en la coronación y talud de $\frac{1}{6}$ por el paramento interior, espesores que hemos empleado con éxito en puentes de mayor luz que el actual viaducto y que facilita la construcción, pues de adoptarse para los tímpanos las fórmulas del Sr. Boix, resultaría para el paramento inferior una superficie alabeada difícil de ejecutar.

Salmeres de los arcos metálicos.—La simple inspección de los planos, basta para evidenciar que con la disposición adoptada para los salmeres de estos arcos y la disposición simétrica en el lado opuesto, se consigue que la compresión de los arcos, que se ejerce en una dirección aproximadamente tangente á éstos, se transmita directamente á las rocas que constituyen las laderas del emplazamiento.

Comparando nuestra disposición en la lám. I con la de los viaductos de Oporto y Garabit, por ejemplo, se observa desde luego que reúnen los estribos que proyectamos mejores condiciones de resistencia y estabilidad que aquéllos.

Como se ve, suponemos que los cimientos en roca de estos estribos han de ejecutarse en escalones de un ancho mínimo de dos metros, pues siendo esta roca cuarzosa de gran dureza, no será preciso ahondar más las fundaciones para obtener una base segura.

Elección de los materiales y clase de obra.—Ya hemos dicho que á causa de las presiones extraordinarias á que han de estar sometidos los materiales en estas obras de fábrica, será preferible emplear el granito duro, que se encuentra en las canteras del Gargallón y del Deveso, situados sobre las mesetas en ambas márgenes del Duero y á distancias respectivas de 6500 y 4500 metros del emplazamiento del puente.

Esta piedra no se presta á grandes filigranas de labra, y como por otra parte, tampoco sería de buen efecto ornamentar un



viaducto de tan gran altura situado en parajes tan abruptos, nos limitamos á acusar con cadenas de sillería basta aberrugada los ángulos de las pilas y estribos, los frentes de las bóvedas y los paramentos de estribos de los arcos metálicos.

De sillería aplantillada, proyectamos solamente las impostas pretilas y la parte necesaria de los salmeres de estos estribos, que por su estereotomía requieren una labra muy precisa, ejecutando de sillería basta todo el resto de estos estribos, porque es la parte de la obra que ha de estar sujeta á mayores presiones.

Los paramentos de los estribos-pilas y pilas, podrán ejecutarse con mampostería concertada, salvo los aristones, que ya hemos dicho serían de sillería basta, y de mampostería ordinaria el mazonado de estos estribos y pilas así como los tímpanos y muros de acompañamiento.

Materiales para las bóvedas.—Los frentes de las bóvedas se proyectan con sillería basta aberrugada, con objeto de armonizar el conjunto, pero todo el resto del arco se ha proyectado de mampostería concertada, cubierta por una contrarasca de hormigón hidráulico de 0^m,10.

Muchos Ingenieros critican ya el abuso de la sillería aplantillada para las bóvedas, pues que produce un aumento sensible de coste sin que sea necesario para su resistencia.

Croisette Desnoyers llega hasta aconsejar el empleo de la mampostería ordinaria, que constituye una masa homogénea que asiente por igual (pág. 70 del tomo II), y en verdad que ejecutando esta fábrica con buen mortero de Portland, es seguro que pudiera resistir perfectamente, si bien sería más homogénea aún una bóveda de hormigón, como las que se han ejecutado recientemente en Alemania para arcos rebajados de grandes luces.

Pero si bien esta última clase de fábrica debe elegirse, cuando hay dificultad de encontrar buenos materiales, parece no está



tan indicada, cuando como en el caso presente, se puede obtener fácilmente buena mampostería concertada (*).

115. Importancia de los morteros en los grandes viaductos.—Tiene en el caso presente suma importancia la elección de los morteros.

Para no exagerar las dimensiones y por ende el costo del estribo pila, ya hemos visto que hemos calculado su espesor para una altura de 24 metros no más, es decir, considerando que la coronación del salmer del arco metálico es incompresible y sustituye, por decirlo así, al terreno natural.

Pero para que esta hipótesis sea verosímil es menester asegurar la incompresibilidad del macizo que constituye el estribo del arco metálico.

Esta parte de la obra, además de estar sometida á la presión de la pila de 24 metros de altura, á la componente vertical del empuje de la bóveda y á la compresión producida por el extremo del tramo metálico de 10 metros de luz, recibe la considerable compresión oblicua ejercida por el arco de 120 metros de luz y que, según hemos visto al final del capítulo IV, alcanza la cifra de $36^k,9$ por cm^2 .

Requiere, por lo tanto, materiales de gran resistencia unidos por morteros que no sólo transformen toda la masa en un monolito, sino que por sí solos presenten tanta resistencia como las piedras que han de unir.

Está, pues, indicadísimo el cemento de Portland, cuyas ventajas no es preciso enumerar, pues que son conocidas de todos los Ingenieros. Diremos solamente que en el caso que nos ocupa es preferible el Portland (**) á los cementos de fraguado rápido por las siguientes razones:

(*) Veremos, sin embargo, la gran economía que produce el empleo del hormigón.

(**) Entendemos por cemento Portland, todos aquellos cementos que fraguan entre dos y diez horas y que hoy día se fabrican en Boulogne, Stettin, Tournai (Bélgica) y otros muchos puntos. Los Sres. Rezola, que ya fabrican en San Sebastian reputadísimos cementos similares al Zumaya, preparan también la fabricación del Portland.



SOLUCIONES VARIAS DE ARCOS METALICOS 241

1.^a Porque ejecutándose todas las obras al aire libre, son mucho más cómodos de manejar y no requiere su empleo precaución de ningún género.

2.^a Porque debiendo estar sometida la obra á considerables presiones, los morteros con Portland presentarán después de fraguados mayor resistencia que los fabricados con cementos de fraguado rápido.

3.^a Encontrándose la caliza á gran distancia de la obra y dada la rebaja considerable de precios que la competencia ha producido en el Portland, ya no resulta muy sensible la diferencia entre las cales ordinarias, las de Zumaya y las de Portland, y menos aún en una obra que, en resumidas cuentas, podrá necesitar de diez á veinte toneladas de cemento á cien pesetas, es decir, un coste de adquisición de mil á dos mil pesetas.

Pero no sólo será conveniente el empleo de morteros de cemento en el estribo de arcos metálicos, sino en las pilas y estribos-pilas y hasta en los muros de acompañamiento y bóvedas, pues dadas las considerables alturas y espesores de algunos de estos macizos, si se ejecutaran los rellenos con mortero común, tardarían éstos en fraguar un tiempo indefinido, por lo menos en aquellas partes interiores muy alejadas de los agentes atmosféricos y el empuje de las barras, sólo encontraría para resistir á sus presiones una masa aún blanda susceptible de grandes asientos y hasta de deformaciones sensibles.

Así es que, siguiendo el ejemplo empleado con éxito en otros grandes viaductos de fábrica, proponemos que los morteros de todo el resto de la obra sean hidráulicos, de fraguado lento, mezclados con un volumen de arena de 0,90 con 200 kilogramos de cemento Portland en las pilas y estribos, reduciendo este último peso á 50^{kg} por metro cúbico para las bóvedas y demás partes de la obra, con lo que se obtiene un metro cúbico de mortero.

Estas proporciones, que nos dan excelente resultado en las obras del Musel, son iguales á las empleadas en los viaductos del



ferrocarril de Nantes á Chateaudun (*), por lo que consideramos innecesaria su justificación.

Preferimos el empleo exclusivo del cemento de Portland al de las mezclas de Zumaya y cal grasa que se han empleado mucho en España, porque la economía que con esta mezcla se obtuviera es insignificante, y en cambio, la desigualdad de los Zumayas y hasta de las cales ordinarias obliga á grandes precauciones en su manipulación, difíciles de perseguir en la práctica, mientras que el Portland es más igual y se maneja con seguridad completa.

116. Presupuesto de la segunda solución.—Se observa, en resumen, que se ha procurado reducir la obra á sus elementos indispensables y las clases de fábrica á las más económicas que ordinariamente se emplean en este género de construcciones, y, sin embargo, el coste de ejecución material de estas obras de fábrica asciende á 270.755,74 pesetas, según se desprende del presupuesto general de la segunda solución, que presentamos á continuación.

Para calcular el peso de las partes metálicas nos ha bastado deducir de los totales ya calculados para la primera solución, los correspondientes á los tramos y palizadas que se suprimen, que se deducen fácilmente de la cubicación.

(*) Pardo: *Materiales de construcción*, pág. 110.



PRESUPUESTO GENERAL DE LA SEGUNDA SOLUCIÓN

(Arco metálico empotrado con avenidas de fábrica.)

Número de unidades. — Metros cúbicos.		PRECIO		IMPORTES	
		Ptas.	Cts.	Parciales.	Totales.
	Art. 1.º—Obras de fábrica.				
	<i>Viaducto de la margen derecha.</i>				
161.950	de excavación en roca para cimientos á.....	4	00	647,80	
355.940	pedraplén.....	2	00	711,88	
1.024.366	mampostería ordinaria con mezcla hidráulica en macizos á.....	21	00	21.511,69	
82.450	mampostería careada en paramentos de muros de sostenimiento y tímpanos á.....	35	00	2.885,75	
690.584	mampostería concertada en paramentos de la pila y pila estribo y bóvedas de los arcos á.....	38	00	26.242,19	
137.410	sillería basta en los ángulos de pilas y en la hilada de la base de la pila estribo á.....	56	00	7.694,96	
44.690	sillería recta en las impostas de arranques y en la caja para recibir los tramos á.....	77	00	3.441,13	
178.120	sillería aplantillada en impostas de corona-				
	<i>Suma y sigue.....</i>			63.135,40	



Número de unidades. — Metros cúbico .		PRECIO		IMPORTES	
		Pts.	Cts.	Parciales.	Totales.
	<i>Sumas anteriores....</i>			63.135,40	
15.816	ción, pretilos y aristo- nes de los arcos á..... hormigón hidráulico en las contrarrosas de las bóvedas á.....	86	00	15.318,32	78.975,65
		33	00	521,93	
	<i>Viaducto de la margen izquierda.</i>				
972.546	de excavación en roca para cimientos á.....	4	00	3.890,18	
115.835	pedraplén.....	2	00	231,65	
250.660	mampostería ordinaria con mortero semihidráulico para maci- zos á.....	21	00	7.363,86	
148.975	de mampostería careada en paramentos exterior- es de muros y tímpanos á.....	35	00	5.214,13	
50.688	de mampostería concer- tada en el cañón de la bóveda á.....	38	00	1.926,14	
78.540	de sillería basta en el frente en el zócalo de estribo y en la imposta de arranques del ca- ñón á.....	56	00	4.398,24	
55.662	de sillería aplantillada en la imposta de coro- nación en pretilos y en el aristón del arco á...	86	00	4.786,93	
5.400	de hormigón hidráulico				
	<i>Suma y sigue.....</i>			27.811,13	78.975,65



SOLUCIONES VARIAS DE ARCOS METALICOS 245

Número de unidades. — Metros cúbicos.		PRECIO		IMPORTES	
		Pts.	Cts.	Parciales.	Totales.
	<i>Sumas anteriores....</i>			27.811,13	78.975,65
68.236	para la contrarosca de la bóveda á..... de sillería aplantillada para salmeres del arco metálico en la margen izquierda á.....	33	00	178,20	27 989,33
	<i>Estribo salmer del arco metálico.</i>	86	00	5.868,30	5.868,40
1.114.404	de excavación en roca para cimientos á.....	4	00	4.576,16	
1.979.512	mampostería concertada en el macizo á.....	38	00	75.221 46	
536.530	de sillería basta en para- mentos y macizo á....	56	00	30.045,68	157.922,46
559.060	de sillería fina aplanti- llada en paramentos y ángulos á.....	86	00	48,079,16	
	TOTAL DEL ART. 1.º				270.755,74
	Art. 2.º—Obras metálicas.				
Toneladas.					
121.488	de acero laminado ó fun- dido para los tramos con vigas de alma lle- na á.....	530	00	64.388,64	
27.011	de acero laminado ó fun- dido para las paliza- das	530	00	14.315,83	78.704,47
213.927	de acero laminado ó fun-				
	<i>Suma y sigue.....</i>			78.704,47	78.704,47



Número de unidades. — Toneladas.		PRECIO		IMPORTES	
		Pts.	Cts.	Parciales.	Totales.
	<i>Suma anterior.....</i>			78 704,47	78.704,47
20.124	dido para el arco de 120 metros de luz com- pletamente terminado á..... de fundición, acero fun- dido forjado y lamina- do y plomo para apa- ratos de apoyo y an- clado en los estribos á.	530	00	113.381,31	124.047,03
		530	00	10.665,72	
	TOTAL DEL ART. 2.º				202.751,50
	Art. 3.º — Afirmado y entarugado.				
42,00	metros lineales de firme completamente termi- nado para la avenida derecha.....	4	40	184 80	
20,00	metros lineales de firme completamente termi- nado para la avenida izquierda á.....	4	40	88,00	272,80
126,00	metros lineales de enta- rugado, para el via- ducto metálico á.....	110	00	13.860,00	13.860,00
	TOTAL DEL ART. 3.º				14.132,80
	Art. 4.º—Obras accesorias.				
	Cimbras para dos bóve- das de 15 metros de luz.	2800	00	5.600,00	
	<i>Suma y sigue.....</i>			5.600,00	



SOLUCIONES VARIAS DE ARCOS METÁLICOS 247

Número de unidades.		PRECIO		IMPORTE	
		Ptas.	Cts.	Parciales.	Totales.
	<i>Suma anterior.....</i>			5.600,00	
	Puente colgado de servi- cio entre las dos már- genes.....			6.000,00	17.400,00
	Rampas de acceso á los salmeres del arco me- tálico y al puente de servicio.....			5.000,00	
	Perforación de los maci- zos para anclado de los arcos			800,00	
	TOTAL DEL ART. 4.º				17.400,00
	Resumen de la ejecución material.				
	Art. 1.º—Obras de fáabri- ca			270.755,74	
	Art. 2.º—Obras metáli- cas.....			202.751,50	
	Art. 3.º—Afirmado y en- tarugado.....			14.132,80	
	Art. 4.º—Obras acceso- rias.....			17.400,00	
	TOTAL DE EJECUCIÓN MATERIAL.....			505.040,04	
	Aumento del 15 por 100 de contrata.....			75.756,00	
	TOTAL: PRESUPUESTO DE CONTRATA			580.796,04	



TERCERA SOLUCIÓN

§ III.—Arcos metálicos articulados con avenidas de fábrica.

117. Esta es la disposición más comunmente empleada en arcos metálicos, y todas las obras de puentes contienen numerosos ejemplos de obras de esta clase, de los que presentamos como modelos en la lámina I (figuras 7, 8 y 9), los alzados de los puentes del Cinca (provincia de Huesca), de la Barca (Pontevedra) y de Washington (Nueva York).

Del primero, construido para una carretera del Estado y de 70 metros de luz, da bastantes detalles Croizette-Desnoyer en su *Tratado de puentes*. Sólo diremos que su peso se subdivide en:

Hierro laminado.....	229.820
Hierro fundido.....	117.380

que corresponde á un peso por metro lineal de 3.530 kilogramos y de 588 por metro cuadrado.

118. Puente de la Barca (Pontevedra).—Este puente se encuentra en construcción, y como su proyecto es muy reciente y su autor el distinguido Ingeniero Jefe D. Luis Acosta, merece le dediquemos algunas palabras.

Dicho Ingeniero ha considerado preferible la articulación al empotramiento y también el empleo del hierro al del acero.

Consistió el arco proyectado en dos cerchas tubulares y circulares rebajadas al 1/10 de 72,00 metros de luz, sosteniendo los tramos rectos de 4^m,00 de longitud cada uno por medio de montantes verticales. El ancho del puente es de 7 metros. Su peso se subdivide del modo siguiente:



SOLUCIONES VARIAS DE ARCOS METALICOS 249

Hierro la- minado..	{	Arco.....	120.680 ^k	}	246.460 ^k
		Tímpanos, arriostramien- tos, etc.....	46.680 ^k		
		Tablero.....	78.100 ^k		
Hierro fundido.—Barandillas, etc.					11.612 ^k
Acero fundido (rótulas de las articulaciones).....					655 ^k
TOTAL.....					258.727 ^k

que corresponde á un peso de 3.593^k por metro lineal, es decir, de 513^k por metro superficial de tramo.

Los detalles de construcción se han publicado por la *Revista de Obras públicas* el año 1894 y honran sobremanera á nuestro compañero Sr. Acosta, pues no creemos que pueda llevarse más lejos, ni el gusto esquisito de los detalles de construcción, ni el escrupuloso y científico desarrollo de los cálculos.

119. Puente de Washington (Nueva York).—En *Les Nouvelles Annales de la construction de Oppermann*, Junio 1891, hemos encontrado la obra más notable que se ha ejecutado de este sistema y cuyo alzado presentamos en la fig. 9 de la lámina I. Para atravesar la ría de Harlem, que separa dos de los barrios más ricos de Nueva York, era menester un gran puente de 722 metros de longitud.

Abrióse un concurso por aquel municipio, presentándose multitud de proyectos, los unos proponiendo puentes colgados de 240 metros de luz; otros arcos de fábrica ó de hormigón Coignet de 60 á 85 metros de luz cada uno; algunos proponían el sistema Cantiléver, pero la mayor parte de los opositores proyectaron arcos inferiores de acero, cuyas luces oscilaban entre 139 y 165 metros. (Los planos de estos proyectos figuran en el número de la revista francesa antes expresada.)

La comisión que componía el jurado se decidió por esta últi-



ma disposición, modificando algunos detalles, y se ha ejecutado, por último, el puente compuesto por dos arcos iguales al representado en la lámina I.

Lo particular de esta obra es su luz, que alcanza 155 metros.

Hay, además, otro detalle que debe consignarse. A pesar de que se ha rebajado al $1/5,5$, las palizadas que unen el arco con el viaducto en tramo recto llegan á tener hasta cerca de 30 metros de altura. Con objeto de evitar el *flambage* (*) por compresión se han arriostrado horizontalmente por dos cuadros que reducen su altura libre á 10 metros.

120. Disposición general de la tercera solución.—Aceptando este sistema para nuestro emplazamiento y tomando los tramos iguales á los de la solución anterior, pero apoyándolos sobre el arco articulado que hemos calculado en el capítulo V, se obtiene el alzado que representa la fig. 6 de la lámina I y que con más detalle se representa en la lámina XXX.

Con objeto de estudiar si pudiera convenir modificar algo la disposición del viaducto de fábrica proyectada en la solución anterior, hemos corrido 5^m,50 hacia la margen derecha la situación de todo el puente, con lo que quedan más simétricos los viaductos.

Las avenidas del viaducto se constituyen entonces con dos bóvedas de 12 metros de luz y las pilas-estribos de éstas vienen á apoyarse sobre los salmeres de los arcos metálicos.

121. Cálculo de espesores.—Siguiendo los mismos razonamientos y empleando las mismas fórmulas que para la bóveda de 15 metros de luz, cuyas dimensiones calculamos anteriormente, obtenemos:

(*) Empleo la palabra francesa *flambage* como más propia, por no tener traducción exacta, pues ni alabeo ni pandeo explican bien la torcedura de las barras sometidas á compresión.

Espesor de la bóveda : $A = 12$

Perronet	$e = 0,745$	} Término medio... 0,694 Espesor uniforme adoptado..... 0 ^m ,70
Dupuit	$e = 0,692$	
Gauthey	$e = 0,602$	
Croizette	$e = 0,669$	
Boix	$e = 0,763$	

Espesor del estribo principal en el arranque de los salmeres del arco metálico.

Los datos son los siguientes:

$$A = 12 : e = 0,70 \quad H = 16,5; s = 24.$$

Obtenemos con las mismas fórmulas antes citadas los resultados siguientes:

Leveillé	$E = 3,84$	} Término medio..... 4,875
Lesguillier	$E = 4,36$	
Ingenieros rusos	$E = 5,65$	
Boix	$E = 5,65$	

Adoptamos un espesor de 5^m,50 en el arranque de los salmeres, que aunque bastante superior á los resultados de las fórmulas de Leveillé no consideramos nada exagerado, pues aún es inferior al de las fórmulas de Boix y de los Ingenieros rusos y alemanes, si se tiene, sobre todo, en cuenta que, según Boix, este espesor debe ser el *uniforme*, mientras que en nuestro viaducto damos á los paramentos un talud de 1/50, por aconsejárnoslo así las buenas reglas de construcción y estética.

Respecto á todas las demás dimensiones, hemos seguido en un todo el criterio y las reglas expuestas al ocuparnos de las bóvedas de 15 metros de luz.

122. Valoración.—Con estos elementos hemos cubicado y valorado con detalle las obras de fábrica de esta solución que produce el siguiente



PRESUPUESTO GENERAL DE LA TERCERA SOLUCIÓN

(Arco metálico articulado con avenidas de fábrica.)

Número de unidades. — Metros cúbicos.		PRECIO		IMPORTES	
		Pts.	Cts.	Parciales.	Totales.
	Art. 1.º—Obras de fábrica.				
	<i>Viaducto de la margen derecha.</i>				
126.640	de excavación en roca para cimientos á.....	4	00	506,56	
311.560	pedraplén á.....	2	00	623,12	
834.300	mampostería ordinaria hidráulica para macizos á.....	21	00	17.520,30	
84.595	mampostería careada en paramentos de tímpanos y muros de sostenimiento á.....	35	00	2.960,83	
603.648	mampostería concertada en paramentos y bóvedas á.....	38	00	22.938,62	
150.984	sillería basta en ángulos del estribo de la pila estribo, en la base de la pila estribo y en los frentes de la pila á....	56	00	8.452,30	
12.800	sillería recta en impostas de arranques y en la solera de apoyo del tramo á.....	77	00	985,60	
133.978	sillería fina aplantillada en aristones de arco,				
	<i>Suma y sigue.....</i>			54.987,33	



SOLUCIONES VARIAS DE ARCOS METALICOS 253

Número de unidades. — Metros cúbicos.		PRECIO		IMPORTES	
		Pts.	Cts.	Parciales.	Totales.
	<i>Suma anterior.....</i>			54.987,33	
13.360	impostas de coronación y pretil á.....	86	00	11.481,71	65.909,92
	hormigón hidráulico en las contraroscas de las bóvedas á.....	33	00	440,88	
	<i>Viaducto de la margen izquierda.</i>				
566.890	de excavación en roca para cimiento á.....	4	00	2.267,56	
255.700	pedraplén.....	2	00	511,40	
678.157	mampostería ordinaria hidráulica para maci- zos á.....	21	00	14.241,30	
53.270	mampostería careada en paramento de tímpanos y muros de sostenimiento á.....	35	00	1.864,45	
440.069	mampostería concertada en macizos, paramen- tos y bóvedas á.....	38	00	16.722,62	
98.922	sillería basta en ángu- los de muros de sostenimiento y de estribos y en la base á.....	56	00	5.539,63	
5.600	sillería recta en la im- posta de arranques y en la solera de apoyo del tramo á.....	77	00	431,20	
87.823	sillería fina aplantillada en aristones de arco, imposta y pretilos á...	86	00	7 552,78	
	<i>Suma y sigue.....</i>			49.130,94	65.909,92



Número de unidades. — Metros cúbicos.		PRECIO		IMPORTES	
		Pts.	Cts.	Parciales.	Totales
	<i>Suma anterior....</i>			49.130,94	65.909,92
6.405	hormigón hidráulico para la contrarosca á..	33	00	211,36	49.342,30
	<i>Estribo salmer del arco metálico (margen derecha)</i>				
983.150	de excavación de roca para cimientos á.....	4	00	3.932,60	
386.600	mampostería ordinaria con mezcla hidráulica para macizos á.....	21	00	8.139,60	
356.900	mampostería concertada para macizos á.....	38	00	13.562,20	57.146,37
218.400	sillería basta para ídem á.	56	00	12.240,40	
224.088	sillería fina aplantillada en paramentos á.....	86	00	19.271,57	
	<i>Estribo salmer del arco metálico (margen iz- quierda).</i>				
276.732	de excavación en roca para cimientos á.....	4	00	1.106,93	
300.600	mampostería ordinaria con mezcla hidráulica para macizos á.....	21	00	6.312,60	
265.275	mampostería concertada para ídem á.....	38	00	10.080,45	40.586,13
163.232	sillería basta para ídem á.	56	00	9.140,99	
162.153	sillería fina aplantillada en paramentos á.....	86	00	13.945,16	
	TOTAL DEL ART. 1.º				212.984,72



SOLUCIONES VARIAS DE ARCOS METALICOS 255

Número de unidades. — Toneladas.		PRECIO		IMPORTES	
		Pts.	Cts	Parciales.	Totales.
	Art. 2.º—Obras metálicas.				
121.488	de acero laminado ó fundido para los tramos con vigas de celosía á.	530	00	64.388,64	78.704,47
27.011	de acero laminado para las palizadas á.....	530	00	14.315,83	
205.350	idem. id. ó fundido para el arco articulado de 120 metros de luz completamente terminado á.....	530	00	108.835,50	
18.450	de fundición, acero fundido forjado ó laminado y plomo para aparatos de apoyo y amarrar en los estribos á...	530	00	9.826,20	118.661,70
	TOTAL DEL ART. 2.º				197.366,17
	Art. 3.º—Afirmado y entarugado.				
62,00	metros lineales de firme completamente terminado para las dos avenidas á.....	4	40	272,80	272,80
126,00	metros lineales de entarugado para el viaducto metálico á.....	110	00	13.860,00	13.860,00
	TOTAL DEL ART. 3.º				14.132,80
	Art. 4.º—Obras accesorias.				
	Cimbras para tres bóve-				



Número de unidades.		PRECIOS		IMPORTES	
		Pts.	Cts.	Parciales.	Totales.
	das de 12 metros de luz á.....	2500	00	7.500,00	
	Puente colgado de servicio entre las dos márgenes á.....			6.000,00	
	Rampas de acceso á los salmeres del arco metálico y al puente de servicio.....			5 000,00	19.000,00
	Perforación de los macizos para anclado de los arcos.....			500,00	
	TOTAL DEL ART. 4.º				19.000,00
	Resumen de la ejecución material.				
	Art. 1.º—Obras de fábrica.....				212.984,72
	Art. 2.º—Obras metálicas.....				197,366,17
	Art. 3.º—Afirmado y entarugado.....				14.132,80
	Art. 4.º—Obras accesorias.....				19.000,00
	TOTAL DE EJECUCIÓN MATERIAL.....				443.483,69
	Aumento del 15 por 100 de contrata.....				66.522,54
	TOTAL PRESUPUESTO DE CONTRATA.....				510.006,23



Como se ve, el presupuesto de ejecución material de esta disposición es 61.556 pesetas más económico que el de la solución anterior, obedeciendo esta reducción de precio, no sólo al menor coste del arco articulado, sino, y sobre todo, á la economía de 57.771 pesetas que se ha obtenido en las obras de fábrica de los dos viaductos de avenidas con sólo haber corrido todo el puente 5^m,50 hacia la margen derecha, lo que demuestra que en obras de esta clase la variación más insignificante puede determinar economías sensibles en la construcción.

§ IV.—Viaductos enteramente metálicos de pequeños tramos sobre arcos articulados (cuarta solución, adoptada).

123. Disposición general.—Por el resultado de las cubicaciones del arco articulado, que hemos calculado en el capítulo V, se observa que esta solución produce una reducción de peso de 10 toneladas con relación al del arco empotrado, que en el último capítulo, «Conclusiones», discutiremos y justicaremos.

También hemos observado por la valoración obtenida en la solución anterior, que la sustitución de los tramos de hierro por viaductos de fábrica determina un aumento muy sensible de coste.

Así es que no parece dudoso que la combinación más económica será la de proyectar un viaducto enteramente metálico, apoyándose sobre un arco articulado, y así lo hemos hecho, según se aprecia con detalle en la lámina XXI.

Pero el estudio de las anteriores soluciones nos induce á modificar aún la obra de fábrica en lo posible, afinando las disposiciones y clases de fábrica para obtener el máximo de economía, sin perjuicio de la resistencia.

Así es que aunque en apariencia las obras de fábrica proyectadas son iguales á las que estudiamos, introducimos variaciones de



detalle que determinan, como luego veremos, una importante economía.

En primer lugar, sustituimos los muros de acompañamiento de la primera solución por estribos con aletas, que exigen menos volumen de fábrica y se adaptan perfectamente á la forma del terreno, reduciéndose también los pretiles é impostas de sillería y proyectamos los paramentos de frentes, que eran de mampostería concertada, por mampostería careada, algo más económica.

En segundo lugar, como el arco articulado sólo tiene un punto de apoyo en cada salmer, nos permite reducir el saliente de éste, y en su consecuencia el de los paramentos de estribos y la altura de éstos, con lo que se ahorra un volumen no despreciable de fábrica.

Por último, sustituimos todas las sillerías con que se habían proyectado las pilas y paramentos de estribos salmeres por hormigón hidráulico, constituyendo así verdaderos monolitos de esta clase de fábrica; y para demostrar que este cambio no ofrece peligro alguno, calcularemos las presiones á que han de estar sometidas estas fábricas.

124. Presiones de las fábricas.—Ya vimos al final del capítulo III que las presiones máximas producidas por las palizadas en las pilas son:

Palizada II.—Compresión máxima 26.100^k . Siendo la base de la palizada de 53×50 c/m, el trabajo de compresión sobre la pila resulta de $9^k,9$ por c/m².

Palizada III.—Compresión máxima 39.330^k , que sobre una base de apoyo de 50×73 c/m da un trabajo de $10^k,8$ por c/m.

Como hemos dado además á estas pilas mayores dimensiones que las correspondientes á las chapas que sirven de base á las palizadas, aquellas compresiones máximas se repartirán sobre toda la sección horizontal de las bases.



Así es que el trabajo medio de compresión á que estarán sometidas estas pilas será de

$$\text{Pila II} \quad \frac{26100^k}{140 \times 150 \text{ c/m}} = 1^k,2 \text{ por c/m}^2.$$

$$\text{Fila III y IV} \quad \frac{39230}{200 \times 200} = 0^k,98 \text{ por c/m}^2.$$

Calculemos ahora las presiones soportadas por los estribos salmeres. El esfuerzo de compresión máximo producido por el arco articulado es de 485450^k (véase el final del capítulo V), que determina una presión sobre la superficie de apoyo de la zapata de fundición (que tiene $1^m,30 \times 1^m,10$) de

$$R = \frac{485450}{130 \times 110} = 33^k,90 \text{ por c/m}^2.$$

Si nos referimos, por último, á la base del estribo salmer más alto, que es el de aguas arriba, margen izquierda, vemos que sobre ella actúan las siguientes compresiones máximas:

Compresión máxima de la palizada.....	39.330 ^k
Compresión máxima del arco (que es la componente vertical de la compresión de 485450^k tangente al arranque del arco) que es de.....	295.900 ^k
Peso de la fábrica del estribo, pesando sobre el escalón inferior, que equivale ó un volumen de 185 metros cúbicos de fábrica, que calculamos á razón de 2500^k por m^3 , que son.....	462.500
La presión total en la hilada inferior es, pues.....	796830 ^k

y teniendo esta hilada una superficie de de $4^m,18 \times 2^m,80 = 117040 \text{ c/m}$ el esfuerzo máximo de compresión será de

$$R = \frac{796830}{117040} = 6^k,8 \text{ por c/m}^2.$$

En resumen; de lo expuesto, las presiones máximas á que están sometidas las fábricas son:

Apoyo de la palizada III sobre la pila.....	10 ^k ,08 por c/m ²
Base de la pila IV sobre salmer.....	0 ^k ,98
Apoyo de la zapata del arco metálico.....	33 ^k ,90 (*)
Base del estribo más alto.....	6 ^k ,08

125. Resistencia de los hormigones á la compresión.—Ya hemos estudiado en el párrafo II de este mismo capítulo la gran importancia que tiene la confección de los morteros en esta clase de obras, deduciendo la conclusión de que sólo conviene emplear morteros de cemento Portland.

Veamos ahora la resistencia que ofrecen los hormigones á la compresión.

Puede admitirse que, ejecutándose estos hormigones con morteros de cemento Portland, con los que se obtiene una masa perfectamente homogénea y bien trabada, la resistencia á la compresión de la mezcla es la del elemento menos resistente de los que la constituyen: mortero y piedra.

Se han hecho muchas experiencias entre ambos elementos y consignaremos en un cuadro las presiones necesarias para aplastar diversas clases de materiales y hormigones que hemos recogido en libros y folletos.

(*) En el puente de hormigón de Insig Kofen, construido recientemente en Alemania (véase *Genie civil* de 3 Abril 97), el esfuerzo de compresión máxima á que está sometido el hormigón alcanza 36^k,5 por c/m².



SOLUCIONES VARIAS DE ARCOS METALICOS 261

MATERIALES Y MEZCLAS	Resistencia al aplastamiento por c/m².	OBSERVACIONES
Adobes de tierra.....	33 ^k	Experiencias de Vicat.
Ladrillos recochos del canal de Isabel II.....	49 ^k	Id. de D. José Morer.
Ladrillos bien cocidos de Borgoña.....	150 ^k	Id. de Claudel.
Morteros con cemento de Zumaya, de Rezola ($\frac{1}{5}$ cemento, $\frac{2}{5}$ arena) á los seis meses.....	128 ^k	Ensayos oficiales hechos en Francia.
Morteros de cemento Lastier de Donyeux de $\frac{1}{5}$ cemento, á los seis meses...	210 ^k	
Cementos puros de Portland, á los veinte días...	230 ^k	
Morteros de cemento de Portland de 1 ^k decemento con 3 litros de arena y 8 por 100 de agua. á los treinta días....	207 á 280 ^k	Ensayos de la Asociación de Ingenieros austriacos. (Véase <i>Revue technique</i> del 25 Febrero 97).
á los veinte días.....	311 á 420 ^k	
Granito de Guadarrama...	350 ^k	Experiencias de Valdés
Areniscas duras.....	200 á 900 ^k	

El hormigón que proponemos se ha de ejecutar en las proporciones empleadas en los sillares artificiales del puerto del Musel, que nos dan excelentes resultados y son en volumen para producir un metro cúbico de hormigón:

0^{m³},90 de piedra machacada, de granito duro.

0^{m³},45 de arena silícea.

200^k de cemento Portland de primera calidad (*).

(*) En el Musel sólo se emplean 185 k. de Portland por m³.



Esta proporción de cemento es algo superior á la de $\frac{1}{3}$ en volúmenes, generalmente recomendada; así es que el mortero resultante tendrá una resistencia superior á 300^k por cm^2 y como también el granito duro de aquellos parajes es muy parecido al del Guadarrama, es seguro que la resistencia del hormigón superará á 300^k.

Prescribimos además en el pliego de condiciones, que en las inmediaciones de las placas de apoyo de palizadas, así como en todos los paramentos, se eleve la proporción de cemento por metro cúbico á 300^k.

Como la presión máxima á que está sometido el hormigón en nuestro proyecto es de 33^k,9, vemos, en definitiva, que el coeficiente de seguridad excede con mucho de 6, que es la cifra recomendada por los constructores. (Véase Gaztelu, pág. 18.)

126. Economía producida por el hormigón.—Para apreciar la economía que se obtiene con la sustitución del hormigón, hemos valorado toda la obra de fábrica en los dos casos, suponiendo primeramente que se constituían las pilas y los paramentos de estribos con sillerías de clases análogas á las adoptadas para la primera solución, y considerando después todas las fábricas de hormigón.

A continuación presentamos los resúmenes de las dos valoraciones parciales obtenidas.



PARTES DE LA OBRA	Pesetas.	PARTES DE LA OBRA	Pesetas.
Estribos derechos con muros de acompañamiento.....	3.833,83	Estribo derecho con aletas.....	3,547,47
Estribo izquierdo con ídem.....	4.601,32	Estribo izquierdo con ídem.....	2,509,29
Pila 1. ^a de sillería fina y basta.....	1.402,48	Pila 1. ^a de hormigón.....	471,34
Pila 2. ^a ídem íd.....	1.417,13	Pila 2. ^a ídem íd.....	485,98
Pila 3. ^a ídem íd.....	1.073,27	Pila 3. ^a ídem íd.....	571,25
Pila a' ídem íd.....	804,80	Pila a' ídem íd.....	436,62
Pila b' ídem íd.....	809,00	Pila b, ídem íd.....	440,82
Pilas 4 y 4' ídem íd.....	2.515,91	Pilas 4 y 4' ídem íd.....	993,04
Estribo salmer de la margen dere- cha con sillerías fina, aplantilla- da, basta y hormigón en el inte- rior (véase lámina XXI).....	24.688,36	Estribo salmer de la margen dere- cha, todo de hormigón.....	12.551,00
Estribo salmer de la margen iz- quierda con sillerías, etc.....	22.884,11	Estribo salmer de la margen iz- quierda, todo de hormigón.....	12.498,89
TOTAL.....	64.030,22	TOTAL.....	34.503,70



Comparada la valoración de 64.030,22 pesetas con la de 71.931,22 pesetas de las obras de fábrica de la primera solución, se ve que sólo por el hecho de sustituirse el arco empotrado por el articulado y de reducirse el vuelo de los salmeres se economizan 7.901 pesetas.

Y si ahora sustituimos las sillerías de pilas y salmeres por hormigones se reduce el presupuesto casi á la mitad, obteniéndose una economía de cerca de 30.000 pesetas.

No caben, pues, vacilaciones y proyectamos definitivamente con hormigón todas las pilas y salmeres, que constituirán así verdaderos monolitos, sin perjuicio alguno para el aspecto ni para la resistencia de la obra, pues que con el hormigón pueden obtenerse con gran perfección todas las molduras que se hubiesen hecho en la sillería y que, por otra parte, ya demostramos que las presiones que han de sufrir los hormigones, son muy inferiores á su resistencia.

Con todas estas modificaciones, el presupuesto general de esta solución se reduce á lo siguiente:

	Pesetas.
Art. 1.º—Obras de fábrica.....	34.505,70
Art. 2.º { Tramos y palizadas (igual á los de la primera solución).....	118.262,61
{ Arco articulado (igual al de la segunda solución).....	118.661,70
Art. 3.º—Afirmado y entarugado (igual al de la primera solución).....	19.835,20
Art. 4.º—Obras accesorias (idem id.).....	11.300,00 (*)
TOTAL DE EJECUCIÓN MATERIAL.....	302.565,21
Aumento del 15 por 100 de contrata.....	45.384,78
TOTAL PRESUPUESTO DE CONTRATA....	347.949,99

(*) Hemos, sin embargo, reducido á 300 pesetas la partida de 800 pesetas que habíamos calculado en la primera solución para perforaciones de los macizos, para anclado de los arcos y amarre de las palizadas, porque, en primer término, con el arco articulado sólo hay dos tirantes de anclado para cada apoyo en lugar de cuatro que necesita el arco empotrado, y además porque ejecutándose con hormigón hidráulico estos apoyos, es mucho más fácil dejar en ellos al moldear, el hueco necesario para dichos tirantes.



Reducido ya á estas cifras el presupuesto de la obra, vamos á demostrar ahora que de todas las soluciones que puedan adoptarse ha de ser ésta la más económica.

QUINTA SOLUCIÓN

§ V.—**Viaductos metálicos de grandes tramos sobre arcos articulados, tipo Eiffel.**

127. Merced á la popularidad alcanzada por Eiffel con sus dos grandes viaductos de Porto y de Garabit, el sistema empleado en estas dos grandes obras parece ser el más conocido, y se han publicado con profusión extraordinaria todos los detalles de cálculo y ejecución que los conciernen.

Así es que sólo necesitamos decir algunas palabras y representar en las figuras 11 y 12 de la lámina I los alzados de estas dos obras características.

128. Puente de Oporto sobre el Duero.—En los números de Septiembre y Octubre del *Boletín de la Sociedad de Ingenieros franceses* se ha publicado la Memoria de este puente con todos sus planos y cálculos. Dicho trabajo ha sido escrito por el conocido Ingeniero T. Seyrig, entonces empleado en la casa Eiffel.

En la lámina CXXVIII de aquella Revista se presentan los alzados de los siete proyectos que tomaron parte en el concurso abierto por el Gobierno portugués. Allí hay arcos de formas diversas, vigas rectas de 88^m de luz, bowstrings invertidos de 120 á 150 metros. Se dió la preferencia al presentado por la casa Eiffel, que ejecutó las obras con gran éxito en los años 1876 y 1877.



Los pesos del arco y del tablero y pilas que sobre él se apoyan son los siguientes:

Arcos.....	700 toneladas.	
Tímpanos.....	40	—
Tablero.....	220	—
TOTAL.....	960	—

que, dividido por 160 de luz, da un peso por metro lineal de 6.000 kilogramos.

129. Viaducto de Garabit.—Para atravesar el valle de la Truyere, el primer trazado del ferrocarril de Marvejols á Neussargues, necesitaba un gran desarrollo con fuertes pendientes y rampas. El Ingeniero M. Boyer estudió el paso de este valle á una altura de 110 metros, proyectando un gran viaducto sistema Eiffel, y á pesar de haber costado esta obra 3.250.000 francos, aún se economizaron bastantes millones sobre el proyecto primitivo, evitándose además los inconvenientes y gastos que á la explotación hubiera originado el aumento de longitud y las fuertes pendientes del primer trazado.

A pesar de su importancia no se hizo esta obra por concurso, contratándola directamente el Gobierno francés por tanto alzado con M. Eiffel en 3.100.000 francos.

La disposición general es la misma que la adoptada en el puente de Oporto; la luz aumenta en 5 metros, la flecha también es mayor, alcanzando un rebajamiento de $\frac{1}{2,9}$. Los tramos del viaducto, que tiene una longitud total de 448 metros, se prolongan en casi toda su longitud con la misma altura. Por fin, el tablero es intermedio, lo que da más estabilidad en caso de violentos huracanes.



SOLUCIONES VARIAS DE ARCOS METÁLICOS 267

El peso es aún más considerable que en Oporto, pues la parte central que se apoya sobre el arco parabólico pesa:

Arco.....	1.200 toneladas.	
Tablero central y pilas.....	170	—
Dos tramos de 51 ^m ,80.....	280	—
TOTAL.....	1.650	—

que por metro lineal para el espacio salvado 177^m,72, da un peso de 9.300^k. También es de hierro dulce con un coeficiente máximo de trabajo de 6^k por m/m².

Daremos algunos más datos de pesos que luego utilizaremos para el cálculo de nuestra quinta solución (*).

Las sobrecargas de cálculo han sido, por término medio, de 4.800^k por metro lineal. El peso propio (incluyendo la vía) de los tramos de 51^m,80 y 55^m,50 de luz es de 3.400^k por metro lineal.

Los pesos de las pilas y cargas que resisten son los siguientes:

Número de las pilas.	Altura entre bases.	Peso del tablero que sobre ella se apoya.	Peso de la sobrecarga móvil que actúa.	Peso propio de la pila.	Peso total que resiste la pila.
Pila núm. 1...	24 ^m ,00	209.224 ^k	259.200 ^k	62.816 ^k	531 ^t
Idem íd. 2....	36 ^m ,00	190.212 ^k	266.400 ^k	94.367 ^k	550 ^t
Idem íd. 3....	51 ^m ,00	190.212 ^k	266.400 ^k	133.275 ^k	600 ^t
Idem. íd. 4 y 5.	60 ^m ,00	227.740 ^k	259.200 ^k	158.447 ^k	645 ^t
Idem sobre arco.....	12 ^m ,00	109.200 ^k	182.200 ^k	38.871 ^k	330 ^t

(*) Estos datos se han deducido del tomo de Julio de 1888 de las *Memorias de la Sociedad de Ingenieros civiles franceses*, en el que M. Eiffel publicó con detalle todos los cálculos y dibujos de esta obra notable.

130. Disposición general de la quinta solución.—Con arreglo á estas disposiciones hemos diseñado en la fig. 13 de la lámina I el alzado de nuestra quinta solución.

La luz más conveniente para el arco es la de 100 metros. La distribución de los tramos del viaducto es de dos puentes independientes de tres tramos cada uno de 25 metros los extremos y 30 metros el central.

La altura de las pilas es de 37 metros para las grandes y 10 metros para las pequeñas. El arco tiene la misma forma y análogas proporciones que el de Garabit, y su flecha, que es de $\frac{1}{3}$ de la luz, está comprendida entre las de los viaductos de Oporto $\left(\frac{1}{3,7}\right)$ y Garabit $\left(\frac{1}{2,9}\right)$.

131. Tramos.—Vamos á calcular el costo aproximado de esta solución.

Admitiendo el mismo ancho de tablero y la misma disposición de la calzada, podemos calcular el peso del tablero con luces de 25 y 30 metros, comparándolo con el obtenido para los tramos de 6 á 10 metros de luz de las soluciones anteriores.

Como hemos visto en el capítulo II de este Estudio, los 180 metros de tramos pesaban 173.437^k , es decir, 963^k por metro lineal.

Si adoptamos las fórmulas de peso de Croisette Desnoyers (que nos parecen las más justificadas) observamos que, según sus tablas, el peso de metro superficial de tablero para puentes de carretera es de

121^k para luces de 10 metros

226^k — — 30 —

Puede admitirse con suficiente aproximación que los pesos



de los tramos de esta solución, estarán con los de las primeras en la misma proporción, puesto que es la proporción de las luces.

Luego el peso p por metro lineal de tramo de la quinta solución puede calcularse por medio de la expresión

$$\frac{121}{226} = \frac{963}{p}$$

de donde $p = 1.798^k$ por metro lineal.

El tablero de 160 metros de la quinta solución pesará, pues:

$$160 \times 1.798 = 287.680^k.$$

132. Pilas.—Las pilas tendrán que resistir al peso propio de los tramos que acabamos de calcular, al peso de la calzada, á la sobrecarga máxima de prueba y á su peso propio.

Los tres primeros elementos dan una carga por metro lineal de

Calzada á razón de 400^k por m^2 en 6			
metros de ancho.....	2.400 ^k	por metro lineal.	
Sobrecarga de 300^k por m^2 (es la más			
importante).....	1.800 ^k	—	—
Peso propio del tramo.....	1.798 ^k	—	--
TOTAL.....	5.998 ^k	—	—

Nuestra pila mayor tiene 37 metros de altura, que es próximamente la de la pila núm. 2 del viaducto de Garabit, y para calcular su peso aproximado, admitiremos la hipótesis de que dos pilas metálicas de idéntico sistema é igual altura deben tener pesos proporcionales á las cargas que han de resistir.

Si, pues, la pila núm. 2 de Garabit, con un peso propio de 94 toneladas, está calculada, según se observa en el cuadro anterior, para una carga de 550 toneladas, puede calcularse el peso que deberá tener la nuestra.

En efecto, ésta ha de resistir la carga correspondiente á 28 me-



tros de tramos, que acabamos de ver producen una carga de 6.000^k por metro lineal, es decir, 168 toneladas, más el peso propio de la pila que llamaremos π ; luego tendremos:

$$\frac{\pi}{168 + \pi} = \frac{94}{550}$$

de donde $\pi = 34,6$ toneladas.

Por igual procedimiento calcularemos la pila sobre arco de nuestra solución, que tiene próximamente la misma altura (11 metros) que la del viaducto de Garabit, que con un peso de 39 toneladas resiste una carga de 330.

Tendremos, pues, llamando π' al peso de nuestra pila sobre arco:

$$\frac{\pi'}{168 + \pi'} = \frac{39}{330}$$

de donde $\pi' = 22,5$ toneladas.

133. Arco.—Sobre el arco actúan el peso de 80 metros de tablero, que á razón de 6.000^k por metro lineal son 480 toneladas; el peso de las dos pilas pequeñas $2 \pi' = 45$ toneladas y el peso propio del arco que llamaremos P.

Procederemos del mismo modo que para las pilas, deduciendo este peso del que ha resultado para el viaducto de Garabit.

Los pesos propios y sobrecargas que actúan sobre el arco de este último viaducto se calculan del siguiente modo:

Peso propio de dos medios tra-

mos de 51^m,80 á razón de.... 3.400^k por m. l. (*)

Sobrecarga de prueba sobre es-

tos mismos tramos á razón de. 3.900^k por m. l.

Suma..... $(3.400 + 3.900) \times 51^m,80 = 378^t,140$

(*) Estas cifras se han deducido de la Memoria de Eiffel antes citada.—*Memoires de la Société des Ingenieurs civils*, Julio 1888, pág. 115.



SOLUCIONES VARIAS DE ARCOS METALICOS 271

$$\text{Suma anterior.. } (3.400 + 3.900) \times 51^m,80 = 378^t,140$$

Peso propio de los tramos cen-
trales $(24^m,64 \times 3) = 73^m,92$

á razón de..... 2.900^k por m. l.

Sobrecarga de prueba sobre es-
tos mismos tramos á razón de. 4.500^k por m. l.

$$\text{Suma..... } (2.900 + 4.500) \times 73^m,92 = 547^t,008$$

Peso propio de las dos pilas centrales á razón de

$$38.871^k,una..... = 77^t,542$$

$$\text{Peso propio del arco. } 1.055^t,054$$

$$\text{Peso total que actúa sobre el arco..... } 2.057^t,944$$

Suponiendo, pues, que los pesos de dos arcos metálicos seme-
jantes sean proporcionales á las cargas que tienen que resistir, lo
que no puede separarse mucho de la verdad, tendremos:

$$\frac{P}{480 + 45 + P} = \frac{1055}{2058}$$

de donde $P = 552$ toneladas.

Ahora bien; Eiffel calculó un arco, que era de hierro, á razón
de 6^k por m/m^2 , y ya hemos visto que nosotros admitimos para el
acero un trabajo de 8^k ; podemos, pues, suponer también que con
ello se reduciría el peso de nuestro arco en la misma proporción,
es decir, á $\frac{552 \times 6}{8} = 426$ toneladas.

134. Fábricas.—Hemos también proyectado los estribos de esta
solución, empleando las clases de fábricas corrientes, si bien re-
duciendo el empleo de la sillería á los elementos indispensables;
inútil nos parece presentar sus planos y cubicaciones, con lo que
se alargaría inútilmente este trabajo, debiendo añadir que análo-
gamente á lo hecho en el viaducto de Garabit hemos aligerado los
estribos por medio de bóvedas.

135. Valoración.—Nos limitamos, pues, á presentar el resumen de la valoración general, que con estos datos produce la quinta solución:

PRESUPUESTO GENERAL

DE LA QUINTA SOLUCIÓN (TIPO EIFFEL)

	IMPORTES	
	Parciales. — <i>Pcsetas</i>	Totales. — <i>Pesetas.</i>
Art. 1.º—Obras de fábrica.		
Estribo de los tramos en la margen izquierda.....	18.732,00	
Idem íd. íd. derecha.....	3.351,00	
Estribo del arco ídem izquierda.....	102.845,00	
Idem íd. íd. derecha.....	21.427,00	
IMPORTA EL ART. 1.º.....		146.355,00
Art. 2.º—Obras metálicas.		
287.680 toneladas de acero para los tramos á 530 pesetas.....	152.470,40	
114.200 toneladas de acero para las cuatro pilas á 530 pesetas.....	60.526,00	
426.000 toneladas para el arco de 100 metros de luz á 530 pesetas.....	225.780,00	
IMPORTA EL ART. 2.º.....		438.776,40
Art. 3.º—Afirmado y entarugado.		
162 m. l. de entarugado á 110 pesetas...	17.820,00	
18 m. l. de afirmado á 4,40 pesetas...	79,00	
IMPORTA EL ART. 3.º.....		17.879,20
Art. 4.º—Obras accesorias.		
Iguals partidas que para la solución anterior.....		11.300,00
TOTAL DE EJECUCIÓN MATERIAL...		614.310,60
Aumento del 15 por 100 de contrata...		91.646,59
TOTAL PRESUPUESTO DE CONTRATA...		705.957,19



SEXTA SOLUCIÓN

§ VI.—Viaductos metálicos de grandes tramos sobre arcos empotrados, tipo suizo.

Como modelos de esta categoría de puentes podemos presentar los viaductos de Kirchenfeld y de Paderno (figuras 14 y 15 de la lámina I).

136. Viaducto de Kirchenfeld.—Este viaducto, terminado el año 1883 y construido por el Ingeniero M. Probst, que como hemos dicho, ha sido el promovedor de la reacción en favor de los arcos empotrados, enlaza uno de los nuevos barrios de Berna, con la parte antigua de la capital suiza.

El viaducto, que es de hierro en todas sus partes, se compone de dos arcos de círculo, rebajados al $\frac{1}{5}$, y de 55 metros de eje á eje. El peso total para una longitud de 229 metros es de 1.344 toneladas y siendo el ancho de 13^m.20, resulta un peso por metro superficial de 444 kilogramos.

Se han observado en esta obra grandes oscilaciones en los tramos cuando pasan vehículos cargados con cierta velocidad y hasta se llegó á temer por su seguridad. Desde luego se cometió un gran error al proyectarla, confesado por el mismo Ingeniero M. Probst; no se dió talud á los arcos ni á las pilas y además los arriostramientos se constituyeron con cajones con paredes de celosías planas, sistema que, aunque preconizado por Eiffel, es muy elástico y falto de rigidez.

Hoy día se están sustituyendo estos arriostramientos por fuertes barras en T de cabeza redondeada, parecidos á grandes carriles Vignole, y con ello se espera quitar al puente gran parte de sus movimientos, si bien hubiera sido mucho mejor construirlo con el talud que se recomienda siempre adoptar y que el mismo M. Probst dió á todos sus demás viaductos.



137. Viaducto de Paderno.—Para evitar un muy largo rodeo, en el ferrocarril de Ponte de San Pietro á Seregno, era menester pasar á gran altura sobre el valle del río Adda.

Se formularon numerosos proyectos de fábrica y de tramos rectos por los Ingenieros del Gobierno y de la Compañía, habiéndose por fin aceptado el presentado por la fábrica de Savigliano, cerca de Turín.

Dicho proyecto, cuyo alzado se presenta en la fig. 15, lámina I, fué redactado por el Ingeniero de aquella fábrica Sr. Rothlisberger, que había sido colaborador de M. Probst, en la formación de los proyectos de arcos empotrados que describimos en el párrafo I de este capítulo.

En los años 1887 y 1888 se ejecutaron las obras de fábrica y metálicas de este imponente viaducto, cuyos detalles pueden verse en las Revistas siguientes:

Il Politecnico, Mayo y Junio 1889.

Nouvelles annales de la construction de Opperman, Agosto 1888 y Diciembre 1889.

Sólo diremos que el arco se montó sobre una gran cimbra de madera y que el tramo da paso, no sólo á una vía férrea, sino á la carretera provincial de Come á Bergamo.

Las sobrecargas de prueba fueron de 3,9 toneladas por metro lineal para el tablero de la carretera, de 5,10 toneladas para la vía férrea. El trabajo del hierro fué de 6 kilogramos para arcos, vigas y largueros, y de 5 kilogramos para las celosías. El resultado de las pruebas fué excelente.

El peso se distribuye del modo siguiente:

Arcos con arriostramiento.....	1.320 toneladas.	
Tablero, incluso zorés de piso.....	950	—
Pilas.....	245	—
Apoyos de acero de arcos y tramos..	110	—
TOTAL.....	2.625	—



138. Aceptando un término medio, entre las disposiciones empleadas en los dos puentes que acabamos de describir, hemos diseñado en la fig. 16 la sexta solución, que puede adoptarse para nuestro viaducto.

La luz del arco resulta de 100 metros, su flecha de 3), es decir, poco menos del $\frac{1}{3}$. El viaducto se divide, como en la solución anterior, en dos trozos de tres tramos cada uno de 25 metros los extremos y 30 metros el tramo central. Dos pequeñas pilas metálicas apoyan sobre los riñones del arco. Dos grandes pilas de 30 metros descansan sobre los estribos de fábrica del arco.

Siguiendo los mismos procedimientos que hemos explicado para la solución anterior, y que resulta inútil ya detallar, hemos deducido el peso de las pilas y del arco, por analogía con las de los pesos de los mismos elementos en los puentes de Kirchenfeld y Paderno, y asimismo hemos valorado las obras de fábrica que han de servirle de apoyo.

El presupuesto de ejecución material resultante ha sido de 653.561 pesetas, algo superior al de la solución anterior, á causa del mayor volumen de los estribos salmeres del arco empotrado.

§ VII.—Viaductos metálicos de grandes tramos sobre arcos articulados, tipo Seyrig.

139. Puente de Trezzo sobre el Adda.—Se construyó el puente representado por la fig. 17 de la lámina I para la carretera provincial de Milano-Monza-Trezzo-Bergamo al atravesar el río Adda, sobre el que hemos visto que se ha ejecutado también el viaducto de Paderno.

Consta, como se ve, de un arco circular de 62 metros de luz y 26 metros de flecha, cuyas articulaciones extremas están algo disimuladas por las bases de las pilas metálicas.

El piso tiene 7 metros de ancho, de los cuales 5^m,5 son firme sobre palastro ondulado. Los andenes son de chapa estriada.



Las obras empezaron en Abril de 1884 y terminaron en Septiembre de 1886.

El costo de todo el puente se subdividió del modo siguiente:

430 toneladas de hierro laminado y fundido á 560 liras.....	240.000 liras.
Obras de fábrica.....	70.000 —
Madera.....	15.000 —
TOTAL.....	325.000 —

En la Revista *Il Politecnico*, año 1896, pág. 619, se critica mucho la disposición empleada en esta obra, poniendo muy de manifiesto su peso considerable con relación al de otros puentes en arco.

140. Puente de Don Luis en Oporto.—Para comunicar las dos márgenes escarpadas del Duero, en que están establecidos los 150.000 habitantes de Oporto, sólo existía un antiguo puente colgado que se precisaba reemplazar.

El Gobierno abrió un concurso entre los constructores, presentándose once proyectos completos de las fábricas más reputadas. En el número de Enero de 1886 del *Boletín de la Sociedad de Ingenieros civiles franceses*, en el que el autor del proyecto escogido, M. T. Seyrig, describe su obra y los procedimientos empleados para el montaje, se presentan los alzados de todos los proyectos.

Sorprende desde luego la originalidad de concepción de algunos fabricantes, y en algunos de los proyectos el desprecio absoluto del efecto estético. No es extraño que se eligiera el proyecto representado por la fig. 18 de la lámina I, que, como se ve, consiste en un gran arco parabólico de 172^m,50 de luz.

Aunque en apariencia este arco está empotrado, sólo se apoya



en la pila sobre dos rótulas de acero situadas en los extremos del arco de intradós.

Este arco sostiene dos tableros para dos carreteras. El tablero superior se apoya en pilas metálicas y por medio de palizadas muy sencillas en un plano sobre los riñones del arco. La parte central de este tablero se confunde con el arco.

El tablero inferior, dividido en cinco tramos, está colgado del arco por medio de cuatro fuertes varillas de suspensión, pasando la carretera por una gran puerta abierta en el cuerpo de fábrica de las dos pilas.

Este puente, construido de 1883 á 1885 por la fábrica belga de Valentín y Compañía (Willebroeck), fué montado con gran facilidad sin cimbras. El autor del proyecto, que dirigió también las operaciones de montaje, M. Seyrig, lamenta que no se hubiera permitido entonces el empleo del acero, que consideraba indicadísimo para el caso y que hubiera permitido una economía de 30 á 40 por 100 en el peso del arco.

No hemos podido obtener los pesos de esta obra, lo que nos impide formar juicio sobre las ventajas de la disposición empleada con relación á los demás sistemas conocidos; lo único que sabemos es que costó cerca de dos millones de francos.

141.—SÉPTIMA SOLUCIÓN

Aunque ninguna de las dos obras que acabamos de examinar presentan satisfactorio aspecto, hemos tratado de diseñar en la figura 19 de la lámina I la solución que resultaría para el viaducto de Pino, de adoptarse el arco articulado de gran flecha sin aceptar la forma de media luna del sistema Eiffel.

A la vista nos satisface bastante menos que los demás sistemas de arcos. Entendemos que debe disimularse el sistema. Desde el momento en que se prefiere la articulación, debe ésta acu-



sarse con franqueza, como lo ha hecho Eiffel en sus dos viaductos.

El presupuesto aproximado que hemos calculado de esta séptima solución por el procedimiento ya explicado, resulta ser de 635.432 pesetas, comprendido entre los de las dos soluciones anteriores.



CAPÍTULO VII

SOLUCIONES DIVERSAS DE VIADUCTOS

§ I.—Octava solución.—Viaductos completamente de fábrica.

142. Obras construidas de este tipo.—Dada la abundancia de piedra que hay en las inmediaciones del viaducto que se trata de proyectar, podría parecer natural aprovechar este material para construir toda la obra con fábrica de granito, que es la piedra por excelencia para esta clase de construcciones.

Ni la altura de 90 metros á que ha de estar la rasante, ni la longitud de 190 metros que tiene el viaducto, serían obstáculos para ello, pues con análogas dimensiones se han ejecutado los viaductos de Goelzschthal y Roquefavour, cuyos alzados representamos en las figuras 1 y 2 de la lámina II.

Así es que, aunque comprendiendo desde luego que un viaducto de fábrica habría de producir un presupuesto muy superior al de cualquiera de las soluciones metálicas estudiadas, hemos querido hacer un anteproyecto con esta disposición que nos permitiera apreciar el aumento de coste que habría de ocasionar el exclusivo empleo de la piedra.

En la lámina XXXI se representa el alzado y secciones de este anteproyecto.



143. Disposición general de la octava solución.—Comparando su alzado, que también representamos en la lámina II, fig. 3, con los dos viaductos de Goelzschthal y Roquefavour, únicas obras de fábrica, que conozcamos, que alcancen alturas de 80 metros, se observa desde luego, que las proporciones generales de nuestro proyecto sólo tienen las indispensables dimensiones para su estabilidad.

Con objeto de bien asegurar la cimentación en seco de las pilas, se precisa que las centrales estén separadas unos 40 metros. Como en la margen izquierda sobre todo, la parte inferior de la ladera está cubierta de gruesos bloques, desprendidos de los cantiles, es seguro que será necesario la excavación que se proyecta en la pila izquierda, para encontrar el terreno firme, obteniéndose así para las dos centrales la fundación en roca que es menester para aguantar la muy considerable presión que en los cimientos ha de ejercer el peso de todo el viaducto.

La gran velocidad que alcanza la corriente del Duero en sus avenidas, obliga á construir estas pilas con dos tajamares que aminoren el choque impulsivo de las aguas, y hemos prolongado estos tajamares hasta una altura de dos metros por encima del nivel de la crecida más extraordinaria que se ha conocido en toda aquella región ocurrida en 4 de Diciembre de 1860.

Sobre estas dos tajamares se elevan en 59 metros de altura los fustes de las dos pilas centrales, á las que hemos dado 4 metros de espesor en la coronación y 6^m,50 en la imposta de las tajamares, lo que produce un talud en el sentido normal al río de $\frac{1}{50}$, es decir, de 0,02, que es el que conviene dar á esta clase de obras. (Véase Croizette-Desnoyers, pág. 110, tomo II.)

Observando la sección trasversal de la obra, se ve que los espesores antes indicados, se han dado solamente en un ancho de seis metros, que es el ancho que damos á las bóvedas. Pero con objeto de asegurar la estabilidad transversal de estas pilas, se pro-



yectan dos contrafuertes con talud de 1 por 20 (0,05 por metro), que es también el acostumbrado, según el autor antes citado.

Para completar á su vez la estabilidad lateral de estas pilas, tan extraordinariamente altas, se precisa además establecer un piso inferior de bóvedas, análogamente á lo que se hace en todos los viaductos que pasan de 50 metros de altura y volteamos, por consiguiente, un arco de 38 metros entre las dos pilas centrales y dos arcos laterales de 18^m,50 que nos permite llegar casi á las laderas.

En el piso superior, la bóveda central tiene 40^m de luz y 20 metros las cinco bóvedas laterales que se necesitan para cubrir el vano que queda. Las pilas laterales, que tienen menor altura y deben resistir á presiones equilibradas, no necesitan tanto espesor, razón por la que lo hemos reducido á 1^m,50 en la imposta de coronación, con los mismos taludes, transversal y lateral que hemos dado á las pilas centrales, pero con contrafuertes más delgados.

Con objeto de disminuir la desigualdad de presiones que ha de producirse en las pilas centrales, á causa de la diferente luz que tienen las bóvedas que sobre ellas se apoyan, se han aligerado los tímpanos de los arcos centrales, con dobles arcos de cuatro metros de luz cada lado, disposición reciente y empleada con éxito en varias obras del extranjero (puentes de Lavour, Antoinette et Castelet, Croizette-Desnoyers, pág. 534, tomo III y Annales de la construction de Oppermann, Mayo 1877).

Se obtiene así, además, una sensible reducción de la carga sobre las pilas, á la par que producen estos aligeramientos una sensación de ligereza que contribuye á su mejor aspecto.

144. Dimensiones.—Aunque tratándose nada más que de un anteproyecto, no hemos calculado con detenimiento las dimensiones de las diferentes partes de esta obra, las que hemos adoptado pueden fácilmente justificarse.



Para el arco de 40, las fórmulas más conocidas del *espesor de la clave* dan los siguientes resultados, siendo A la luz:

$$\text{Perronet} \quad e = 0,325 + 0,035 A = 1^{\text{m}},72$$

$$\text{Dupuit} \quad e = 0,20 \sqrt{A} = 1^{\text{m}},27$$

$$\text{Croizette Desnoyers} \quad e = 0,15 + 0,15 \sqrt{2 R} = 1^{\text{m}},10$$

hemos adoptado 1^m,25, que consideramos suficiente, pudiendo citar dos puentes de mayor luz que con menos espesor, reúnen condiciones perfectas de resistencia; el puente de Ponty-Pridd sobre el río Taff, tiene 42^m,70 de luz y un espesor en la clave de 0,91; el puente de Cabin John (Estados Unidos), sólo tiene 1^m,17 de espesor para una luz de 67 metros; ambos puentes están rebajados al $\frac{1}{4}$.

Aunque para estos puentes de grandes luces se suele aumentar hasta el doble el espesor de la bóveda en los riñones, creemos que con 1^m,90 bastará, tanto más, cuanto que desde estos riñones la bóveda se confunde con el macizo de la pila. Para el arco central inferior, que tiene 38 metros de luz, hemos reducido á 1^m,20 y 1^m,80 los espesores en la clave y riñones.

Para las bóvedas laterales de 18^m,50 y 20^m,00 de luz, se ha adoptado un espesor uniforme de 1^m,00, que hemos empleado con éxito en varios puentes construídos en la provincia de Oviedo. Por último, para los arcos de aligeramiento de 4^m,00 de luz, el espesor constante de la bóveda se reduce á 0^m,50.

Todas estas bóvedas tienen un ancho uniforme de 6^m,00 y se apoyan sobre estribos de sillería de un metro de espesor, que continúan también con el mismo ancho de 6 metros, pero con taludes paralelos á los de las pilas, que ya hemos visto que son de 1 por 50.

En cuanto á las dimensiones transversales y laterales de las pilas, ya hemos dicho que se han adoptado las mínimas que tienen las obras similares del extranjero, pues un cálculo completo



de la estabilidad de la obra, hubiera sido muy largo é inútil, tratándose, como en el caso presente se trata, de obtener un avance de presupuesto.

145. Clases de materiales.—Ya hemos dicho que la piedra de que se puede disponer es granito, de gran resistencia.

Empleamos la sillería aplantillada para los tajamares y sombreretes de las pilas, bóvedas de todos los arcos, imposta de coronación y pretil.

Se proyecta la sillería recta para los paramentos de las pilas en un espesor de un metro, las impostas del piso inferior y de los arcos; por último, la sillería basta para el relleno de la hilada de la imposta de las pilas centrales, á la altura de los sombreretes y para un segundo metro de espesor en la parte de las pilas que corresponden al ancho de los estribos de las bóvedas.

El relleno de las pilas, los tímpanos de los arcos y los muros, se proyectan de mampostería concertada.

146. Ornamentación.—En una obra de proporciones tan grandes, sería de mal efecto emplear una ornamentación delicada. Es á todas luces preferible y más económico dejar á la obra su aspecto de robustez, acusando no más que los salientes de los contrafuertes y el resalto de los arcos, que son las partes resistentes del conjunto. Sencillas impostas de sillería recta, rompen la excesiva uniformidad de las líneas verticales; para armonizar las de los arcos laterales con las bóvedas centrales de distinta luz, hemos proyectado en estos un modillón, que puede considerarse como archivolta, y que se desvía horizontalmente á la altura de los riñones del arco central que coincide con la imposta de los arcos laterales. Dejando además aberrugados los ángulos de los contrafuertes de las pilas, se acusará aún más el relieve de estas líneas, obteniéndose con el conjunto una impresión de solidez en los elementos resistentes y de ligereza en las partes secundarias.

16 80 $\frac{9}{0.8}$



147. Valoración.—Cubicada esta obra por medio de un dibujo en escala de $\frac{1}{200}$ que creemos inútil reproducir, pues hemos seguido para los detalles el criterio de los proyectos de la primera segunda y tercera solución (láminas XXIX y XXX), y aplicando los mismos precios ya calculados, nos resulta la siguiente valoración:

VALORACION DE LA OCTAVA SOLUCION

PUENTE VIADUCTO DE FÁBRICA

Número de unidades. — Metros cúbicos.		Precios de las unidades. — <i>Pesetas.</i>	Importes parciales. — <i>Pesetas.</i>
Art. 1.º—Obras de fábrica.			
4.744,00	de excavación en roca para ci- mientos á.....	4,00	18.976,00
6.591,54	sillería aplantillada á.....	86,00	566.872,44
6.568,50	ídem recta á.....	77,00	505.774,50
3.204,66	ídem desbastada á.....	56,00	179.424 00
10.309,65	mampostería concertada á.....	38,00	391.766,70
142,50	hormigón hidráulico.....	33,00	4.702,50
26.816,19	TOTAL DEL ART. 1.º.....		1.667.516,14
Art. 2.º—Afirmado.			
190,00	metros lineales de firme com- pletamente terminado á.....	4,40	836,00
	TOTAL DEL ART. 2.º.....		836,00
Art. 3.º—Obras accesorias.			
	Andamiaje para las cuatro pilas.....		4.000,00



Número de unidades.	Precios de las unidades. — <i>Pesetas.</i>	Importes parciales. — <i>Pesetas.</i>
Cimbra del arco central inferior.....		15.000,00
Cimbras de los arcos laterales inferiores.....		8.000,00
Cimbra del arco central superior (aprovechando la del inferior).....		3.000,00
Cimbras de los cinco arcos laterales inferiores (ídem íd.)..		12.000,00
Cimbras de los arcos de aligeramiento.....		1.000,00
Tornos y grúas para transportes verticales de los materiales.....		5.000,00
Puente de servicio para unir los dos márgenes.....		6.000,00
Rampas de acceso á las diferentes partes de la obra y al puente de servicio.....		5.000,00
Resumen del presupuesto de ejecución material.		
Art. 1.º—Obras de fábrica.....		1.667.516 14
Art. 2.º—Afirmado.....		836,00
Art. 3.º—Obras accesorias.....		59.000,00
TOTAL DE EJECUCIÓN MATERIAL.....		1.727.352,14
Aumento del 15 por 100 de contrata.....		259.102,86
TOTAL: PRESUPUESTO DE CONTRATA.....		1.986.455,00



148. Viaducto de hormigón.—Ya hemos demostrado en el capítulo anterior, que con un buen hormigón de Portland se puede obtener una fábrica tan resistente casi como con granito, y esto permitiría substituir todas las sillerías y mamposterías proyectadas por hormigón, sin perjuicio ninguno para la resistencia y estabilidad de la obra.

Manteniendo, pues, para el viaducto de hormigón las mismas dimensiones que hemos justificado ya, el presupuesto de este viaducto quedaría reducido á lo siguiente:

	Pesetas.
4.744,00 metros cúbicos de excavación para cimientos á 4,00.....	18.976,00
26.816,19 metros cúbicos de hormigón hidráulico á 33,00.....	884.934,27
180,00 metros lineales de firme á 4,40.....	836,00
Obras accesorias (iguales á las del Presupuesto anterior).....	59.000,00
SUMA: PRESUPUESTO DE EJECUCIÓN MATERIAL.....	963.746,00

Es decir, que sólo con esta modificación en las clases de fábrica empleadas y sustituyendo las clásicas sillerías y mamposterías por hormigón hidráulico en todas las partes de la obra, se obtendría una reducción de coste de 763.605 pesetas, casi la mitad del primer presupuesto.

Y no puede objetarse á esto que no sería posible la ejecución de hormigón de una obra tan colosal; no hay en ello dificultad práctica ninguna; ya se han construído con excelente resultado bóvedas de 67 y 70 metros de luz rebajadas al $\frac{1}{10}$, y articuladas en la clave y arranque, sometiendo el hormigón á compresiones de 36^k por cm^2 , mientras que la compresión máxima de nuestra solución no excede de 18^k por cm^2 .

Aún creemos que el estudio minucioso de un viaducto de hor-



migón en nuestro emplazamiento, pudiera permitir algunas reducciones sensibles en el coste de las obras; pero como siempre habría de ser éste muy superior al de las soluciones en arco estudiados, no hemos creído de utilidad grande el emprender este nuevo trabajo.

NOVENA SOLUCIÓN

§ II.—**Puentes viaductos de tramos rectos continuos sobre pilas de fábrica ó metálicas.**

149. Obras construídas de este tipo.—Desde luego se ocurre que puede obtenerse una gran economía, sustituyendo las costosas bóvedas de sillería por tramos de hierro, apoyados sobre pilas de fábrica, y ha sido adoptada esta solución en multitud de casos, en trazados de ferrocarril sobre todo, cuando se trataba de pasar un valle ó un barranco á una gran altura de nivel.

En Francia, los viaductos de La Cère y de Busseau d'Ahun, en Italia el viaducto de Castellaneta, en Suiza el de Friburgo, en España el de Parana (línea de Asturias), son modelo de este género, y representamos en la lám. II, figuras 4 y 5, los alzados de los de Castellaneta y Friburgo, que por su altura más se aproximan á las condiciones del que estamos estudiando.

Aun éstos no se encuentran á tan gran altura como el viaducto de Pino, ni conocemos ninguna obra de esta clase que alcance los 90 metros de altura de nuestra rasante; pero esto no obsta para que pueda ejecutarse sin dificultad.

En la fig. 3 de la misma lámina, hemos diseñado la distribución de luces más favorable.

150. Tramos metálicos.—Como sería muy costoso el establecer un andamiaje para cada uno de los tramos, es preferible cons-



truir éstos continuos, lo que permite el montaje por lanzamiento.

Es sabido, por otra parte, que para obtener la conveniente igualdad en los pesos por metro lineal de los tramos extremos y centrales, deben las longitudes de éstos estar en la relación aproximada de $\frac{4}{5}$. La distribución de luces más favorable, es pues, la adoptada, que nos da un tramo central de 55^m,00, que no tiene nada de excesivo y casi es corriente hoy día, y dos tramos extremos de 45 metros.

La obra de fábrica queda así reducida á dos pilas y dos estribos, cuyas dimensiones se han calculado por analogía con otras obras análogas. (Véase el final de la lám. II.)

Las pilas tienen en la coronación un ancho de 3^m,00, que no puede reducirse sin peligro. Los taludes en los planos trasversal y longitudinal del río son de 0^m,02 y 0^m,05 por metro, es decir, de $\frac{1}{50}$ y $\frac{1}{20}$, que son los taludes medios adoptados generalmente, según anteriormente dijimos.

En la parte inferior de las pilas, se disponen los tajamares en senicirculo con taludes análogos, y el conjunto, aunque en apariencia demasiado esbelto, resulta con suficiente resistencia y estabilidad, pues en la base alcanzan las pilas un espesor de 7,00 metros y una distancia entre paramentos de tajamares de 20 metros.

Aunque convencidos del costo excesivo de esta solución, para mayor seguridad, la hemos dibujado en mayor escala, aunque consideramos inútil presentar estos planos, lo que nos ha permitido hacer una cubicación exacta.

En las pilas y estribos hemos proyectado de sillería los paramentos nada más que con un espesor medio de un metro; el relleno se ha calculado de mampostería concertada, pues no hubiera sido prudente ejecutarlo con mampostería ordinaria, cuyos asientos más desiguales y escasa resistencia hubiera obligado á aumentar las dimensiones de las pilas.



En los detalles del final de la lám. II, se ve que con objeto de aligerar los estribos y evitar los empujes de un terraplén de relleno (los muros llegan hasta 15 metros de altura) se han unido los dos muros de acompañamiento por una bóveda de mampostería concertada.

151. Coste de esta solución con pilas de fábrica.—A pesar del espíritu de economía, con que se han proyectado las dimensiones y clase de materiales de pilas y estribos, la cubicación de estas obras arroja aún un volumen muy considerable que hace subir el costo de estas fábricas á la cantidad de 878.900 pesetas, según vemos en la valoración que se presenta á continuación.

Para calcular el costo de los tramos metálicos no se precisa proyectarlos, lo que nos hubiera exigido una pérdida considerable de tiempo.

Con el sistema de vigas que hemos proyectado, que es uno de los más económicos, y muy empleado para luces de 40 á 50 metros, y la disposición de piso superior que permite reducir en 5 metros la altura de pilas y estribos, es seguro que pueden calcularse unos tramos que no excedan de los 322 kilogramos de peso por metro superficial que Croizette Desnoyers ha calculado en sus Tablas para tramos de carreteras de 45 metros de luz (*), pues si bien en estos pesos no están comprendidas la placas bombeadas que proyectamos para el piso, en cambio suponemos el puente de acero y admitimos un trabajo de 8 y 10^k por m².

Resulta, pues, un peso por metro lineal de 1.932 kilogramos, que no tiene nada de excesivo, es decir, de 280.140 kilogramos para los 145 metros de longitud de los tres tramos.

Hay que añadir fuertes barandillas, de 1^m,20 de altura, que podrán pesar unos 40 kilogramos por metro lineal, es decir, para los dos lados 11.600 kilogramos más de hierro, y, por último, se

(*) Véase el *Tratado de puentes* de Croizette-Desnoyers, tomo II, pág. 490.



calcula en 4.800 kilogramos el hierro fundido que ha de invertirse en las placas y rodillos de charnela y dilatación.

Como la construcción de estos tramos, y sobre todo el montaje, han de ser mucho más fáciles que las soluciones en arco estudiadas, rebajamos á 500 y 320 pesetas los precios de la tonelada de acero y hierro fundido respectivamente, que son los corrientes para esta clase de obras.

Los 190 metros lineales de afirmado, costarán lo mismo que en la solución anterior, y asimismo añadimos en el art. 4.º, Obras accesorias, las partidas indispensables.

La valoración resulta entonces:

VALORACION GENERAL DE LA NOVENA SOLUCION

PUENTE VIADUCTO DE TRAMOS METÁLICOS SOBRE PILAS DE FABRICA

Número de unidades. — Metros cúbicos.		Precios de las unidades. — Pesetas.	Importes parciales. — Pesetas.
Art. 1.º—Obras de fábrica.			
4.458,00	de excavación en roca para ci- mientos á.....	4,00	16.632,00
2.780,61	sillería aplantillada á.....	86,00	239.132,46
4.865,75	ídem recta.....	77,00	374.662,75
124,80	ídem desbastada.....	56,00	6.998,80
7.819,80	mampostería concertada.....	38,00	297.152,40
	TOTAL DEL ART. 1.º.....		934.568,41
Art. 2.º—Obras metálicas.			
291,740	toneladas de acero laminado y forjado á.....	500,00	145.870,00



SOLUCIONES DIVERSAS DE VIADUCTOS 291

Número de unidades.		Precios de las unidades. — <i>Pesetas.</i>	Importes parciales. — <i>Pesetas.</i>
	<i>Suma anterior</i>		145.870,00
4,800	toneladas de acero fundido....	320,00	1.536,00
	TOTAL DEL ART. 2.º.....		147.406,00
	Art. 3.º—Afirmado.		
190,00	metros lineales de firme completamente terminado á.....	4,40	836,00
	TOTAL DEL ART. 3.º.....		836,00
	Art. 4.º—Obras accesorias.		
	Andamios para la construcción de las pilas.....		2.000,00
	Puente de servicio para unir las dos márgenes.....		6.000,00
	Rampas de acceso.....		5.000,00
	Tornos y grúas para construcción de pilas.....		5.000,00
	TOTAL DEL ART. 4.º.....		18.000,00
	TOTAL DE EJECUCIÓN MATERIAL.....		1.100.810,41
	Aumento del 15 por 100 de contrata.....		165.121,56
	TOTAL: PRESUPUESTO DE CONTRATA.....		1.265.931,97



152. Tramos rectos sobre pilas de hormigón.—Con las dimensiones que hemos dado á las pilas de fábrica la compresión máxima sobre su base alcanza la cifra de 19^k por cm^2 , y como ya hemos visto que la resistencia del hormigón hidráulico puede ser de 300^k por cm^2 , no hay ningún inconveniente en proyectar estas pilas enteramente de hormigón, con la que se obtendrá una reducción de coste.

El presupuesto de ejecución material sería entonces:

	Pesetas.
Excavación en roca para cimientos	16.632,00
15.590,16 metros cúbicos de hormigón á 33,00.....	<u>514.475,28</u>
<i>Suman las obras de fábrica.....</i>	531.107,28
Obras metálicas (igual al caso anterior).....	147.406,00
Afirmado (ídem íd.).....	836,00
Obras accesorias (ídem íd.).....	<u>18.000,00</u>
<i>Total de ejecución material.....</i>	<u><u>697.348,28</u></u>

153. Tramos rectos sobre pilas metálicas.—En lugar de pilas enteramente de fábrica, deberían proyectarse desde luego pilas metálicas, por lo menos en la altura fuera del alcance de las aguas, y así lo hemos indicado en la misma fig. 6 (lámina II).

Pero es forzoso aumentar algún tanto el talud transversal de estas pilas, lo que aumenta el espesor del basamento de fábrica.

Adoptamos $\frac{1}{20}$ de talud en los dos sentidos, que es el ordinariamente empleado en pilas de esta altura, y prolongamos este talud en el basamento.

Para obtener el peso de cada pila seguimos un procedimiento igual al que hemos explicado en el capítulo VI, párrafo VI, al estudiar la solución tipo Eiffel, obteniéndose para cada pila un peso de 53 toneladas.



SOLUCIONES DIVERSAS DE VIADUCTOS 293

Hemos proyectado primeramente el basamento de la pila con arreglo á la disposición corriente de fábricas, es decir, con un espesor de un metro de sillería basta y todo el resto de mampostería concertada, y además como los montantes de las pilas metálicas quedan separados 13^m,50 en la base, aligeramos el basamento de fábrica por medio de una bóveda de 8 metros de luz abierta en su parte central.

El presupuesto de esta solución se reduce entonces á lo siguiente:

	Pesetas.
3530 m ³ de excavación en roca á 4,00...	13.120,00
3050 m ³ de sillería basta á 56,00.....	170.800,00
4470 m ³ de mampostería concertada á 38,00.....	248.160,00
<i>Total del art. 1.º Obras de fábrica.....</i>	<u>432.080,00</u>
291,740 toneladas de acero para los tramos á 500,00.....	145.870,00
6,900 toneladas de fundición para apoyos á 320,00.....	2.118,00
106,000 toneladas de acero para las pilas á 500,00.....	53.000,00
<i>Total del art. 2.º Obras metálicas.....</i>	<u>200.988,00</u>
Afirmado y obras accesorias (iguales al caso anterior).....	18.836,00
<i>Total de ejecución material.....</i>	<u>651.904,00</u>

Calculando aproximadamente la compresión máxima á que está sometido el basamento, aun en el caso más desfavorable de que el puente esté totalmente cargado, se observa que la fábrica



de este basamento no llega nunca á sufrir una compresión superior á $4^k,50$ por cm^2 .

No es, pues, necesario construirla con sillerías, ni siquiera con hormigón, bastando ejecutar este basamento, que se encuentra á 60 metros de la rasante y, por lo tanto, fuera del alcance de la vista, con mampostería ordinaria hidráulica, cuya resistencia excede siempre á 100^k por cm^2 .

Esta modificación reduce en gran proporción el coste de esta solución, que es entonces:

	Pesetas.
3530 m ³ de excavación en roca á 4,00...	13.120,00
8520 m ³ de mampostería ordinaria hidráulica á 21,00.....	178.920,00
<i>Total del art. 1.º Obras de fábrica.....</i>	<u>192.040,00</u>
Obras metálicas (igual al caso anterior).....	200.988,00
Afirmado y obras accesorias (igual al caso anterior).....	18.836,00
<i>Total de ejecución material.....</i>	<u>411.864,00</u>

§ III.—Otras soluciones.

DÉCIMA SOLUCIÓN

154. Vigas parabólicas ó bow-string.—En las figuras 7 y 8 de la lámina II representamos los dos puentes más notables contruídos con arreglo á esta disposición, que son el puente sobre La Rance (Francia) y el puente de Moerdick (Holanda).

Ambos son para ferrocarriles; el primero es de doble vía y pesa 5.500^k por metro lineal para 90 metros de luz; el segundo es para una sola y pesa 5.000^k por metro lineal, que es la cifra



que resulta de las fórmulas y tablas de Croizette-Desnoyers para luces de 100 metros.

Adoptando esta última disposición de tramos obtenemos el alzado que representa la fig. 9 de la lámina II; empleando las mismas fórmulas de Croizette-Desnoyers, se deduce que para una carretera el peso de nuestro tramo será de 750^k por metro superficial, es decir, 4386 por metro lineal, y teniendo en cuenta la entrega de los tramos sobre los estribos que debe ser de 2 metros por cada lado, el peso total de estas vigas será de 455 toneladas.

Con estos elementos hemos proyectado y cubicado las obras de fábrica de esta disposición con las clases de materiales corrientes, análogas á las admitidas en las soluciones segunda y tercera (lámina I, figuras 5 y 6), y obtenemos el siguiente presupuesto:

	Pesetas.
Viaducto de fábrica de la margen derecha.....	157.530,06
Idem íd. íd. izquierda.....	182.427,00
455,144 toneladas de acero para el tramo á 500,00...	227.577,00
Afirmado y entarugado.....	13.500,00
Andamios para el tramo (*).....	58.000,00
Demás obras accesorias.....	26.000,00
<i>Total de ejecución material.....</i>	<u>655.034,00</u>

Si análogamente á lo que hemos hecho en las soluciones anteriores y teniendo en cuenta que la compresión máxima á que han de estar sometidas las fábricas no excede de 18^k por cm^2 , proyectamos de hormigón y mampostería ordinaria hidráulica los dos viaductos de acceso, el presupuesto de ejecución material se reduce á 582.320 pesetas.

(*) Téngase en cuenta que este tramo habrá de construirse forzosamente sobre un andamio ó cimbra que hemos cubicado con alguna aproximación y nos da 160 metros cúbicos de madera.



UNDÉCIMA SOLUCIÓN

155. Viaducto con tramo tipo americano.—En las figuras 10 y 11 de la lámina II, presentamos los alzados de dos puentes notables construídos en América: el de Cincinatti, sobre el Ohío, y el de Kentucky-River, ambos para ferrocarriles y con luces respectivas de 153 y 114^m y altura este último de 81 metros sobre el río.

No puede haber inconveniente en construir, por lo tanto, un tramo de 120 metros sobre el Duero, con una altura de 75^m sobre el río, y proyectamos en la figura XII de la misma lámina la disposición que nos parece preferible, adoptando el sistema de viga Linville, que está ya reconocida como la más económica para tramos superiores á 60 metros.

Empleando el acero y piso entarugado de madera, puede asegurarse que el piso del metal por metro superficial de tramo no excederá de 700 kilogramos, que da un peso total para los 125 metros de puente de 525 toneladas.

El presupuesto de esta solución será entonces, proyectando las avenidas con las clases corrientes de fábrica:

	Pesetas.
Obras de fábrica.....	205.300
Obras metálicas.....	262.500
Afirmado y entarugado.....	14.000
Obras accesorias (*)......	93.000
<i>Total de ejecución material..</i>	<u>574.800</u>

(*) También esta solución tiene el inconveniente de necesitar un andamio para montar el tramo; pero todo es cuestión de madera, utilizable en gran parte después de terminado el montaje; así es que, suponiendo que el precio del metro cúbico de madera sea de 100 pesetas y el de venta de los restos 50 pesetas (cuidando de ejecutar el andamio con maderas del comercio, sin más que los ensambles indispensables), el costo resulta ser de 50 pesetas por metro cúbico, y hemos cubicado á grandes rasgos para el andamio un volumen de 1.320 metros cúbicos de madera, es decir, una partida de 66.000 pesetas.



Si sustituímos las sillerías y mamposterías concertadas por hormigón y mampostería ordinaria hidráulica, como hemos hecho para las demás soluciones, el costo de la obra de fábrica se reduce en 81.000 pesetas, lo que da entonces un presupuesto de ejecución material de 473.800 pesetas.

DUODÉCIMA SOLUCIÓN

156. Puente colgado.—Por último, también parece indicada la adopción de un puente colgado, y á este efecto, hemos dibujado en la figura 15 de la lámina II, la disposición que pudiera adoptarse, comparada con la de los puentes de Saint Ilpize y Point-Bridge (figuras 13 y 14).

No cabe dudar que de todas las soluciones, sería ésta la más económica; pero debemos examinar si la economía que pudiera obtenerse compensa los inconvenientes que siempre han de ofrecer los puentes colgados, aun cuando se adopten en ellos las disposiciones nuevas que aumentan su rigidez y que justifican el favor de que vuelva á gozar este sistema para ciertos casos determinados.

Desde luego se observa que la parte de fábrica ha de ser más costosa que la de las soluciones primera y cuarta, pues el estribo necesita prolongarse hacia arriba en 15 metros de altura, y deberán añadirse unos pozos muy bien contruídos para recibir los cables y permitir su visita. Así que el resultado de nuestra cubicación nos produce una valoración de 173.800 pesetas empleando sillerías y mamposterías concertadas y 130.500 empleando hormigones y mamposterías hidráulicas.

De los puentes colgados contruídos recientemente, el que más se asemeja al caso presente es el de Lamothe (Croizetto-Desnoyers, tomo II, pág. 516) que tiene 117^m,50 de luz y un ancho libre de 5^m,50. La parte metálica costó 104.000 francos.



No bajará, pues, el costo del tramo de 128 metros proyectado de 115.000 pesetas, que agregadas á las 18.000 pesetas necesarias para afirmado, entarugado y obras accesorias, dan un coste de ejecución material de 306.800 pesetas empleando sillerías, y de 263.500 pesetas empleando hormigones y mamposterías ordinarias exclusivamente.



CAPITULO VIII

CONCLUSIONES

157. Importancia del aspecto económico en los proyectos de grandes viaductos.—En todos los tratados de puentes que constituyen los libros de texto de nuestras Escuelas se enumeran con detalles á veces muy prolijos los viaductos más notables construídos con arreglo á todas las disposiciones imaginadas por los Ingenieros; pero hemos podido observar que casi ningún autor ha hecho una crítica razonada y comparativa de los costes de estas obras.

Se citan algunas veces el número de millones que ha costado tal ó cual puente; pero se prescinde de estudiar si pudiera haberse conseguido el mismo efecto con menor desembolso.

Entendemos, sin embargo, que el aspecto económico del problema debiera ser quizá el más importante, y del mismo modo que en nuestro librito de *Puentes de hierro económicos, muelles y faros sobre palizadas y pilotes metálicos*, hemos procurado demostrar que pueden ejecutarse los puentes, muelles y faros en el mayor número de casos con singular economía y sin perjuicio de su resistencia y duración, hemos querido hacer un estudio de todos los sistemas de viaductos que se adoptan y citan como modelos, para deducir en conclusión cuáles son las disposiciones más económicas y cuáles, por consiguiente, las que debe escoger el Ingeniero cuando trate de resolver un problema de esta clase.



La rutina muchas veces aconseja la adopción de soluciones conocidas; algunas veces también el afán de originalidad conduce á proyectar disposiciones nuevas que se justifican con razonamientos más ó menos sublimes ó sofisticos, y de aquí que suelen construirse obras viciosas y generalmente de mayor coste que el que debieran tener.

Aunque nuestra profesión suele vulgarmente considerarse como el prototipo de los estudios precisos y que supone el vulgo que nuestras soluciones están matemáticamente calculadas y cabe difícilmente en ellas variación de importancia, preside, sin embargo, una gran indeterminación en la mayor parte de los problemas que tenemos que resolver.

Buena prueba de ello, el examen de las dos primeras láminas de este libro, en las que aparecen doce soluciones para el mismo caso con presupuestos que oscilan entre 260.000 y 1.730.000 pesetas.

Conviene, pues, para resumir nuestro trabajo, plantear las conclusiones que se deducen de nuestro estudio.

158. Conveniencia de la reducción de las obras de fábrica.—Desde luego se observa por el examen de las láminas I y II, en que hemos indicado los presupuestos de las doce soluciones examinadas, la extraordinaria economía que produce la reducción de las fábricas al menor volumen posible, sustituyéndose las pilas y avenidas de esta clase por entramados metálicos, hasta donde pueda llegarse, pues con objeto de evidenciarlo de un modo claro é indiscutible hemos valorado todas estas soluciones.

Como el punto de vista económico, según acabamos de indicar, es uno de los más importantes que debe tener en cuenta el Ingeniero al proyectar un viaducto, conviene resumir en un cuadro los presupuestos de todas las soluciones examinadas para poder apreciar con una simple ojeada las diferencias de coste, que lle-



van consigo la adopción de los distintos tipos y clases de fábrica posibles.

Los pondremos por orden de coste de ejecución material:

Número de las soluciones.	Número de las figuras.	SOLUCIONES ESTUDIADAS	CON FÁBRICAS DE	
			Sillerías y mampostería concertadas. — <i>Pesetas.</i>	Hornigones y mampostería ordinaria. — <i>Pesetas.</i>
12. ^a	Lám. II, fig. 15.	Puente colgado.....	307.000	264.000
4. ^o	Lám. I, fig. 10.	Viaducto metálico de pequeñas luces sobre arco articulado....	333.000	303.000
1. ^a	Idem, fig. 3.	Idem id. id. id. empotrado.....	346.000	317.000
3. ^a	Idem, fig. 6.	Arco metálico articulado con avenidas de fábrica.....	443.000	352.000
2. ^a	Idem, fig. 5.	Idem id. empotrado ídem id.	505.000	409.000
9. ^a (bis)	Lám. II, fig. 6.	Tramos rectos continuos sobre pilas metálicas.....	652.000	412.000
11. ^a	Idem, fig. 12.	Viaducto de tramo recto, tipo americano (Linville).....	575.000	474.000
5. ^a	Lám. I, fig. 13.	Viaducto metálico de grandes luces sobre arco, tipo Eiffel....	614.000	532.000
7. ^a	Idem, fig. 15.	Idem id. id. id. Seyrig.	635.000	551.000
6. ^a	Idem, fig. 14.	Idem id. id. id. suizo.....	654.000	570.000
10. ^a	Lám. II, fig. 9.	Viaducto con vigas parabólicas (bow-string).....	655.000	582.000
9. ^o	Idem, fig. 6.	Tramos rectos continuos sobre pilas de fábrica.....	1.101.000	697.000
8. ^a	Idem, fig. 3.	Viaducto completamente de fábrica.....	1.727.000	964.000

De este cuadro se deduce, en primer término, que el coste de las obras aumenta muy sensiblemente á medida que va adquiriendo importancia la obra de fábrica sobre la metálica, de donde se deduce que en los viaductos y aun en aquellas regiones en que la piedra abunda, será siempre muy costoso el empleo de este material y preferible, por lo tanto, reducir la obra de fábrica á los elementos indispensables para apoyos de tramos, pilas y arcos.

159. Conveniencia de la substitución de las sillerías y mamposterías concertadas por hormigones y mamposterías ordinarias.—Asimismo con objeto de apreciar claramente la diferencia de coste producido por la substitución de sillerías y mamposterías concertadas por hormigones y mamposterías ordinarias, hemos valorado todas las soluciones con unos y otros materiales, cuyos presupuestos de ejecución material aparecen comparados en el cuadro anterior.

Puede sorprender á primera vista la enorme diferencia que esta substitución de fábricas produce en las valoraciones; pero téngase en cuenta que en obras de estas dimensiones, los volúmenes de cualquier apoyo, por elemental que sea, son muy considerables, y que también es grande la diferencia de precios, pues las sillerías cuestan siempre de 45 á 90 pesetas, mientras que los hormigones nunca pasan de 35 pesetas por metro cúbico y pueden reducirse á 20 pesetas.

Empleando buenos morteros de cemento Portland, no puede pretenderse que sea más resistente la sillería que un buen hormigón, puesto que ya hemos demostrado en el cap. VI, § II, las grandes ventajas que ofrece el empleo de los morteros de cemento, y en el § IV del mismo capítulo, hemos visto que pueden obtenerse morteros con resistencias á la compresión de 300^k por cm^2 , es decir, mayor que la resistencia de muchas calizas y areniscas y de algunos granitos.



Ya se va, por otra parte, generalizando el empleo de los materiales de pequeñas dimensiones; el sillarejo suele casi siempre sustituir á la sillería, pero á nuestro juicio este material resulta casi tan costoso como la sillería, y sólo ofrece la ventaja de su más fácil manejo.

Ingenieros hay que aconsejan ya para bóvedas el empleo de la mampostería ordinaria, que constituye una masa homogénea que asiente por igual (Croizette-Desnoyers, pág. 70 del tomo II.)

Más homogéneo aún debe ser una masa de hormigón ejecutada con cementos de fraguado lento, puesto que después de fraguado constituyen estas bóvedas verdaderos monolitos.

¿Es que ofrece alguna ventaja la sillería?

Casi estamos por afirmar que no tiene ninguna sobre el hormigón bien ejecutado, pues que ni tiene mayor dureza, ni mayor resistencia á la acción de los agentes atmosféricos.

En cambio ofrece los inconvenientes de su coste excesivo y de su difícil manejo, que obliga á emplear á veces varias campañas para voltear las bóvedas ó construir las pilas, con riesgo de ser destruídas por avenidas, mientras que el hormigón siempre se encuentra y se construye con la rapidez que se quiera, reduciéndose así las probabilidades de accidentes.

Lo mismo que decimos de las sillerías respecto á los hormigones, podemos decir de las mamposterías concertadas respecto á las ordinarias.

En todas aquellas partes de la obra que no sufran compresiones, superiores á 20^k por cm^2 (que son muy excepcionales), una buena mampostería con mortero de Portland es, á nuestro juicio, tan resistente como la mejor mampostería concertada; su coste es, en cambio, mucho menor y más rápido de ejecutar.

Réstanos examinar la cuestión estética, que quizá supongan algunos incompatible con el empleo exclusivo de hormigones y mamposterías ordinarias.

Prescindiremos del empleo de los mármoles artificiales que



con tanta perfección se ejecutan hoy día, y que se prestan mejor que ninguna sillería á toda clase de adornos y efectos de coloración, sin que pueda objetársele ninguna superioridad recíproca.

Pero con el mismo hormigón se puede moldear cuanto se quiera y hasta colorear los paramentos, como se ha hecho en los puentes recientemente construídos en Alemania. Por lo demás, en obras de esta importancia, y como ya hemos dicho, no pueden apreciarse detalles; las proporciones de los elementos y de las masas bastan para producir el efecto artístico conveniente y con hormigón se pueden obtener perfectamente las fuertes molduras y relieves que se necesitan, sin necesidad de acudir á la imitación de sillerías, ni simular despiezos.

En cuanto á la mampostería, un simple encintado de Portland formando mosaico en el paramento basta para elegantizarla, presentando esta clase de fábrica tan buen aspecto como la mampostería mejor concertada.

160. Conveniencia del estudio de repetidas soluciones.—Aun en las obras de pequeña importancia, deben muchas veces los Ingenieros estudiar las soluciones posibles, pues seguramente se puede con ello introducir alguna economía sin perjuicio para la obra, pues no suponemos que haya quien pretenda escoger siempre del primer golpe de vista la solución más económica y la mejor.

Pero donde principalmente adquiere este estudio singular importancia, es en obras de grandes dimensiones, como los viaductos, en los que la más insignificante modificación produce diferencias de coste muy sensibles.

En primer lugar la determinación del sistema que para cada caso conviene, debe someterse á un concienzudo estudio de los tipos más apropiados, no debiéndose vacilar en proyectar las varias soluciones más indicadas, con el detalle suficiente para valorarlas con 10 á 20 por 100 de aproximación.

Fijada ya la disposición más conveniente, deben perfilarse to-



dos los detalles, aun los que en apariencia resulten más insignificantes, pues en estos viaductos, el cubo de las fábricas ó el peso de los hierros se cifra por miles de metros ó de toneladas. Bástenos hacer observar las enormes diferencias obtenidas en este estudio, y muy principalmente, los presupuestos de la segunda y tercera solución (lám. XXIX y XXX), en que sólo un corrimiento de 5^m,50 en el eje del puente, apenas sensible, produce una diferencia de precio de más de 50.000 pesetas.

Y no puede ni debe objetarse, que un estudio de esta clase absorbe mucho tiempo, pues nada representan unos meses más de trabajo en un proyecto de esta clase, en relación con la economía de muchos miles de duros y á veces de millones, que puede conseguir el Ingeniero con un poco de paciencia.

Todo el trabajo de este libro, que hemos terminado á ratos perdidos, representa no más un año de estudio, y parécenos que el resultado obtenido, que nos permite proyectar por 75.000 duros una obra que se calculaba en un millón de pesetas, compensa con creces el trabajo que nos ha ocasionado, sobre todo si con este estudio conseguimos ahorrar tiempo á nuestros compañeros y ahuyentarles de algunas soluciones trompeteadas por la fama y no por eso menos viciosas en un gran número de casos.

161. Inconvenientes de los arcos metálicos de gran flecha.—Entre éstos se encuentran, por ejemplo, los viaductos de Eiffel y similares, que hemos examinado, y cuyos inconvenientes debemos aquí consignar.

Si comparamos, por ejemplo, los pesos de las partes metálicas de las soluciones cuarta y quinta, es decir, de la solución adoptada, con la disposición tipo Eiffel, que hemos calculado con bastante aproximación en el capítulo VI, párrafo V, obtenemos las cifras siguientes:

	PESOS EN TONELADAS			
	Tramos.	Pilas.	Arcos.	Totales.
Cuarta solución (adoptada).....	173	50	224	447
Quinta solución (tipo Eiffel).....	288	114	426	828

Prescindiendo, pues, de las obras de fábrica, que también son más costosas en la quinta solución, se observa, como se ve, que sólo el arco de 100 metros de luz tipo Eiffel, pesa casi tanto como todo el metal de la solución adoptada y cerca del doble del peso de nuestro arco, á pesar de tener éste 120 metros de luz.

La explicación de esta aparente paradoja es, sin embargo, sencilla, y ya la habíamos previsto en el capítulo I, página 3.

Con arcos de gran flecha, los tímpanos, y por ende las pilas, resultan de gran altura y obligan á reducir su número, lo que á su vez lleva consigo la adopción de tramos de gran luz para el tablero y resulta de aquí un círculo vicioso, porque estos grandes tramos pesan mucho y á su vez requieren pilas muy resistentes, obteniéndose un conjunto muy pesado que obliga á dar al arco gran resistencia, lo que á su vez aumenta el peso propio de éste y, por lo tanto, impone la adopción de secciones y pesos exagerados.

Siempre, pues, que la disposición del terreno lo permita deben emplearse arcos de escasa flecha, aun á trueque de aumentar algo la luz (pues lo que sobre todo debe reducirse es la obra de fábrica), con objeto de conseguir que las pilas son simples palizadas de 20 á 25 metros de altura máxima, y que, por lo tanto, el tablero puede subdividirse en tramos de 6 á 15 metros.

Esta es la razón que justifica la extraordinaria economía de



los puentes suizos de Javroz y Schwarwasser (figuras 1 y 2 de la lámina I) y no el empotramiento de los arcos preconizado por el Ingeniero M. Probst, autor de aquellas interesantes obras.

162. Ventajas del arco articulado sobre el empotrado.—Sobre este particular, tienen razón en cambio los Ingenieros Eiffel, Seyrig, Koechlin y Acosta, que han dado la preferencia al arco articulado.

En el capítulo I, página 4, indicamos las ventajas que á primera vista parecía ofrecernos el empotramiento de los arcos, que suponíamos debía determinar una economía de metal, análoga á la que ejerce el empotramiento de vigas rectas y columnas.

Pero según hemos visto, no se han confirmado estas previsiones, puesto que el resumen de las cubicaciones de ambas soluciones arroja las siguientes cifras:

RESUMEN DE LOS PESOS DE LOS ARCOS ARTICULADO Y EMPOTRADO		Arco articulado. — Toneladas.	Arco empotrado. — Toneladas.
Cabezas de trasdós.	Cabezas de trasdós desde el montante 1 al simétrico, 60,650.....	70,324	71,346
	Arranques hasta el montante 1, 9,674.....		
Cabezas de intradós.	Cabezas de intradós desde el montante 1 al simétrico, 56,826.....	66,500	72,542
	Arranques hasta el montante 1, 9,674.....		
Celosías de los dos arcos.....		25,292	28,074
Arriostramientos longitudinales.....		23,983	23,199
Arriostramientos transversales.....		19,251	18,766
Aparatos de apoyo y amarre.....		18,540	20,124
TOTALES.....		223,890	234,051

Obtiénese, pues, una economía de unas diez toneladas (es decir, de un 4 por 100), por medio del arco articulado, que aunque nos ha extrañado, resulta de nuestros cálculos detallados y comprobados.

Pudiera atribuirse á una repartición del metal que hiciera el trabajo de éste más igual en el arco articulado que en el empotrado, pero tampoco es así, según se desprende de los cuadros que se presentan al final de esta Memoria y de los que extractamos los coeficientes de trabajo máximos y mínimos de las dos soluciones, que son los siguientes:

	CABEZAS DE TRASDÓS		CABEZAS DE INTRADÓS		DIAGONALES	
	Arco empotrado	Arco articulado.	Arco empotrado.	Arco articulado.	Arco empotrado.	Arco articulado.
<i>Coefficientes de trabajo máximo por m/m².</i>						
Primera hipótesis de sobrecarga (carga permanente, temperatura y viento de 270 ^k por m ²).	8,41	9,57	9,52	9,07	4,89	5,00
Segunda hipótesis de sobrecarga (carga permanente, temperatura, viento de 150 ^k y sobrecargas).....	9,29	9,73	10,55	9,67	8,54	7,48
<i>Coefficientes de trabajo mínimo.</i>						
Primera hipótesis de sobrecarga.....	5,06	5,37	3,79	4,71	1,72	1,11
Segunda hipótesis.....	6,54	8,21	6,01	8,40	4,65	4,14

En este cuadro se observa, que si bien en las cabezas de trasdós es algo mayor el trabajo en el arco articulado, en cambio es



menor en las cabezas de intradós, y es mayor ó menor, según los casos, en las diagonales.

Puede, por lo tanto, considerarse que la resistencia es sensiblemente igual en los dos arcos.

Así es que resulta evidente que el *arco articulado es por lo menos tan ligero* como el empotrado, y la justificación de esta conclusión puede obedecer á las siguientes causas:

1.º El empotramiento lleva consigo, aunque se aumente como hemos hecho la altura del arco en los arranques, una acumulación de platabandas en este punto y un sistema de anclado y amarre de bastante peso.

2.º La forma del arco no es la misma en las dos soluciones, y el haber reducido á 2^m la altura en la clave del empotrado, obliga á dar á esta solución una platabanda más que en el articulado (*).

3.º Según la teoría, la acción de la temperatura es más desfavorable en el arco empotrado que en el articulado, por ser los esfuerzos más considerables, sobre todo en arcos de pequeña flecha.

4.º No deben asimilarse los dos sistemas de arcos á dos vigas, una empotrada y la otra simplemente apoyada. El trabajo de un arco es, sobre todo, un trabajo de compresión, sobre el que el sistema de apoyo tiene escasa influencia, mientras que el trabajo de una viga recta es un trabajo de flexión que se modifica sensiblemente por efecto del empotramiento. Los beneficios que pueda reportar el empotramiento han de ser, pues, menores en los arcos que en las vigas, rectas, y pueden quedar compensados, hasta con creces, como hemos visto, por las tres causas primeras que hemos indicado.

(*) Si hemos modificado algún tanto la forma de los dos arcos constituyendo el articulado con altura constante de 3^m y el empotrado con 4^m y 2 en los arranques y clave respectivamente, ha sido por obedecer á las teorías de los autores y en particular de Koëchlin (*Statique graphique*, pág. 226).



No existiendo, pues, economía sensible de peso por causa del empotramiento, y ofreciendo por otra parte los arcos articulados la ventaja de que en ellos hay seguridad de que las resultantes de presiones pasan siempre por las rótulas únicas, mientras que en los empotrados queda siempre cierta incertidumbre y pueden acumularse los esfuerzos en los apoyos de trasdós ó intradós, y por último, no siendo dudoso, que el montaje se ha de poder efectuar con más seguridad con las articulaciones, resulta á todas luces preferible emplear este sistema.

163. Arcos semi empotrados y pilas articuladas. — En el tratado de puentes de Resal (tomo I, pág. 487) propone este Ingeniero como mejor solución el semi empotramiento de los arcos, es decir, calcular y montar éstos como si fueren articulados, fijando las dos cabezas del arco, después de montado por medio de cuñas que produzcan un empotramiento del entramado.

Este sistema ha sido, en verdad, el que se ha adoptado en un gran número de puentes en arco franceses de 30 á 60^m de luz, y con él se supone que se han de reducir las deformaciones que permite la libre articulación.

Pero éstas no son tan sensibles como parece, pues que en los grandes viaductos articulados de Porto y Garabit, en los que los tramos y pilas están rígidamente unidos al arco, no se han notado flechas peligrosas, ni deformaciones permanentes, ni oscilaciones visibles.

Así es que consideramos preferible no disimular las articulaciones ni perturbar después, con acuñaos más ó menos perfectos, las condiciones de equilibrio que se han calculado.

Por la misma razón, prescindimos de las articulaciones en la base de las palizadas, que preconiza también Resal en su citada obra (tomo I, pág. 426), pues la práctica demuestra y lo hemos comprobado en los viaductos suizos, que los esfuerzos secundarios que supone Resal, que habría de producir el empotramiento



de estas palizadas en los tableros, y sobre todo en los arcos, no deben ser sensibles, cuando no se nota en ellos la más insignificante deformación. En cambio, las oscilaciones que producirán estas articulaciones, añadidas á la de los arcos, pudieran determinar una movilidad excesiva de la obra, que debe evitarse.

164. Comparación entre las demás soluciones.—Comparando ahora las cinco soluciones representadas en la lám. II, se observa que desde el punto de vista económico, resultan en el orden siguiente:

Puente colgado, tramos rectos sobre pilas metálicas, viga americana de gran luz, viga parabólica con avenidas de fábrica, tramos rectos sobre pilas de fábrica y viaducto enteramente de fábrica.

Desde luego debe desecharse siempre para grandes viaductos esta última solución, que podrá ser hermosa y recordar las históricas construcciones romanas, pero que produciría un coste tan considerable, aun ejecutando toda la obra con hormigón, que no podrá nunca compensar las ventajas de su eterna duración y economía de conservación.

La perfecta calidad de los hierros y aceros que hoy día se obtienen y la precisión con que se calculan y ejecutan las obras metálicas más atrevidas, permiten asegurar, que salvo contadísimas excepciones, no convendrá proyectar viaductos de fábrica, pues el Ingeniero no debe aspirar á construir monumentos, sino obras prácticas y de utilidad, teniendo siempre presente que es más beneficioso ejecutar tres ó cuatro viaductos de hierro, que comuniquen á otras tantas regiones, aunque al cabo de cien años hubiera que reconstruirlos, que un solo viaducto de fábrica imprecadero.

La perniciosa influencia de las fábricas se hace sentir también en las soluciones novena y décima, de vigas rectas sobre pilas de fábrica y vigas parabólicas, pues las pilas ó los viaductos que las



acompañan, hacen ascender su coste á cifras comprendidas entre 1.101.000 y 582.000 pesetas, aunque se ejecuten con hormigones; y esto evidencia, que en obras de tal importancia, debe prescindirse de estos sistemas mixtos de fábrica y hierro, reduciéndose las fábricas, como hemos ya dicho, á los elementos indispensables para los apoyos de extremos, de tramos, pilas ó arcos.

Obedeciendo á este criterio, se obtienen las economías que resultan de las soluciones novena y undécima, la primera de tramos rectos continuos sobre pilas metálicas, la segunda con una gran viga americana de 120^m de luz, pues ejecutándose las fábricas con hormigón y mampostería hidráulica, se reducen los presupuestos de estas soluciones á 412.000 y 474.000 pesetas, que son menores que los de los arcos metálicos de gran flecha tipos Eiffel, Seyrig y Suizó.

De esto se deduce que, cuando por circunstancias especiales no pueda construirse un arco metálico de poca flecha, será casi siempre preferible proyectar ó vigas rectas de varios tramos sobre pilas metálicas, cuando éstas no necesiten alturas extraordinarias, ó vigas americanas de un solo tramo, cuando la rasante se encuentre á más de 80 metros sobre el fondo del valle.

Así, por ejemplo, un cálculo aproximado que hemos hecho para el viaducto de Garabit, nos permite asegurar que hubieran podido economizarse mil toneladas de hierro en dicha obra y una buena parte de fábrica, sustituyendo el arco central y los dos extremos laterales que salvan un vano de 284^m por tres tramos de vigas americanas, análogas á las del puente sobre el Kentucky-River (lám. II, fig. 10), con piso superior, dos de ellos de 82^m de luz y el central de 120^m, con lo que la altura total de las pilas quedaría reducida á 85^m, de los cuales los 10^m inferiores de hormigón y los 75^m restantes de acero. Calculamos aproximadamente la economía que produciría esta disposición en un millón de pesetas.

Ya hemos visto también que los puentes colgados, son de



todas las soluciones las más económicas; pero á pesar de que con los procedimientos actuales de construcción ha vuelto este sistema á recuperar la fama perdida, creemos que no debe adoptarse sino en aquellos casos en que la economía producida, exceda de 25 á 30 por 100 sobre otra solución más rígida, y como en el caso presente sólo llegaría á 39.000 pesetas, es decir, un 12 por 100 de nuestro presupuesto, no hemos vacilado en dar la preferencia al arco articulado.

165. Comparación del peso del arco adoptado con los construidos hasta el día.—Demostrada ya la superioridad económica de la disposición general que preconizamos, sobre los demás tipos de viaductos generalmente empleados, réstanos únicamente, para terminar este estudio, demostrar que el arco articulado que hemos calculado, es uno de los más ligeros de los proyectados hasta el día, á pesar de las condiciones de cálculo á que hemos sometido todos sus elementos que garantizan su perfecta estabilidad.

Nada mejor para ello que presentar en los dos cuadros siguientes los pesos de los arcos metálicos más notables superiores á 50 metros de luz, cuyos datos hemos podido reunir.



PESOS DE LOS PUENTES Y VIADUCTOS EN ARCO DE MÁS DE 50 METROS DE LUZ

PUENTES DE FERROCARRILES	Ancho.	Luz.	Flecha.	Rebajamiento..	PESOS EN KILOGRAMO			OBSERVACIONES
					Totales.	Por metro lineal.	Por vía ó metro cuadrado.	
Pont-aux-Moines (Orleans)...	Vía única	50m,00	5m,00	$1 \frac{1}{10}$	139.000	2 780	2.780	
Puente de l'Oued-Riou.....	Idem.	50,00	5,42	$1 \frac{9,2}{10}$	134.200	2.670	2.670	Estos puentes están en la Argelia francesa.
Puente de l'Oued Rouira....	Idem.	50,00	5,00	$1 \frac{1}{10}$	130.000	2 600	2.600	
Puente del Loira (Nantes)...	Doble vía.	60,00	6,00	$1 \frac{1}{10}$	441.300	7.355	3.677	Cuatro arcos iguales de 60 m.
Puente del Erdre (idem).....	Idem.	95,00	12,00	$1 \frac{7,9}{10}$	920.500	9.677	4.838	
Puente de Coblentz.....	Idem.	96,00	9,60	$1 \frac{1}{10}$	»	6.500	3.575	
Puente de San Luis.....	Idem y carr.	158,50	14,30	$1 \frac{1}{11}$	1.769.000	14.400	4.800	El 67 por 100 del metal de acero, trabajando á 20k
Viaductos de ferrocarriles.								
Viaducto de Paderno (Italia).	Idem.	150,00	37,50	$1 \frac{1}{4}$	2.625.000	10.000	5.000	Lleva además una carretera.
Puente de Oporto (Eiffel)....	Vía única.	163,00	42,50	$1 \frac{3,76}{1}$	960.000	6.000	6.000	Longitud del viaducto 266 m.
Viaducto de Garabit (idem)...	Idem.	170,00	56,86	$1 \frac{2,9}{1}$	1 650.000	9.300	9.300	Idem id. 355 metros. Idem id. 266.
Puentes de carreteras.								
Puente de la Cisca (Huesca).	6m,00	70,00	7,58	$1 \frac{9,2}{1}$	Hierro 220.820 Fund. 17.380	3.430	588	El montaje se hizo en tres meses sin cimbra, por la fábrica de El Creuot; costó 25.000 pesetas.



Puente de Szegedin (Austria).....	11,00	66,00	$\frac{1}{13}$	H.	332.000	4.180	380	Quatro tramos de luces distintas, construidos por Eiffel, con entarugado de madera.
Idem.....		86,00	$\frac{1}{14,3}$	F.	312.000	4.510	410	
Idem.....		97,00	$\frac{1}{12,7}$	H.	381.000	5.060	460	
Idem.....		110,00	$\frac{1}{11,9}$	F.	490.000			
		73,50	$\frac{1}{10,9}$	H.	65.000			
Puente de Pesth (Hungria)...	16,75	82,67	$\frac{1}{10}$	F.	5.110.000	11.970	714	Construido por Gouin y Cia.
Idem.....		87,88	$\frac{1}{5}$	H.	600.000			
Puente sobre el Erdre (Nantes).....	12,00	80,00	$\frac{1}{5}$	F.	584.300	8.406	700	
Idem.....		72,00	$\frac{1}{5}$	H.	88.500			
Puente de la Barca (Pontevendra).....	7,00	120,00	$\frac{1}{5}$	F.	246.000	3.593	513	Carro de 12t y sobrecarga de 300k por m.
Idem.....		7,00	$\frac{1}{5}$	H.	12.000			
Puente viaducto de Pino.....	6,00	120,00	$\frac{1}{5}$	F.	370.000	2.936	489	Carro de 9t id. id.
Viaductos de carreteras.								
Viaducto de Javroz (Suiza)...	4,80	85,78	$\frac{1}{4,3}$	H.	205.000	1.863	396	Longitud del viaducto 110 m.
Idem.....		85,00	$\frac{1}{3}$	F.	1.344.000	5.870	441	Idem id. 229 metros.
Viaducto de Kirchenfeld (idem).....	13,20	114,00	$\frac{1}{5,3}$	H.	430.000	2.575	429	Idem id. 167 metros.
Idem.....		120,00	$\frac{1}{5}$	F.	447.000	2.483	414	Idem id. 180 metros.

Hemos subdividido las obras en puentes y viaductos para ferrocarriles y carreteras, porque no pueden compararse entre sí ni los pasos ferrocarriles y carreteras, ni los puentes con los viaductos, pues la parte metálica de aquéllos terminaría en el aplomo de los arranques, mientras que en los viaductos se prolonga la obra á derecha é izquierda del arco.

Así, por ejemplo, para el viaducto de Garabit, si se tiene en cuenta su longitud total, que es de 266^m, resulta que el peso total del viaducto, que es de 3.200 toneladas, da un peso por metro lineal de 7.143 kilogramos, que no parece muy exagerado comparado con los demás puentes; pero si se considera sólo el peso del arco central y su tablero correspondiente, resulta el peso extraordinario de 9.300 kilogramos por metro lineal.

Por estas mismas causas hemos comparado los pesos de nuestro puente, de Pino, con los demás puentes, no entrando en cuenta más que la parte metálica de la tercera solución (lám. I, fig. 6), que da un peso por metro superficial de puente de 489 kilogramos, que es bastante inferior al de los puentes de Cinca, Arcole, Pesth, Erdre y La Barca, á pesar de que todos éstos tienen luces comprendidas entre 50 y 90^m, lo que demuestra la excepcional ligereza de nuestro proyecto.

Si comparamos ahora el peso total del viaducto con los tres viaductos suizos de carreteras, de arco empotrado, que hasta ahora se consideran como modelos de ligereza, observamos también que el peso resultante para el metro superficial de tablero resulta de 414^k, que es inferior al de los viaductos de Schiwartzwasser y Kirchenfeld y casi igual al de Javroz, á pesar de que todos éstos tienen menos luz que el nuestro, y de que hemos admitido esfuerzos de viento superiores á los que han servido para calcular los viaductos suizos.

Con esto evidenciamos una vez más la influencia que tiene en el coste de los puentes metálicos la adopción del acero, que per-



mite elevar el coeficiente de trabajo á 10^k por m/m^2 y la importancia que debe darse á los procedimientos de cálculo, que permiten afinar todas las dimensiones de una obra, sin perjuicio alguno para su estabilidad y resistencia



CUADROS RESÚMENES

DE LOS

CÁLCULOS DE TRAMOS, PALIZADAS Y ARCO-EMPOTRADO



FUNDACIÓN
JUANELO
TURRIANO



DESIGNACIÓN de los tramos.	ESFUERZOS CORTANTES			Esfuerzos en las barras.
	Carga permanente.	Sobrecarga móvil.	Máximos totales.	
1. ^{er} tramo } Sobre apoyo O	3160 ^k	5160 ^k	8320 ^k	2870 ^k
8 ^m ,00.... }	I 5540	7130	12670	4370
2. ^o tramo } " I	4830	6520	11350	3920
8 ^m ,00.... }	II 3870	6480	10350	3570
3. ^{er} tramo } " II	3770	6130	9900	3420
8 ^m ,00.... }	III 4930	6750	11680	4030
4. ^o tramo } " III	5460	7510	12970	4480
10 ^m ,00.... }	IV 6140	7420	13560	4680
5. ^o tramo } " IV	6280	7490	13770	4750
10 ^m ,00.... }	V 5320	7290	12610	4370
6. ^o tramo } " V	3700	5470	9170	3160
7 ^m ,00.... }	VI 5000	7420	12420	4290
7. ^o tramo } " VI	4930	7890	12820	4420
7 ^m ,00.... }	VII 3770	5940	9710	3350
8. ^o tramo } " VII	2910	5190	8100	2800
6 ^m ,00.... }	VIII 2890	5140	8030	2770
9. ^o tramo } " VIII	2820	5380	8200	2830
6 ^m ,00.... }	IX 2980	5380	8360	2880
10 tramo } " IX	2870	5380	8250	2850
6 ^m ,00.... }	X 2930	5380	8310	2870
11 tramo } " X	2988	5380	8280	2890
6 ^m ,00.... }	XI 2900	5380	8280	2860



celosías de los tramos.

BARRAS INTERIORES		BARRAS EXTERIORES		ROBLONES	
Perfiles adoptados (descontando un roblón de 17 ó 19 m/m).	Trabajo R	Perfiles adoptados (descontando un roblón de 17 ó 19 m/m).	Trabajo R	Número, diámetro y sección.	Trabajo R
lanta de 65 de 8..... } $\omega = 384$	7 ^k ,47	Angular de 55×55×6..... } $\omega = 522$	5 ^k ,50	3 de 17 : $\omega = 681$	4 ^k ,21
Roblón de 17 }		Roblón de 17 }			
de 80×10..... } $\omega = 618$	7 ,16	A. de 65 × 65×9..... } $\omega = 728$	6 ,00	3 de 19 : $\omega = 849$	5 ,14
de 19..... }		R. de 19..... }			
de 75×9..... } $\omega = 504$	7 ,77	Idem.	5 ,38	Idem.	4 ,62
de 19..... }					
Idem.	7 ,08	Idem.	4 ,91	Idem.	4 ,20
Idem.	6 ,78	Idem.	4 ,70	Idem.	4 ,02
			min.		
Idem.	8 ,00	Idem.	5 ,53	Idem.	4 ,75
max.					
de 80×10..... } $\omega = 610$	7 ,34	Idem.	6 ,15	Idem.	5 ,57
de 19..... }					
Idem.	7 ,67	Idem.	6 ,42	Idem.	5 ,51
Idem.	7 ,74	Idem.	6 ,52	Idem.	5 ,59
			max.		max.
Idem.	7 ,13	Idem.	5 ,97	Idem.	5 ,12
de 75×9..... } $\omega = 522$	6 ,05	A. de 55 × 55×6..... } $\omega = 522$	6 ,05	3 de 17 : $\omega = 681$	4 ,64
de 17..... }	min.	R. de 17..... }			
de 80×10..... } $\omega = 610$	7 ,03	A. de 65 × 65×7..... } $\omega = 728$	5 ,83	3 de 19 : $\omega = 849$	5 ,05
de 19..... }		R. de 19..... }			
Idem.	7 ,24	Idem.	6 ,07	Idem.	5 ,21
de 75×9..... } $\omega = 522$	6 ,41	A. de 55 × 55×6..... } $\omega = 522$	6 ,41	3 de 17 : $\omega = 681$	4 ,91
de 17..... }		R. de 17..... }			
de 65×8..... } $\omega = 384$	7 ,29	Idem.	5 ,36	Idem.	4 ,11
de 17..... }					
Idem.	7 ,21	Idem.	5 ,30	Idem.	4 ,06
Idem.	7 ,37	Idem.	5 ,42	Idem.	4 ,15
Idem.	7 ,50	Idem.	5 ,51	Idem.	4 ,23
Idem.	7 ,42	Idem.	5 ,46	Idem.	4 ,18
Idem.	7 ,47	Idem.	5 ,49	Idem.	4 ,21
Idem.	7 ,45	Idem.	5 ,48	Idem.	3 ,76
Idem.	7 ,45	Idem.	5 ,48	Idem.	3 ,76
					min.



CUADRO NUM. 2

Cargas verticales que actúan sobre los montantes más cargados de las palizadas.

Número de orden de las palizadas. . . .	Carga permanente del tablero.	Semipeso de a palizada.	Total de la carga permanente.	Sobrecarga de 300 k. por m².	Sobrecargas móviles.	Totales máximos — Carga permanente y sobrecargas móviles.
I	13270 ^k	810 ^k	14110 ^k	8830 ^k	11500 ^k	26610 ^k
II	10540	1040	11580	8390	11100	22680
III	13290	2700	15990	9730	11400	27390
IV	15320	2700	18020	10380	11800	29820
V	11920	2320	14240	8660	10900	25140
VI	9930	1360	14290	7380	10100	21390
VII	9580	890	10470	6750	10500	20970
VIII	8610	690	9300	6410	9700	19000
IX	8750	400	9150	6320	9800	18950
X	8730	300	9030	6260	9800	18830
XI	8700	240	8940	6260	9800	18740
XII	8700	240	8940	6260	9800	18740
XIII	8700	240	8940	6260	9800	18740



CUADRO NUM. 3

Empujes horizontales ejercidos por el viento de 270^k en los capiteles de las palizadas.

Número de las palizadas.	Altura de las palizadas.	Empuje horizontal.	Número de las palizadas.	Altura de las palizadas.	Empuje horizontal.
I	7,60	3460 ^k	VIII	7,60	2250 ^k
II	10,30	2750	IX	5,35	2280
III	20,00	3470	X	3,56	2280
IV	20,00	4000	XI	2,21	2270
V	18,35	3110	XII	1,31	2270
VI	14,03	2590	XIII	0,86	2270
VII	10,30	2500			



CUADRO NUM. 4

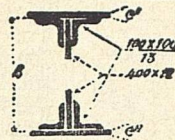
Compresiones máximas en los montantes de las palizadas.

	Viento de 270 k.	Viento de 150 k.	Carga permanente sola	Carga permanente más sobrecarga máxima	1.ª hipótesis. Viento de 270 k. + carga permanente.	2.ª hipótesis. Viento de 150 k. + carga permanente + sobrecarga máxima.	Esfuerzos máximos en la celosía (viento de 270 k.)
Palizada I y palizadas de 7 ^m ,60.....	1650 + 2850 = 4500 ^k	2500 ^k	14110 ^k	25610 ^k	18610 ^k	28110 ^k	2200 ^k
Palizada II y palizadas de 10 ^m ,30.....	1750 + 3100 = 4850	2700	11580	22680	16430	25380	2100 cuadros superiores.
Palizadas IV y palizadas de 20 ^m ,00.....	6400 + 8650 = 15050	8350	18020	29320	33070	38170	3100 cuadros inferiores.
Palizada VI (14 ^m ,03)...	2900 + 3450 = 6350	3520	11220	21390	17640	24910	3850 2450
Palizada IX y palizadas de 5 ^m ,35.....	250 + 1450 = 1700	940	9150	18950	10850	19890	1650
Palizada X (3 ^m ,56)....	250 + 1100 = 1350	750	9030	18830	10380	19580	1400

Número de las palizadas...	MONTANTES						CELOSIA					
	Altura L	Es fuerzo de compresión.	PERFILES	Momentos de inercia Sin deducir roblones.	Sección Ω Sin deducir roblones.	Es fuerzo límite N. (Rankine.)	Coefficiente de seguridad.	Sección neta ω .	Trabajo máximo R.	Es fuerzo máximo.	Perfil (los roblones de 17 m).	Trabajo máximo R.
I	7 ^m , 60	28110	Tipo n.º 3 angulares de 25x25	0,000059	0,006944	175200k	$\frac{1}{6,2}$	6032 m/m ²	4k , 7	2200	angulares de $\frac{60 \times 60}{8}$ $\omega = 760$ m/m ²	2k , 9
II	10 , 30	25380	Idem.	Idem.	Idem.	154700	$\frac{1}{6,1}$	Idem.	4 , 2	2100	Idem. angulares de $\frac{70 \times 70}{8}$ $\omega = 920$ angulares de $\frac{70 \times 70}{8}$ $\omega = 1026$	2 , 8
IV	20 , 00	38170	Tipo n.º 1 angul. de 60x60	0,000278	0,011376	234800	$\frac{1}{6,2}$	10152	3 , 8	3100		3 , 4
VI	14 , 03	24910	Tipo n.º 2 angul. de 25x25	0,000119	0,007744	171300	$\frac{1}{6,9}$	6832	3 , 6	2450	angulares de $\frac{60 \times 60}{8}$ $\omega = 760$	3 , 2
IX	5 , 35	19890	Tipo n.º 4 angul. de 25x25	0,000022	0,005500	137600	$\frac{1}{6,9}$	4873	4 , 1	1650	Idem.	2 , 2
X	3 , 55	19580	Idem.	Idem.	Idem.	151700	$\frac{1}{7,7}$	Idem.	4 , 0	1400	Idem.	1 , 8

CUADRO NUM. 6

Elementos de las diferentes secciones del arco empotrado.

Designación de los trozos.....	Altura en el medio <i>h</i>			Ω	I	<i>x</i>	<i>y</i>	sen α	cos α	Δs	$\frac{\Delta s}{I}$	$\frac{x \Delta s}{I}$	$\frac{y \Delta s}{I}$	$\frac{x^2 \Delta s}{I}$	$\frac{y^2 \Delta s}{I}$	$\frac{xy \Delta s}{I}$	$\frac{\Delta s}{\Omega}$	$\frac{\text{sen } \alpha \Delta s}{\Omega}$	$\frac{\text{cos } \alpha \Delta s}{\Omega}$	$\frac{\text{sen } \alpha \text{ cos } \alpha \Delta s}{\Omega}$
		Espesor de platabandas.																		
		Trasdós <i>e'</i>	Intradós <i>e''</i>																	
0—1	3,90	60 m/m	60 m/m	0m²,0793	0,3006	2,43	1,90	0,609	0,793	4m,60	15,3	37	29	90	55	71	58,0	21	37	28
1—2	3,67	60	60	Idem.	0,2662	6,14	4,66	0,583	0,812	$\Sigma^1_A =$	15,3	37	29	90	55	71	58,0	21	37	28
										$\Sigma^2_A =$	32,6	143	110	742	431	566	116,0	41	75	56
2—3	3,47	48	48	0,0673	0,1996	9,68	7,12	0,557	0,830	4m,04	20,2	196	144	1893	1024	1392	60,0	19	41	28
3—4	3,31	48	48	Idem.	0,1815	13,08	9,32	0,530	0,848	$\Sigma^3_A =$	52,8	339	254	2635	1455	1958	176,0	60	116	84
										$\Sigma^4_A =$	75,0	629	461	6433	3383	4664	236,0	77	159	111
4—5	3,13	36	48	0,0613	0,1451	16,48	17,37	0,502	0,865	3m,95	27,2	448	309	7387	3516	5097	64,4	16	48	28
5—6	2,97	36	36	0,0553	0,1180	19,90	13,28	0,471	0,882	$\Sigma^5_A =$	102,2	1077	770	13820	6899	9761	300,4	93	207	139
										$\Sigma^6_A =$	33,5	667	445	13287	5908	8853	71,4	16	56	30
6—7	2,85	36	36	0,0493	0,1028	23,14	15,14	0,441	0,897	3m,25	135,7	1774	1215	27207	12807	18614	371,8	109	263	169
7—8	2,75	24	24	0,0433	0,0772	26,05	16,32	0,412	0,911	3m,25	38,4	889	581	20562	8802	13453	65,9	13	53	26
8—9	2,65	24	24	Idem.	0,0715	29,03	17,60	0,382	0,924	$\Sigma^8_A =$	42,4	1097	687	28569	11213	17898	75,1	13	62	28
										$\Sigma^9_A =$	216,2	3730	2483	76338	32822	49965	512,8	135	378	223
9—10	2,55	24	24	Idem.	0,0661	31,98	18,76	0,350	0,937	3m,16	44,2	1283	778	37249	13691	22583	73,0	11	62	26
10—11	2,45	24	24	Idem.	0,0608	34,90	19,80	0,317	0,948	$\Sigma^{10}_A =$	47,8	1529	897	48836	16822	28677	73,0	9	64	24
										$\Sigma^{11}_A =$	308,2	6542	4158	162473	63335	101225	658,8	155	504	273
11—12	2,35	24	24	Idem.	0,0558	37,86	20,73	0,283	0,959	3m,09	50,8	1773	1006	61875	19912	35105	71,4	7	64	22
12—13	2,27	24	36	0,0493	0,0591	40,81	21,68	0,248	0,969	$\Sigma^{12}_A =$	55,4	2097	1148	79409	23798	43479	71,4	5	66	19
										$\Sigma^{13}_A =$	414,4	10412	6312	303757	107045	179809	801,6	167	634	314
13—14	2,20	36	36	0,0553	0,0641	43,77	22,24	0,212	0,977	3m,04	51,4	2097	1114	85604	24160	45476	61,7	4	58	15
14—15	2,12	36	36	Idem.	0,0594	46,71	22,82	0,175	0,985	$\Sigma^{14}_A =$	47,4	2075	1054	90809	23445	46141	55,0	2	53	13
										$\Sigma^{15}_A =$	513,2	14584	8480	480170	154650	271426	918,3	173	745	342
15—16	2,08	36	24	0,0493	0,0495	49,62	23,28	0,137	0,991	3m,00	50,5	2359	1152	110182	26298	53832	54,2	2	52	9
16—17	2,04	36	24	Idem.	0,0475	52,67	23,63	0,098	0,995	$\Sigma^{16}_A =$	60,6	3007	1411	149206	32848	70003	60,8	1	60	8
										$\Sigma^{17}_A =$	624,3	19950	11043	739558	213796	395261	1033,3	176	857	359
17—18	2,04	36	24	Idem.	0,0461	55,55	23,87	0,059	0,998	2m,98	62,7	3296	1482	173278	35010	77874	60,5	1	60	6
18—19	2,00	36	24	Idem.	0,0456	58,52	23,98	0,010	0,999	$\Sigma^{18}_A =$	64,6	3589	1542	199343	36808	85657	60,5	0	60	4
										$\Sigma^{19}_A =$	251,6	26835	14067	1112179	285614	558802	1154,3	177	977	369
OBSERVACIÓN. Al dibujar los detalles de los arcos, hemos aumentado algo los espesores de las platabandas de intradós, en los bastidores 0—1, 1—2, 2—3 que tienen valores para <i>e''</i> de 73m/m, 73 y 60 en lugar de los 60, 60 y 48m/m indicados en este cuadro, que hemos creído innecesario corregir, dada la escasa influencia de la variación.										$\Sigma^S_A =$	64,9	3798	1556	222256	37320	91076	60,1	0	60	1
										$\Sigma^S_A =$	816,5	30633	15623	1334435	322934	649878	1214,4	177	1037	370
										$\frac{\Sigma^S_A}{I} =$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$
										$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$
										$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$
										$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$
										$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$
										$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$
										$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$
										$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$
										$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$
										$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$
										$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$
										$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$
										$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$
										$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$
										$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$
										$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$
										$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$
										$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$
										$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$
										$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$
										$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	$\frac{\Sigma^S_A}{I}$	



CUADRO NUM. 7

Cálculo de los elementos de las líneas de influencia de las reacciones del apoyo izquierdo del arco empotrado.

Posición de la carga $P = 1 \text{ k.}$ — Número de los mon- tantes.		Abscisa de la carga λ	d_1	d_2	d_3	μ_A	Q_A	R_A
Semiarco izquierdo.	0	0,60				0	0	1,00000
	1	4,26				— 3,990	+ 0,009	0,99860
	2	7,98				— 6,860	0,037	0,99443
	3	11,38				— 8,962	0,080	0,98783
	4	14,77				— 10,535	0,138	0,97830
	5	18,23				— 11,611	0,212	0,96536
	6	21,69				— 12,130	0,300	0,94864
	8	27,55				— 11,664	0,478	0,91032
	10	33,42				— 9,665	0,677	0,85831
	12	39,33				— 6,545	0,876	0,79301
Semiarco derecho.	14	45,25				— 2,857	1,051	0,71684
	16	51,08				+ 0,798	1,184	0,63463
	18	57,04				+ 4,089	1,256	0,54532
	18'	62,96	243948	418312	16036	+ 6,567	1,256	0,45468
	16'	68,92	169174	279312	11930	8,034	1,184	0,6537
	14'	74,75	112636	179583	8638	8,414	1,051	0,28316
	12'	80,67	68756	105579	5886	7,946	0,876	0,20699
	10'	86,58	38008	56005	3758	6,752	0,677	0,14169
	8'	92,45	18665	26288	2226	5,124	0,478	0,08968
	6'	98,31	2908	10511	1199	3,397	0,300	0,05136
Semiarco derecho.	5'	101,77	4415	5720	786	2,462	0,212	0,03464
	4'	105,23	2256	2780	479	1,631	0,138	0,02170
	3'	108,62	1017	1163	262	0,957	0,080	0,01217
	2'	112,02	368	358	117	0,452	0,037	0,00557
	1'	115,74	80	47	28	0,109	0,009	0,00134
	0'	119,40	0	0	0	0	0	0

CUADRO NUM. 8

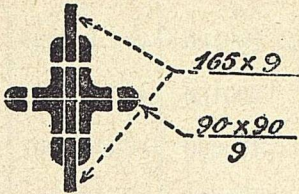
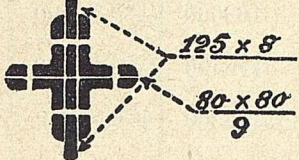
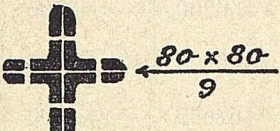
Cuadro de las reacciones del apoyo izquierdo bajo la acción de la carga permanente.

DESIGNACION de las cargas.	Cargas P	ORDENADAS DE LAS LÍNEAS DE INFLUENCIA		Momentos parciales. $P \begin{pmatrix} m'_A + m''_A \end{pmatrix}$	Empujes parciales. Pq_A	
		$m'_A + m''_A$	q_A			
Cargas transmitidas por las palizadas...	Palizada V	14240 ^k	- 6,10+0,45= - 5,65	+0,026	- 80456	+ 370 ^k
	VI	11290	-10,20+1,46= - 8,74	0,125	- 98675	1411
	VII	10470	-12,05+3,21= - 8,84	0, 28	- 92555	2932
	VIII	9300	-11,75+4,98= - 6,77	0, 46	- 62961	4278
	IX	9150	- 9,77+6,65= - 3,12	0, 66	- 21548	6039
	X	9030	- 6,71+7,90= + 1,19	0, 86	+ 10746	7766
	XI	8940	- 3,00+8,41= + 5,41	1, 05	+ 48365	9387
	XII	8940	+ 0,78+8,05= + 8,83	1, 18	+ 78910	10549
	XIII	8900	+ 4,07+6,58= +10,65	1, 25	+ 91785	11125
Peso propio del arco....	Montante 0	5000	0	0	0	0
	1	5100	- 3,99+0,11= - 3,88	0,009	- 19788	46
	2	4400	- 6,86+0,45= - 6,41	0,037	- 28204	163
	2	3800	- 8,96+0,96= - 8,00	0, 08	- 30400	304
	4	3600	-10,54+1,64= - 8,90	0, 14	- 32040	504
	5	3200	-11,61+2,46= - 9,15	0, 21	- 29280	674
	6	4000	-12,13+3,40= - 8,73	0, 30	- 34920	1200
	8	4000	-11,66+5,12= - 6,54	0, 48	- 26160	1920
	10	4000	- 9,67+6,75= - 2,92	0, 68	- 11680	2720
	12	4000	- 6,54+7,95= + 1,41	0, 88	+ 5640	3520
	14	4300	- 2,86+8,41= + 5,55	1, 05	+ 23865	4515
	16	3900	+ 0,80+8,03= + 8,83	1, 18	+ 34437	46020
	18	3900	+ 4,09+6,57= +10,66	1, 26	+ 41574	4914
		143460 ^k			-236315	78937





FUNDACIÓN
JUANELO
TURRIANO

				DIAGONALES			
$\frac{v'}{I}$	$\frac{v''}{I}$	Secciones (descontando agujeros robtones) Ω	$\frac{1}{\Omega}$	PERFILES (Todos los agujeros de robtones son de 23 m/m).	Secciones (descontando agujeros) ω_d	$\text{sen } \beta$	$\frac{\omega_d \text{ sen } \beta}{1}$
6,99	6,15	m ² 0,071610	13,96		m ² 0,007890	0,64	198,0
7,38	6,36	0,076300	13,11	Idem.	Idem.	0,62	204,4
9,76	8,31	0,064952	15,40		0,006240	0,65	246,5
10,35	10,35	0,059504	16,81	Idem.	Idem.	0,62	258,5
13,42	11,05	0,054056	18,50	Idem.	Idem.	0,61	262,7
14,33	14,33	0,048608	20,57	Idem.	Idem.	0,59	271,6
15,56	15,30	0,043160	23,17		0,004608	0,65	333,9
20,56	20,56	0,037712	26,52	Idem.	Idem.	0,64	339,1
21,38	21,38	Idem.	Id.	Idem.	Idem.	0,63	334,5
22,27	22,27	Idem.	Id.	Idem.	Idem.	0,62	350,0
23,24	23,24	Idem.	Id.	Idem.	Idem.	0,61	355,8
24,29	24,29	Idem.	Id.	Idem.	Idem.	0,59	367,8
25,44	25,44	Idem.	Id.	Idem.	Idem.	0,59	367,8
26,74	20,19	0,043160	23,17	Idem.	Idem.	0,57	380,7
27,78	20,78	0,048608	20,57	Idem.	Idem.	0,56	387,5
28,70	27,64	0,043160	23,17	Idem.	Idem.	0,55	394,6
29,04	28,07	Idem.	Id.	Idem.	Idem.	0,55	394,6
29,64	28,82	Idem.	Id.	Idem.	Idem.	0,54	401,9
29,88	29,14	Idem.	Id.	Idem.	Idem.	0,54	401,9
29,88	29,14	Idem.	Id.	Idem.	Idem.		

Secciones	Z	$\mu = Q_A Z$	N	T	$\frac{v'}{I}$	$\frac{v''}{I}$	$\frac{1}{Q}$
0	^m — 1,43	— 225800	^k + 209700	^k + 10700	6,99	6 15	13,1
1	— 1,00	— 157900	206100	+ 13100	7,38	6,36	13,1
2	— 0 65	— 102600	195000	+ 4500	9,76	8,31	15,4
3	— 0,46	— 72600	192600	+ 7500	10,35	10,35	16,8
4	— 0,25	— 39500	184600	+ 900	13,42	11,05	18,3
5	— 0,15	— 23700	183000	+ 4500	14,33	14,33	20,57
6	— 0,02	— 3200	176400	— 1700	19 56	15,30	23,17
7	0	0	176500	+ 3800	20,56	20,56	26,52
8	+ 0,10	+ 15800	171000	— 2600	21,38	21,38	ídem.
9	0,05	7900	171000	+ 3100	22,27	22,27	ídem.
10	0,18	28400	166200	— 3500	23,24	23,24	ídem.
11	0,15	23700	166200	+ 2500	24,29	24,29	ídem.
12	0,25	39500	162600	— 4200	25,44	25,44	ídem.
13	0,22	34700	162700	+ 1800	25,74	20,19	23,17
14	0,29	45800	159900	— 5000	20,78	20,78	20,57
15	0,25	39500	160000	+ 1000	21,70	27,64	23,17
16	0,31	49000	158300	— 5800	22,04	28,07	ídem.
17	0,25	39500	158400	+ 400	22,64	28,82	ídem.
18	0,32	50500	157700	— 6200	22,88	29,14	ídem.
19	0,26	42600	157874	0	22,88	29,14	ídem.



UM, 10.

las cabezas y diagonales del arco empotrado.

$$Q_A = 157874^k)$$

$\frac{v''}{I \times 10^6}$	$\frac{v''}{I \times 10^6}$	$\frac{N}{Q \times 10^5}$	CABEZAS		DIAGONALES	
			Trasdós R'	Intradós R''	$\frac{l}{\omega_d \sin \beta}$	$R_d = \frac{T}{\omega_d \sin \beta}$
^k	^k	^k	^k	^k		^k
1,58	— 1,39	+ 2,93	+ 1,35	+ 4,32	198,0	+ 2,12
1,17	— 1,00	2,12	0,95	3,12	204,4	+ 2,68
1,00	— 0,85	3,00	2,00	3,85	246,5	+ 1,11
0,75	— 0,75	3,24	2 49	3,99	258,5	+ 1,94
0,53	— 0,44	3,42	2,89	3,86	262,7	+ 0,23
0,34	— 0,34	3,76	3,42	4,10	277,6	+ 1,22
0,06	— 0,06	4,09	4,03	4,15	333,5	— 0,57
0	0	4,68	4,68	4,68	339,1	+ 1,29
+ 0,34	+ 0,34	4,53	4,87	4,19	334,5	— 0,87
0,18	0,18	4,53	4,71	4,35	350,0	+ 1,09
0,66	0,66	4,41	5,07	3,75	355,8	— 1,25
0,58	0,58	4,41	4,99	3,86	367,8	+ 0,92
1,00	1,00	4,31	5,31	3,31	367,8	— 1,55
0,89	0,70	3,77	4,66	3,07	380,7	+ 0,69
0,94	0,94	3,29	4,23	2,35	387,5	— 1,94
0,85	1,09	3,71	4,56	2,62	394,6	+ 0,39
1,08	1,37	3,67	4,75	2,30	394,6	— 2,29
0,89	1,14	3,67	4,56	2,53	401,9	+ 0,16
1,15	1,47	3,65	4,80	2,18	401,9	— 2,49
0,97	1,24	3,68	4,65	2,44		



CUADRO NÚM. 11.

Momentos flectores, compresiones longitudinales y esfuerzos cortantes producidos en el arco empotrado por la sobrecarga estática de 300k por m.²

Palizadas.	Cargas transmitidas por las palizadas sobre cada arco P	REACCIONES DEL APOYO IZQUIERDO				Punto de paso á la izquierda $Z_A = \frac{P_A}{Q_A}$
		Momento de empotramiento $M_A = m_A P$	Empujes horizontales $Q_A = q_A P$	Reacciones verticales $R_A = R_P$		
				kilogramos	kilogramos	
V	$\frac{10 + 7}{2} \times 900 = 7650$	$- 6,10 \times 7650 = - 46665$	$+ 0,026 \times 7650 = + 199$	$+ 0,996 \times 7650 = + 7620$	— 233,32	
VI	$\frac{7 + 7}{2} \times 900 = 6300$	$- 10,20 \times 600 = - 61260$	$+ 0,125 \times 6300 = + 788$	$+ 0,981 \times 6300 = + 6180$	— 81,54	
VII	$\frac{7 + 6}{2} \times 900 = 5850$	$- 12,05 \times 5850 = - 70492$	$+ 0,28 \times 5850 = + 1638$	$+ 0,952 \times 5850 = + 4940$	— 43,04	
VIII	$\frac{6 + 6}{2} \times 900 = 5400$	$- 11,75 \times 5400 = - 63450$	$+ 0,46 \times 5400 = + 2486$	$+ 0,914 \times 5400 = + 4940$	— 25,51	
IX	Idem = 5400	$- 9,77 \times 5400 = - 52758$	$+ 0,66 \times \text{id.} = + 3564$	$+ 0,863 \times \text{id.} = + 4304$	— 14,80	
X	Idem = 5400	$- 6,71 \times \text{id.} = - 36234$	$+ 0,86 \times \text{id.} = + 4614$	$+ 0,797 \times \text{id.} = + 4304$	— 7,80	
XI	Idem = 5400	$- 3,00 \times \text{id.} = - 16200$	$+ 1,05 \times \text{id.} = + 5678$	$+ 0,720 \times \text{id.} = + 3888$	— 2,86	
XII	Idem = 5400	$+ 0,78 \times \text{id.} = + 4212$	$+ 1,18 \times \text{id.} = + 6370$	$+ 0,636 \times \text{id.} = + 3434$	— 0,66	
XIII	Idem = 5400	$+ 4,07 \times \text{id.} = + 21978$	$+ 1,25 \times \text{id.} = + 6750$	$+ 0,546 \times \text{id.} = + 2950$	— 3,26	
XIII'	5400	$+ 6,58 \times \text{id.} = + 35552$	+	$5400 \times 2950 = + 2450$	— 5,26	
XII'	5400	$+ 8,05 \times \text{id.} = + 43470$	$+ 6750$	$5400 - 3134 = + 1966$	— 6,82	
XI'	5400	$+ 8,41 \times \text{id.} = + 45444$	5670	$5400 - 3888 = + 1512$	— 8,01	
X'	5400	$+ 7,90 \times \text{id.} = + 42660$	4644	$5400 - 4304 = + 1095$	— 9,19	
IX'	5400	$+ 6,65 \times \text{id.} = + 35916$	3564	$5400 - 4660 = + 740$	— 10,08	
VIII'	5400	$+ 4,98 \times \text{id.} = + 26892$	2486	$5400 - 4940 = + 460$	— 10,82	
VII'	5850	$+ 3,21 \times \text{id.} = + 18779$	1638	$5850 - 5569 = + 281$	— 11,46	
VI'	6300	$+ 1,46 \times \text{id.} = + 9198$	788	$6300 - 6180 = + 120$	— 12,46	
V'	7650	$+ 0,46 \times \text{id.} = + 3519$	199	$7650 - 7620 = + 30$	— 17,68	



*Trabajo del metal en las secciones de las cabezas de traspas
actuando por medio de cada una*

PALIZADAS	SECCIONES DE LA C								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
V	k -0,227	k -0,048	+0,055	+0,053	+0,062	+0,059	+0,070	+0,066	+0,066
VI	-0,364	-0,142	-0,128	0,064	0,199	0,186	0,214	0,196	0,196
VII	-0,409	-0,331	-0,280	-0,139	0,009	0,231	0,480	0,444	0,444
VIII	-0,361	-0,308	-0,309	-0,210	-0,135	0,031	0,263	0,510	0,510
IX	-0,281	-0,256	-0,276	-0,208	-0,193	-0,065	0,074	0,267	0,267
X	-0,164	-0,163	-0,197	-0,161	-0,169	-0,096	-0,039	0,098	0,098
XI	-0,023	-0,048	-0,084	-0,080	-0,130	-0,089	-0,094	-0,012	-0,012
XII	+0,122	+0,078	0,048	+0,029	-0,037	-0,029	-0,069	-0,040	-0,040
XIII	0,241	0,184	0,160	0,119	+0,052	0,033	-0,027	-0,034	-0,034
XIII'	0,332	0,265	0,251	0,199	-0,130	0,096	+0,025	-0,010	-0,010
XII'	0,378	0,309	0,306	0,245	-0,188	0,128	0,069	+0,020	-0,010
XI'	0,381	0,316	0,317	0,259	-0,204	0,156	0,087	0,031	-0,010
X'	0,349	0,293	0,299	0,250	-0,230	0,174	0,121	0,067	+0,010
IX'	0,288	0,248	0,254	0,212	-0,188	0,150	0,114	0,068	0,010
VIII'	0,214	0,183	0,190	0,160	-0,144	0,115	0,091	0,055	0,010
VII'	0,147	0,127	0,132	0,113	-0,504	0,083	0,069	0,044	0,010
VI'	0,076	0,066	0,070	0,060	-0,057	0,047	0,041	0,028	0,015
V'	0,026	0,023	0,018	0,025	-0,027	0,026	0,028	0,026	0,023
Compresiones máximas. .	+2,554	+2,092	+2,110	+1,788	+1,597	+1,515	+1,746	+1,918	+2,088
Tensiones má- ximas.	+1,829	-1,296	-1,274	-0,798	+0,664	-0,279	-0,229	-0,096	-0,201



arco empotrado, por efecto de la sobrecarga estática de 300^k porm²,
 y palizadas (kilogramos por m²/m²).

BEZA DE TRASDÓS DEL ARCO

9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
+0,057	+0,053	+0,048	+0,043	+0,036	+0,025	+0,022	+0,019	+0,017	+0,014	+0,011
-0,152	0,132	0,109	0,087	0,061	0,033	0,019	0,005	-0,008	-0,020	-0,027
-0,352	0,305	0,259	0,212	0,156	0,092	0,059	0,029	0	-0,027	-0,046
-0,572	0,500	0,428	0,358	0,271	0,162	0,113	0,066	+0,022	-0,017	-0,053
-0,683	0,829	0,723	0,620	0,489	0,310	0,236	0,165	+0,095	+0,030	-0,022
-0,386	0,572	0,784	0,950	0,772	0,506	0,410	0,307	+0,209	+0,119	+0,049
-0,157	0,281	0,367	0,601	0,766	0,745	0,613	0,489	+0,364	+0,239	+0,037
-0,031	0,095	0,147	0,299	0,406	0,466	0,656	0,788	+0,639	+0,489	+0,356
-0,053	-0,034	0,007	0,055	0,131	0,210	0,348	0,473	+0,636	+0,793	+0,635
-0,084	-0,102	-0,099	-0,076	-0,047	0,038	0,126	0,217	+0,340	+0,477	+0,635
-0,091	-0,130	-0,157	-0,163	-0,166	-0,081	-0,024	0,044	+0,132	+0,236	+0,356
-0,097	-0,149	-0,188	-0,217	-0,241	-0,152	-0,131	-0,090	-0,030	+0,045	+0,137
-0,053	-0,103	-0,144	-0,178	-0,206	-0,153	-0,133	-0,107	-0,073	-0,022	+0,049
-0,036	-0,079	0,120	-0,153	-0,179	-0,138	-0,134	-0,121	-0,100	-0,068	-0,022
-0,025	-0,060	-0,091	-0,119	-0,144	-0,114	-0,115	-0,111	-0,101	-0,082	-0,053
-0,010	-0,036	0,057	-0,079	-0,096	-0,078	-0,080	-0,079	-0,073	-0,062	-0,046
-0,001	-0,012	-0,024	-0,035	-0,052	-0,038	-0,046	-0,041	-0,039	-0,035	-0,025
+0,020	+0,018	+0,015	+0,014	+0,001	+0,008	+0,009	+0,009	+0,009	+0,010	+0,011
-2,410	+2,785	+2,887	+2,885	+3,089	+2,595	+2,611	+2,611	+2,463	+2,452	+2,376
-0,449	-0,705	-0,880	-1,080	-1,131	-0,764	-0,657	-0,548	-0,424	-0,333	-0,292

*Trabajo del metal en las secciones de las cabezas de intrados
actuando por medio de cada una*

PALIZADAS	SECCIONES DE LA C								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
V	+0,328	+0,156	+0,010	-0,049	-0,045	-0,053	-0,049	-0,053	-0,053
VI	+0,437	+0,315	+0,227	+0,072	-0,144	-0,160	-0,141	-0,162	-0,162
VII	+0,484	+0,399	+0,366	+0,287	+0,137	-0,161	-0,321	-0,372	-0,372
VIII	+0,450	+0,387	+0,402	+0,370	+0,270	+0,159	-0,020	-0,278	-0,278
IX	+0,397	+0,358	+0,394	+0,394	+0,343	+0,287	+0,162	+0,009	-0,009
X	+0,310	+0,293	+0,345	+0,371	+0,348	+0,350	+0,282	+0,222	+0,222
XI	+0,200	+0,209	+0,268	+0,312	+0,339	+0,371	+0,355	+0,372	+0,372
XII	+0,079	+0,108	+0,164	+0,211	+0,275	+0,327	+0,353	+0,424	+0,424
XIII	-0,025	+0,016	+0,069	+0,125	+0,203	+0,269	+0,326	+0,424	+0,424
XIII'	-0,113	-0,061	-0,016	+0,037	+0,130	+0,196	+0,276	+0,390	+0,390
XII'	-0,169	-0,114	-0,079	-0,029	+0,064	+0,128	+0,218	+0,330	+0,330
XI'	-0,194	-0,138	-0,112	-0,071	+0,021	+0,078	+0,170	+0,275	+0,275
X'	-0,194	-0,147	-0,192	-0,100	-0,037	+0,016	+0,098	+0,181	+0,181
IX'	-0,170	-0,134	-0,120	-0,098	-0,038	-0,006	+0,057	+0,120	+0,120
VIII'	-0,130	-0,102	-0,095	-0,082	-0,038	-0,017	+0,029	+0,075	+0,075
VII'	-0,091	-0,072	-0,070	-0,061	-0,033	-0,019	+0,012	+0,040	+0,040
VI'	-0,048	-0,040	-0,039	-0,036	-0,021	-0,015	0	+0,012	+0,012
V	-0,019	-0,017	-0,018	-0,019	-0,017	-0,018	-0,015	-0,016	-0,016
Compresiones máximas. .	+2,685	+2,242	+2,245	+2,179	+2,130	+2,181	+2,338	+2,874	+3,888
Tensiones má- ximas.....	-1,153	-0,826	-0,678	-0,545	-0,373	-0,349	-0,546	-0,886	-1,350



empotrado, por efecto de la sobrecarga estática de 300^k por m^2 ,
 y las alizadas (kilogramo por m/m^2).

BEZA DE INTRADÓS DEL ARCO

9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
-0,047	-0,043	-0,038	-0,033	-0,021	-0,017	-0,018	-0,014	-0,010	-0,006	-0,003
-0,116	-0,094	-0,071	-0,049	-0,017	-0,003	-0,017	+0,034	+0,051	+0,066	+0,073
-0,276	-0,229	-0,181	-0,132	-0,060	-0,028	-0,009	+0,047	+0,084	+0,120	+0,146
-0,458	-0,384	-0,310	-0,238	-0,116	-0,066	-0,016	+0,043	+0,102	+0,151	+0,200
-0,415	-0,663	-0,555	-0,448	-0,248	-0,172	-0,121	-0,028	-0,063	+0,151	+0,236
-0,074	-0,264	-0,480	-0,728	-0,429	-0,326	-0,188	-0,154	-0,030	+0,092	+0,183
-0,199	+0,073	-0,123	-0,257	-0,335	-0,527	-0,497	-0,334	-0,170	-0,009	+0,123
-0,349	+0,285	+0,231	+0,075	-0,030	-0,182	-0,476	-0,633	-0,488	-0,290	-0,117
-0,443	+0,421	+0,381	+0,323	+0,197	+0,036	-0,068	-0,230	-0,441	-0,660	-0,454
-0,466	+0,484	+0,481	+0,452	+0,314	+0,254	+0,213	+0,092	-0,067	-0,246	-0,454
-0,443	+0,484	+0,511	+0,517	+0,405	+0,355	+0,378	+0,290	+0,175	+0,038	-0,117
-0,407	+0,459	+0,500	+0,529	+0,431	+0,404	+0,474	+0,422	+0,343	+0,245	+0,123
-0,303	+0,355	+0,396	+0,432	+0,360	+0,349	+0,419	+0,386	+0,345	+0,273	+0,183
-0,226	+0,271	+0,312	+0,345	+0,296	+0,292	+0,362	+0,345	+0,318	+0,275	+0,236
-0,157	+0,192	+0,225	+0,253	+0,218	+0,218	+0,281	+0,275	+0,261	+0,237	+0,200
-0,096	+0,122	+0,143	+0,167	+0,143	+0,146	+0,189	+0,187	+0,180	+0,140	+0,147
-0,041	+0,054	+0,066	+0,077	+0,061	+0,070	+0,092	+0,091	+0,091	+0,086	+0,073
-0,010	-0,008	-0,005	-0,008	0	0	0	0	0	+0,001	+0,009
-3,130	+3,203	+3,246	+3,174	+2,455	+2,174	+2,434	+2,214	+2,013	+1,874	+1,922
-1,396	-1,658	-1,763	-1,885	-1,256	-1,321	-1,484	-1,443	-1,206	-1,212	-1,148



*Esfuerzos cortantes y trabajo del metal en las diagonales del metal
actuando por medio de cada una de las p*

PALIZADAS	NÚMEROS						
	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7
V	+ 5850	+ 6000	— 140	— 130	— 130	— 120	— 110
VI	4360	4480	+ 4620	4760	— 510	— 500	— 490
VII	3350	3500	3640	3780	+ 3920	+ 4060	+ 4200
VIII	2340	2489	2640	2790	2940	3100	+ 3240
IX	1440	1610	1800	1970	2950	2340	2530
X	500	690	890	1090	1280	1560	1750
XI	— 480	— 270	— 40	180	400	640	880
XII	— 1260	— 1040	— 810	— 590	— 360	— 110	— 110
XIII	— 1870	— 1660	— 1420	— 1200	— 960	— 710	— 460
XIII'	— 2280	— 2060	— 1850	— 1620	— 1400	— 1150	— 900
XII'	— 2420	— 2220	— 2020	— 1820	— 1620	— 1400	— 1170
XI'	— 2340	— 2170	— 2000	— 1820	— 1640	— 1420	— 1200
X	— 2020	— 1890	— 1740	— 1610	— 1460	— 1310	— 1140
IX'	— 1640	— 1540	— 1420	— 1320	— 1220	— 1100	— 970
VIII'	— 1150	— 1110	— 1040	— 980	— 900	— 820	— 740
VII'	— 800	— 750	— 700	— 660	— 610	— 560	— 510
VI'	— 400	— 380	— 360	— 330	— 310	290	— 270
V'	— 100	— 100	— 90	— 80	— 80	20	— 10
Esfuerzos cortantes positivos..	+ 17840	+ 18760	+ 13590	+ 14570	+ 10690	+ 11640	+ 5300
Esfuerzos cortantes negativos..	— 16800	— 15190	— 13630	— 12160	— 11200	— 9560	— 9000
Valores de $\frac{l}{\omega_d \sin \beta}$	198,0	204,4	246,5	258,5	262,7	271,6	339,9
Compresiones máximas por m/m^2	+ 3,532	+ 3,835	+ 3,350	+ 3,766	+ 2,808	+ 3,162	+ 2,532
Tensiones máximas por $m/m^2 a$..	— 3,326	— 3,105	— 3,360	— 3,143	— 2,942	— 2,597	— 3,405



comparado, por efecto de la sobrecarga estática de 300^k por m²,
las palizadas (kilogramos por m/m²).

DE LOS MONTANTES

7-8	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19
k	k	k	k	k	k	k	k	k	k	k	k
110	110	100	90	90	80	70	70	60	50	50	40
440	430	400	380	360	330	300	270	250	220	180	160
960	920	860	810	760	700	660	600	530	480	400	350
340	1420	1340	1270	1200	1100	1020	940	840	760	660	560
2700	+ 2860	+ 3020	- 1890	- 1790	- 1670	- 1560	- 1420	- 1280	- 1160	- 1020	- 880
1920	2100	2300	+ 2500	+ 2700	- 2300	- 2140	- 1980	- 1800	- 1650	- 1460	- 1280
1100	1320	1540	1780	2000	+ 2240	+ 2480	- 2600	- 2360	- 2180	- 1980	- 1740
390	620	860	1120	1360	1600	1880	+ 2140	+ 2420	- 2720	- 2480	- 2220
200	40	280	540	800	1060	1330	1600	1880	+ 2140	+ 2400	- 2720
660	- 430	- 190	60	310	580	820	1100	1400	1640	1900	+ 2180
940	- 730	- 500	- 280	- 60	200	440	700	960	1200	1460	1700
1060	- 870	- 670	- 470	- 260	- 60	170	390	620	840	1070	1290
1000	- 840	- 680	- 520	- 360	- 180	- 0	180	380	540	730	920
860	- 740	- 620	- 500	- 370	- 240	- 110	50	180	320	460	600
650	- 570	- 480	- 400	- 320	- 220	- 130	- 40	70	160	260	360
450	- 400	- 340	- 280	- 230	- 170	- 110	- 50	20	80	150	220
240	- 210	- 180	- 160	- 130	- 100	- 70	- 40	- 10	20	50	90
60	- 50	- 50	- 40	- 30	- 20	- 20	- 10	0	10	10	20
9500	+ 6940	+ 8000	+ 6000	+ 7170	+ 5680	+ 7120	+ 6160	+ 7930	+ 6950	+ 8490	+ 7380
7630	- 7720	- 6410	- 7090	- 5960	- 7170	- 6150	- 8020	- 7150	+ 9220	- 8230	+ 9950
339,1	334,5	350,0	355,8	367,8	367,8	380,7	387,5	394,6	394,6	401,9	401,9
+ 3,225	+ 2,321	+ 2,800	+ 2,135	+ 2,637	+ 2,089	+ 2,711	+ 2,387	+ 3,129	+ 2,742	+ 3,412	+ 2,966
- 2,587	- 2,582	- 2,244	- 2,522	- 2,192	- 2,647	- 2,357	- 3,108	- 2,813	- 3,638	- 3,307	- 3,999

CUADRO NUM. 15

Cargas transmitidas al arco empotrado por las palizadas en las cinco hipótesis de sobrecarga máxima.

Palizadas.	Primer caso.	Segundo caso.	Tercer caso.	Cuarto caso.	Quinto caso.
V	^k 10100	0	0	10100	10100
VI	3200	0	0	3200	3200
VII	8500	0	+ 150	8500	8350
VIII	4500	0	— 600	4500	5100
IX	3700	0	+ 3000	3700	700
X	9400	0	9400	9400	0
XI	900	0	900	900	0
XII	8800	0	8800	8800	0
XIII	5000	700	5700	5700	0
XIII'	700	5000	5700	5700	0
XII'	0	8800	8800	8800	0
XI'	0	900	900	900	9
X'	0	9400	9400	9400	0
IX'	0	3700	3000	3700	700
VIII'	0	4500	— 600	4500	5100
VII'	0	8500	+ 150	8500	8350
VI'	0	3200	0	3200	3200
V'	0	10100	0	10100	10100



CUA

Reacciones y elementos para la construcción de los polígonos de las presas

Palizadas.	m_A	q_A	r_A	PRIMER CASO			
				P	μ_A	Q_A	R
V	— 6,10	+ 0,026	+ 0,996	10100	— 61600	+ 263	+ 1
VI	— 10,20	+ 0,125	+ 0,981	3200	— 32640	+ 400	+
VII	— 12,05	+ 0,028	+ 0,952	8500	+ 102425	+ 2380	+
VIII	— 11,75	+ 0,46	+ 0,914	4500	— 52875	+ 2070	+
IX	— 9,77	+ 0,66	+ 0,863	3700	— 36149	+ 2442	+
X	— 6,70	+ 0,86	+ 0,797	9400	— 63074	+ 8084	+
XI	— 3,00	+ 1,05	+ 0,720	900	— 2700	+ 945	+
XII	+ 0,78	+ 1,18	+ 0,636	8800	+ 6864	+ 10384	+
XIII	+ 4,07	+ 1,28	+ 0,546	5000	+ 20350	+ 6400	+
XIII'	+ 6,58	+ 1,28	+ 0,454	700	+ 4606	+ 896	+
XII'	+ 8,05	+ 1,18	+ 0,366	0	0	0	
XI'	+ 8,41	+ 1,05	+ 0,280	0	0		
X'	+ 7,90	+ 0,86	+ 0,203	0	0		
IX'	+ 6,65	+ 0,66	+ 0,137	0	0		
VIII'	+ 4,98	+ 0,46	+ 0,086	0	0		
VII'	+ 3,21	+ 0,28	+ 0,048	0	0		
VI	+ 1,46	+ 0,125	+ 0,019	0	0		
V	+ 0,46	+ 0,026	+ 0,004	0	0		



M. 16.
 polígonos auxiliares de los tres primeros casos de sobrecarga dinámica.

SEGUNDO CASO				TERCER CASO			
P	μ_A	Q_A	R_A	P	μ_A	Q_A	R_A
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	+ 150	- 1808	+ 42	+ 143
0	0	0	0	- 600	+ 7050	- 276	- 548
0	0	0	0	+ 3000	- 29310	+ 1980	+ 2589
0	0	0	0	+ 9400	- 63074	+ 8084	+ 7492
0	0	0	0	+ 900	- 2700	+ 945	+ 648
0	0	0	0	+ 8800	+ 6864	+ 10384	+ 5597
700	+ 2849	+ 896	+ 382	+ 5700	+ 23178	+ 7296	+ 3112
5000	+ 32900	+ 6400	+ 2270	+ 5700	+ 37506	+ 7296	+ 2588
8800	+ 70840	+ 10384	+ 3203	+ 8800	+ 70840	+ 10384	+ 3203
900	+ 7569	+ 945	+ 252	+ 900	+ 7569	+ 945	+ 252
9400	+ 74260	+ 8084	+ 1908	+ 9400	+ 74260	+ 8084	+ 1908
3700	+ 24605	+ 2442	+ 507	+ 3000	+ 24605	+ 1984	+ 441
4500	+ 22410	+ 2070	+ 387	- 600	- 2988	- 276	- 52
8500	+ 27285	+ 2380	+ 408	+ 150	+ 482	+ 42	+ 7
3200	+ 4672	+ 400	+ 61	0	0	0	0
10100	+ 4646	+ 263	+ 40	0	0	0	0

CUADRO
Esfuerzos y trabajos producidos en el arco empotrado
Semi-arco izquierdo

Secciones.	Z	$\mu = Q_A Z$	N	T	$\frac{v'}{I}$	$\frac{v''}{I}$	$\frac{I}{Q}$
0	m — 9,00	— 308300	k 55100	+ k 14300	6,99	6,15	13,8
1	— 6,95	— 238100	54600	+ 16000	7,38	6,36	13,1
2	— 4,95	— 169600	48200	+ 9400	9,76	8,31	15,4
3	— 3,75	— 128400	48000	+ 11000	10,35	10,35	16,8
4	— 2,42	— 82900	46000	+ 9800	13,42	11,05	18,5
5	— 1,25	— 42800	45600	+ 11400	14,33	14,33	20,5
6	0	0	41200	+ 5400	19,56	15,30	22,7
7	+ 0,52	+ 17800	41100	+ 6700	20,56	20,56	26,2
8	+ 1,20	+ 41100	39100	+ 3900	21,38	21,38	idem.
9	+ 1,60	+ 54800	38900	+ 5200	22,27	22,27	idem.
10	+ 2,06	+ 70600	37500	+ 3000	23,27	23,27	idem.
11	+ 2,43	+ 83300	37300	+ 4400	24,29	24,29	idem.
12	+ 2,80	+ 95900	34600	— 3200	25,44	21,44	idem.
13	+ 2,58	+ 88400	34700	— 3000	25,74	20,19	23,7
14	+ 2,40	+ 82200	34700	— 1600	20,78	20,78	20,7
15	+ 2,35	+ 80500	34700	— 400	21,70	27,64	23,7
16	+ 2,35	+ 80500	33600	— 7700	22,04	28,07	idem.
17	+ 1,72	+ 58900	33800	6400	22,64	28,82	idem.
18	+ 1,20	+ 41100	33900	10100	22,88	29,14	idem.
19	+ 0,37	+ 12700	34264		22,88	29,14	idem.



por la primera hipótesis de sobrecarga dinámica.

cargado, $Q_A=34264^k$

$\frac{v'\mu}{I \times 10^6}$	$\frac{v''\mu}{I \times 10^6}$	$\frac{N}{\Omega \times 10^6}$	CABEZAS		DIAGONALES	
			Trasdós R'	Intradós R''	$\frac{1}{\omega \operatorname{sen} \beta}$	R_d
$\frac{k}{-2,15}$	$\frac{k}{-1,90}$	$\frac{k}{+0,77}$	$\frac{k}{--1,38}$	$\frac{k}{+2,67}$	198,0	$\frac{k}{+2,83}$
$\frac{k}{-1,76}$	$\frac{k}{-1,51}$	$\frac{k}{+0,72}$	$\frac{k}{-1,04}$	$\frac{k}{+2,23}$	204,4	$\frac{k}{+3,27}$
$\frac{k}{-1,66}$	$\frac{k}{-1,41}$	$\frac{k}{+0,74}$	$\frac{k}{-0,92}$	$\frac{k}{+2,15}$	246,5	$\frac{k}{+2,32}$
$\frac{k}{-1,33}$	$\frac{k}{-1,33}$	$\frac{k}{+0,81}$	$\frac{k}{-0,52}$	$\frac{k}{+2,14}$	258,5	$\frac{k}{+2,84}$
$\frac{k}{-1,11}$	$\frac{k}{-0,92}$	$\frac{k}{+0,85}$	$\frac{k}{-0,26}$	$\frac{k}{+1,77}$	352,7	$\frac{k}{+2,57}$
$\frac{k}{-0,61}$	$\frac{k}{-0,61}$	$\frac{k}{+0,96}$	$\frac{k}{+0,33}$	$\frac{k}{+1,55}$	271,6	$\frac{k}{+3,10}$
$\frac{k}{-0}$	$\frac{k}{0}$	$\frac{k}{+0,91}$	$\frac{k}{+0,91}$	$\frac{k}{+0,91}$	333,9	$\frac{k}{+1,80}$
$\frac{k}{+0,37}$	$\frac{k}{+0,37}$	$\frac{k}{+1,09}$	$\frac{k}{+1,46}$	$\frac{k}{+0,72}$	339,1	$\frac{k}{+2,27}$
$\frac{k}{+0,88}$	$\frac{k}{+0,88}$	$\frac{k}{+1,04}$	$\frac{k}{+1,92}$	$\frac{k}{+0,76}$	334,5	$\frac{k}{+1,30}$
$\frac{k}{+1,22}$	$\frac{k}{+1,22}$	$\frac{k}{+1,03}$	$\frac{k}{+2,25}$	$\frac{k}{-0,19}$	350,0	$\frac{k}{+1,82}$
$\frac{k}{+1,64}$	$\frac{k}{+1,64}$	$\frac{k}{+0,99}$	$\frac{k}{+2,63}$	$\frac{k}{-0,65}$	355,8	$\frac{k}{+1,07}$
$\frac{k}{+2,02}$	$\frac{k}{+2,02}$	$\frac{k}{+0,99}$	$\frac{k}{+3,01}$	$\frac{k}{-1,03}$	367,8	$\frac{k}{+1,62}$
$\frac{k}{+2,44}$	$\frac{k}{+2,44}$	$\frac{k}{+0,92}$	$\frac{k}{+3,36}$	$\frac{k}{-1,52}$	367,8	$\frac{k}{+1,18}$
$\frac{k}{+2,28}$	$\frac{k}{+1,78}$	$\frac{k}{+0,80}$	$\frac{k}{+3,08}$	$\frac{k}{-0,98}$	380,7	$\frac{k}{+1,14}$
$\frac{k}{+4,71}$	$\frac{k}{+1,71}$	$\frac{k}{+0,31}$	$\frac{k}{+2,42}$	$\frac{k}{-1,00}$	387,5	$\frac{k}{+0,62}$
$\frac{k}{+1,75}$	$\frac{k}{+2,23}$	$\frac{k}{+0,80}$	$\frac{k}{+2,55}$	$\frac{k}{-1,43}$	394,6	$\frac{k}{+0,16}$
$\frac{k}{+1,77}$	$\frac{k}{+2,26}$	$\frac{k}{+0,78}$	$\frac{k}{+2,55}$	$\frac{k}{-1,48}$	394,6	$\frac{k}{+3,04}$
$\frac{k}{+1,33}$	$\frac{k}{+1,70}$	$\frac{k}{+0,78}$	$\frac{k}{+2,11}$	$\frac{k}{-0,92}$	407,9	$\frac{k}{+2,57}$
$\frac{k}{+0,94}$	$\frac{k}{+1,20}$	$\frac{k}{+0,79}$	$\frac{k}{+4,73}$	$\frac{k}{-0,41}$	401,9	$\frac{k}{+4,06}$
$\frac{k}{+0,29}$	$\frac{k}{+0,37}$	$\frac{k}{+0,79}$	$\frac{k}{+1,08}$	$\frac{k}{-0,42}$		

CUADRO NÚM. 18

Esfuerzos y trabajos producidos en el arco empotrado por la segunda hipótesis de sobrecarga dinámica.

Semiarco derecho cargado: $Q_A = 34264^k$.

(Los valores de $\frac{v'}{I}$ y $\frac{v''}{I}$ y de $\frac{1}{\omega \sin \beta}$ son iguales á los del cuadro anterior.)

Secciones.	Z	$\mu = Q_A Z$	N	T	$\frac{v' \mu}{I \times 10^6}$	$\frac{v'' \mu}{I \times 10^6}$	N $\Omega \times 10^6$	CABEZAS		Diagonales R_{α}
								R'	R''	
0	m	+	k	k	k	k	k	+	+	k
1	7,70	263800	32800	14000	1,84	1,62	0,46	2,30	1,16	2,77
2	5,80	198700	33200	12900	1,47	1,26	0,44	1,91	0,82	2,64
3	4,20	143900	33600	11900	1,40	1,20	0,52	1,92	0,68	2,93
4	2,80	95900	34000	10700	0,99	0,99	0,57	1,56	0,42	2,77
5	1,65	56500	34300	9700	0,76	0,62	0,63	1,39	0,01	2,55
6	0,60	20600	34600	8400	0,30	0,30	0,71	1,01	0,41	2,28
7	0,30	10300	34900	7200	0,20	0,16	0,77	0,57	0,93	2,40
8	0,98	33600	35100	6100	0,69	0,69	0,93	0,24	1,62	2,07
9	1,50	51400	35300	5000	1,10	1,10	0,94	0,16	2,04	1,67
10	1,85	63400	35400	3800	1,41	1,41	0,94	0,47	2,35	1,33
11	2,18	74700	35500	2500	1,74	1,74	0,94	0,80	2,68	0,89
12	2,32	79500	35600	1300	1,93	1,93	0,94	0,99	2,87	0,48
13	2,35	80500	35600	0	2,05	2,05	0,94	1,11	2,99	0
14	2,32	79500	35500	1300	2,04	1,61	0,82	1,22	2,43	0,49
15	2,15	73500	35500	2600	1,52	1,53	0,73	0,80	2,26	1,01
16	1,85	69400	35400	4000	1,38	1,75	0,82	0,56	2,57	1,58
17	1,45	49700	35200	5300	1,10	1,40	0,82	0,28	2,22	2,09
18	1,00	34300	35000	0700	0,78	0,99	0,81	0,03	1,80	2,69
19	0,32	11000	34600	7300	0,25	0,32	0,80	0,55	1,12	2,93
	0,37	12700	34264		0,29	0,37	0,79	1,08	0,42	

CUADRO NUM. 19.

Esfuerzos y trabajos producidos en el arco empotrado por la tercera hipótesis de sobrecarga dinámica.

Parte central cargada: $Q_A = 56910^k$.

(Los valores de $\frac{v'}{I}$, $\frac{v''}{I}$ y $\frac{1}{\omega \text{ sen } \beta}$ son iguales á los del cuadro anterior.)

Secciones.	Z	$\mu = Q_A Z$	N	T	$\frac{v'\mu}{I \times 10^6}$	$\frac{v''\mu}{I \times 10^6}$	N $\Omega \times 10^6$	CABEZAS		Diagonales R_d
								R'	R''	
0	m	+ 142300	k + 61800	k 13800	k + 0,99	k + 0,88	k + 0,86	k + 1,85	k + 0,02	k 2,73
1	+ 2,50	+ 82500	+ 62000	- 11900	+ 0,61	+ 0,52	+ 0,81	+ 1,42	- 0,29	- 2,43
2	+ 1,45	+ 31300	62500	- 9900	+ 0,31	+ 0,96	0,96	1,27	+ 0,70	- 2,44
3	+ 0,55	- 5700	62700	- 7900	- 0,06	- 0,06	1,05	0,99	- 1,11	- 2,04
4	- 0,10	- 33000	62900	- 5900	- 0,44	- 0,36	1,16	0,72	+ 1,52	- 1,55
5	- 0,58	- 51200	63100	- 3700	- 0,73	- 0,73	1,30	0,57	+ 2,03	- 1,00
6	- 0,90	- 62600	63100	- 1700	- 1,22	- 0,96	1,40	0,58	+ 2,36	- 0,57
7	- 1,10	- 66600	63100	400	- 1,37	- 1,37	1,67	0,30	+ 3,04	+ 0,14
8	- 1,17	- 59800	63300	300	- 1,28	- 1,28	1,67	0,39	- 2,95	+ 1,00
9	- 1,05	- 47200	63200	5100	- 1,05	- 1,05	1,67	0,62	- 2,72	+ 1,79
10	- 0,83	- 31300	61900	4500	- 0,73	- 0,73	1,64	0,91	- 2,37	+ 1,60
11	- 0,55	- 10200	61800	6600	- 0,25	- 0,28	1,64	0,39	- 1,89	+ 2,42
12	- 0,18	- 12500	58900	200	+ 0,32	+ 0,32	1,56	0,88	- 1,24	- 0,07
13	+ 0,22	+ 12500	58900	2000	+ 0,32	+ 0,26	1,35	1,67	+ 1,09	+ 0,76
14	+ 0,33	+ 18800	58600	3300	+ 0,39	- 0,39	1,21	1,60	+ 0,82	+ 1,28
15	+ 0,60	+ 34100	58500	5600	+ 0,74	- 0,94	1,36	2,10	+ 0,42	+ 2,21
16	+ 0,90	+ 51200	57200	1000	+ 1,13	+ 1,44	1,33	2,46	- 0,11	+ 0,39
17	+ 0,88	+ 50100	57200	1300	+ 1,12	+ 1,44	1,33	2,46	- 0,11	+ 0,52
18	+ 1,00	+ 56900	56900	2200	+ 1,30	+ 1,66	1,32	2,62	- 0,34	+ 0,88
19	+ 0,94	+ 53500	56910	-	+ 1,22	+ 1,56	1,32	2,54	- 0,24	-



CUADRO NUM. 20

Trabajos ejercidos en el arco empotrado por la cuarta y quinta hipótesis de sobrecarga dinámica.

Secciones.	CUARTO CASO DE SOBRECARGA CARGA COMPLETA			QUINTO CASO DE SOBRECARGA EXTREMOS CARGADOS		
	CABEZAS		Diagonales R_d	CABEZAS		Diagonales R_d
	Trasdós R'	Intradós R''		Trasdós R'	Intradós R''	
	k	k	k	k	k	k
0	+ 0,92	+ 1,51	+ 0,06	- 0,93	+ 1,53	+ 2,79
1	0,87	1,41	+ 0,63	- 0,55	+ 1,12	+ 3,06
2	1,00	1,47	- 0,61	- 0,27	+ 0,77	+ 1,83
3	1,04	1,72	+ 0,07	+ 0,05	+ 0,61	+ 2,11
4	1,13	1,78	+ 0,02	+ 0,41	+ 0,26	+ 1,57
5	1,34	1,96	+ 0,82	+ 0,77	- 0,07	+ 1,82
6	1,48	1,87	- 0,60	+ 1,30	- 0,52	- 0,03
7	1,70	2,34	+ 0,20	+ 1,40	- 0,70	+ 0,06
8	1,76	2,80	- 0,37	+ 1,37	- 0,15	- 1,37
9	1,78	2,16	+ 0,49	+ 1,16	- 0,56	- 1,30
10	1,83	2,03	+ 0,18	+ 0,92	- 0,34	- 1,42
11	2,02	1,84	+ 1,14	+ 1,69	- 0,05	- 1,28
12	2,25	1,47	- 1,18	+ 0,37	+ 1,23	- 1,11
13	1,86	1,45	- 0,65	+ 0,19	+ 0,36	- 1,41
14	1,62	1,26	+ 0,39	+ 0,02	+ 0,44	- 0,89
15	1,99	1,14	+ 0,42	- 0,11	+ 0,72	- 1,79
16	2,27	5,74	- 0,95	- 0,19	+ 0,85	- 0,56
17	2,14	0,88	+ 0,12	- 0,32	+ 0,99	- 0,40
18	2,28	0,71	- 1,13	- 0,34	+ 1,05	- 0,25
19	2,16	0,84		- 0,38	+ 1,08	



Secciones.	Z	$\mu = Q_A Z$	N	T	$\frac{V'}{I}$	$\frac{V''}{I}$	$\frac{1}{Q}$
0	^m + 18,65	+ 273400	^k + 11500	^k — 9100	6,99	6,15	13,9
1	+ 15,84	232200	11800	— 8800	7,38	6,36	13,1
2	+ 13,17	193100	12100	— 8400	9,76	8,31	15,4
3	+ 10,89	159600	12300	— 8000	10,35	10,35	16,8
4	+ 8,77	128500	12600	— 7600	13,42	11,05	18,5
5	+ 6,76	99100	12800	— 7200	14,33	14,33	20,5
6	+ 4,91	72000	13100	— 6700	19,56	15,30	23,1
7	+ 3,48	51000	13300	— 6300	20,56	20,56	26,5
8	+ 2,15	31000	13500	— 5800	21,38	21,38	Idem.
9	+ 0,94	13800	13700	— 5400	22,27	22,27	Idem.
10	— 0,16	— 2300	13800	— 4900	23,24	23,24	Idem.
11	— 1,16	— 16900	14000	— 4400	24,29	24,29	Idem.
12	— 2,02	— 29600	14200	— 3900	25,44	25,44	Idem.
13	— 2,78	— 40800	14300	— 3400	25,74	20,19	23,1
14	— 3,42	— 50100	14400	— 2800	20,78	20,78	20,5
15	— 3,94	— 57800	14500	— 2300	21,70	27,64	23,1
16	— 4,34	— 63600	14600	— 1700	22,04	28,07	Idem.
17	— 4,63	— 67900	14600	— 1200	22,64	28,82	Idem.
18	— 4,81	— 70500	14600	— 600	22,88	29,14	Idem.
19	— 4,87	— 71400	14665		22,88	29,14	Idem.

temperatura de 30° en el arco empotrado.
= + 14665^k.

	$\frac{V''_{\mu}}{I \times 10^4}$	$\frac{N}{\Omega \times 10^6}$	CABEZAS		DIAGONALES	
			Trasdós R'	Intradós R''	$\frac{1}{\omega \text{ sen } \beta}$	R _d
+1,91	+ 1,68	+ 0,16	+ 2,07	— 1,52	198,0	— 1,80
+1,71	+ 1,48	0,15	+ 1,86	— 1,33	204,4	— 1,80
+1,88	+ 1,60	0,19	+ 2,00	— 1,41	246,5	— 2,07
+1,65	+ 1,65	0,21	+ 1,86	— 1,44	258,5	— 2,07
+1,72	+ 1,42	0,23	+ 1,95	— 1,19	262,7	— 2,00
+1,42	+ 1,42	0,26	+ 1,68	— 1,16	271,6	— 1,96
+1,41	+ 1,10	0,30	+ 1,71	— 0,80	333,9	— 2,23
+1,05	+ 1,05	0,35	+ 1,40	— 0,70	339,1	— 2,14
+0,67	+ 0,67	0,35	+ 1,02	— 0,32	334,5	— 1,94
+0,31	+ 0,31	0,36	+ 0,67	+ 0,05	350,0	— 1,89
+0,05	— 0,05	0,37	+ 0,32	+ 0,42	355,8	— 1,74
+0,41	— 0,41	0,37	— 0,04	+ 0,78	367,8	— 1,62
+0,75	— 0,75	0,38	— 0,37	+ 1,13	367,8	— 1,43
+1,05	— 0,82	0,33	— 0,72	+ 1,15	380,7	— 1,29
+1,04	— 1,04	0,30	— 0,74	+ 1,34	387,5	— 1,09
+1,25	— 1,60	0,34	— 0,91	+ 1,94	394,6	— 0,91
+1,40	— 1,79	0,34	— 1,06	+ 2,13	394,6	— 0,67
+1,54	— 1,96	0,34	— 1,20	+ 2,30	401,9	— 0,48
+1,61	— 2,05	0,34	— 1,27	+ 2,39	401,9	— 0,24
+1,63	— 2,05	0,34	— 1,29	+ 2,39		

CUADRO NUM. 22

Cargas del viento de 270^k por m² sobre el tablero superior, sobre las palizadas y sobre el arco empotrado.

		COORDENADAS DEL PUNTO DE APLICACIÓN		
		Fuerzas horizontales	Altura del punto de aplicación encima de la cuerda del arco	Distancia horizontal del punto de aplicación al origen A
		P	Y	X
		k	m	m
Cargas del viento de 270 ^k sobre el tablero aplicadas en los planos de las palizadas números.	XIII	2270	26,64	57,00
	XII	2270	Idem.	51,00
	XI	2270	Idem.	45,00
	X	2280	Idem.	39,00
	IX	2280	Idem.	33,00
	VIII	2250	Idem.	27,00
	VII	2500	Idem.	21,00
	VI	2590	Idem.	14,00
	V	3110	Idem.	7,00
		k	m	m
Cargas del viento de 270 ^k sobre las palizadas números.....	XIII	210	25,37	57,00
	XII	200	25,19	51,00
	XI	300	24,70	45,00
	X	450	24,02	39,00
	IX	640	23,13	33,00
	VIII	1280	22,00	27,00
	VII	1720	20,65	21,00
	VI	3060	18,79	14,00
	V	4950	16,63	7,00
		k	m	m
Cargas del viento de 270 ^k sobre los arcos empotrados en los montantes números.....	18	3370	23,94	57,04
	16	3380	23,47	51,08
	14	3500	22,55	45,25
	12	3530	21,15	29,33
	10	3660	19,29	33,42
	8	3770	16,98	27,55
	6	3140	14,22	21,69
	5	2390	12,37	18,23
	4	2470	10,36	14,77
	3	2540	8,24	11,38
	2	2800	5,96	7,98
	1	3180	3,29	4,36
	0	780	0,48	0,60



CUADRO NUM. 23

Cálculo de los valores de los momentos de flexión y torsión en los montantes del arco empotrado, producidos por el viento de 270° por m².

$$m'_f = -\cos \alpha \sum_v P (X - x) \sin \alpha \sum_v P (Y - y) \quad m'_t = -\sin \alpha \sum_v P (X - x) + \cos \alpha \sum_v P (Y - y).$$

Número de las secciones.....	x	y	cos α	sen α	Cargas del viento P situadas a la izquierda de las secciones. — Esfuerzo cortante t.	Y	X	Σ P Y	y Σ P	Σ P (Y — y)	Σ P X	x Σ P	Σ P (X — x)	cos α Σ P (Y — y)	sen α Σ P (Y — y)	cos α Σ P (X — x)	sen α Σ P (X — x)	MOMENTOS en los extremos de los trozos.		Números de los trozos.	MOMENTOS en el medio de los trozos.							
																		m' f	m' t		m' f	m' t						
19	m			0	0			0		0	0		0	0	0	0												
18	60,00 57,01	24,00 23,94	1,000 0,999	0 0,039	0 0			0 0		0 0	0 0		0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	18-18	0	0						
17	54,06	23,76	0,997	0,079	k 3370 210 2270	m 23,94 25,37 26,64	57,04 57,00 57,00	80680 5330 60470	139000	+	7480	192220 11970 129390	316250	+	17330	7460	590	17280	1370	—	17870	+	6090	16-18	—	17900	+	6100
16	51,08	23,47	0,993	0,118	5850 0			146480 0	137300	+	9180	333580 0	298820	+	31760	9120	1080	34520	4100	—	34600	+	5020					
15	48,16	23,07	0,988	0,153	5850 3380 200 2270	23,47 25,19 26,64	51,08 51,00 51,00	146480 79330 5040 60470	269920	+	21400	333580 172650 10200 115770	563470	+	68730	21140	3270	67900	10520	—	71170	+	10620	14-16	—	71300	+	10600
14	45,25	22,55	0,981	0,193	11700 0			291320 0	263840	+	27480	632200 0	529420	+	102780	26960	5300	100830	19840	—	106130	+	7120					
13	42,29	21,91	0,973	0,230	11700 3500 300 2270	22,55 24,70 26,64	45,25 45,00 45,00	291320 78930 7410 60470	389340	+	48790	632200 158370 14500 102150	751490	+	154730	47470	11220	150550	35590	—	161770	+	11820	12-14	—	161800	+	11900
12	39,33	21,15	0,964	0,266	17770 0			438130 0	375840	+	62290	906220 0	698890	+	207330	60050	16570	199870	55150	—	216440	+	4900					
11	36,38	20,29	0,954	0,300	17770 3530 450 2280	21,15 24,02 26,64	39,33 39,00 39,00	438130 74660 10810 60740	487570	+	96770	906220 138830 17550 88920	874210	+	277310	92320	29030	264550	83200	—	293580	+	9120	10-12	—	293600	+	9100
10	33,42	19,29	0,943	0,334	24030 0			584340 0	463540	+	120800	1151520 0	803080	+	348440	113920	40350	328580	116380	—	368930	—	2480					
9	30,49	18,19	0,931	0,366	24030 3660 640 2280	19,29 23,13 26,64	33,42 33,00 33,00	584340 70600 14800 60710	556800	+	173680	1151520 122320 21120 75240	933300	+	436900	161700	63570	406750	159900	—	470320	+	1800	8-10	—	470300	+	1800
8	27,55	16,98	0,918	0,397	30610 0			730480 0	519760	+	210720	1370200 0	813310	+	526890	193440	83660	483690	209180	—	567350	—	15740					
7	24,62	15,65	0,904	0,427	30610 3770 1280 2250	16,98 22,00 26,64	27,55 27,00 27,00	730480 64010 28160 59140	593290	+	289300	1370200 103360 34560 30750	933340	+	636030	261530	123530	574970	271580	—	698500	+	10050	6-8	—	693500	—	10100
6	21,69	14,22	0,890	0,455	37910 0			882590 0	539080	+	343510	1569370 0	822270	+	747100	305720	156300	664920	339930	—	821220	—	34210					
5	18,23	12,37	0,874	0,487	37910 3140 1720 2500	14,22 20,65 26,64	21,69 21,00 21,00	882590 44650 35520 66600	559990	+	469370	1569370 68110 36120 52500	825270	+	900830	410230	228580	787300	438700	—	1015880	—	28470	5-6	—	918500	—	31300
4	14,77	10,36	0,856	0,516	45270 2390	12,37	18,23	1029360 29560	493760	+	565160	1726100 43570	703940	+	1065730	483780	291620	912240	549920	—	1203860	—	66140	4-5	—	1109900	—	47300
3	11,38	8,24	0,839	0,544	47660 3470 3060 2590	10,36 18,79 26,64	14,77 14,00 14,00	1058920 25590 57500 69900	459630	+	751380	1769670 36480 42840 36260	634780	+	1250470	630410	408750	1049170	680260	—	1457920	—	49850	3-4	—	1330900	—	58300
2	7,98	5,96	0,821	0,570	55780 2540	8,24	11,34	1211010 20930	347590	+	884350	1885250 28900	465390	+	1448860	726050	504080	1189430	825790	—	1693510	—	99740	2-3	—	1575700	—	74800
1	4,26	3,29	0,803	0,596	58320 2800 4950 3110	5,96 16,63 26,64	7,78 7,00 7,00	1231940 16690 82320 82850	227600	+	1186200	1914150 22340 34650 21770	294710	+	1698200	952520	706970	1363650	1012130	—	2070620	—	69610	1-2	—	1882100	—	79700
0	0,60	0,48	0,784	0,621	69180 3180	3,20	4,26	1413800 10460	34730	+	1389530	1992910 13550	43420	+	1963040	1089390	862880	1539020	1219020	—	2401900	—	120630	0-1	—	2236400	—	94600
					72360			1424260																				

Cálculo del momento flector en la clau

Trozos.	MOMENTOS en el medio de los trozos.		Δs	sen α	cos α	Separación media de los arcos l	Altura de los arcos h	l^2	h^2	Sección bruta Q
	m'_f	m'_t								
18-18'	0	0	m 5,92	0	1,000	m 5,00	2,00	25,00	4,00	0,043
16-18	— 17900	+ 6100	5,96	0,079	0,997	5,04	2,02	25,40	4,08	Idem.
14-16	— 71200	+ 10600	6,00	0,153	0,988	6,16	2,10	26,63	4,41	Idem.
12-14	— 161800	+ 11900	6,08	0,230	0,972	5,35	2,24	28,62	5,02	Idem.
10-12	— 293600	+ 9100	6,18	0,300	0,954	5,62	2,40	31,58	5,76	0,043
8-10	— 470300	+ 1800	6,32	0,366	0,931	5,96	2,60	35,52	6,76	Idem.
6-8	— 698500	— 10100	6,50	0,427	0,904	6,39	2,80	40,83	7,84	0,046
5-6	— 918500	— 31300	3,95	0,471	0,882	6,73	2,97	45,97	8,82	0,053
4-5	— 1109900	— 47300	3,95	0,502	0,865	7,10	3,13	50,41	9,80	0,061
3-4	— 1330900	— 58000	4,04	0,530	0,848	7,44	3,31	55,35	10,96	0,067
2-3	— 1575700	— 74800	4,04	0,557	0,830	7,81	3,47	61,00	12,04	0,073
1-2	— 1882100	— 79700	4,60	0,583	0,812	8,23	3,67	67,73	13,47	0,085
0-1	— 2236300	— 94600	4,60	0,609	0,793	8,68	3,97	75,34	15,21	Idem.



curva del arco empotrado (viento de 270^k).

K'	K''	$I = \frac{\Omega l^2}{2}$	$G = \frac{K' l^2 + K'' l^2}{2}$	$\frac{\Delta s \cos \alpha}{I}$	$\frac{\Delta s \operatorname{sen} \alpha}{G}$	$\frac{m'_f \Delta s \cos \alpha}{I}$	$\frac{m'_t \Delta s \operatorname{sen} \alpha}{G}$	$\frac{\Delta s \cos^2 \alpha}{I}$	$\frac{\Delta s \operatorname{sen}^2 \alpha}{G}$
0,00063	0,00090	0,6163	0,0194	9,61	0	0	0	+ 9,61	0
Idem.	Idem.	0,6261	0,0197	9,49	23,90	- 169900	+ 145800	9,46	+ 1,89
Idem.	Idem.	0,6564	0,0207	9,03	44,35	- 642900	+ 470100	8,92	6,79
Idem.	Idem.	0,7055	0,0225	8,38	62,15	- 1355900	+ 739600	8,14	14,29
Idem.	Idem.	0,6837	0,0251	8,62	73,87	- 2530800	+ 672200	8,22	22,16
Idem.	Idem.	0,7690	0,0328	7,65	81,16	- 3597800	+ 146100	7,12	29,70
Idem.	Idem.	0,9452	0,0369	6,22	84,62	- 4344700	- 854700	5,62	36,13
Idem.	Idem.	1,2710	0,0406	2,74	50,42	- 2516700	- 1578100	2,42	23,75
Idem.	Idem.	1,5451	0,0552	2,21	48,84	- 2452900	- 2310100	1,91	24,52
0,00082	Idem.	1,8625	0,0623	1,82	38,79	- 2422200	- 2249800	1,55	20,56
Idem.	0,00102	2,2356	0,0902	1,50	36,12	- 2363500	- 2701800	1,24	20,12
0,00109	0,00122	2,9056	0,0902	1,29	29,73	- 2427900	- 2369500	1,05	17,33
Idem.	Idem.	3,2321	0,1007	1,13	27,81	- 2527000	- 2630800	0,90	16,94
						-27352200	-12521000	+ 66,16	+234,18



CUADRO NÚM. 25.

ARCO EMPOTRADO — VIENTO DE 270^k

Cálculo de los momentos flectores y de torsión en las secciones correspondientes á los montantes.

$$(M_f)_c = m'_f + (M_f)_v \cos \alpha \quad (M_t)_c = m'_t + (M_f)_v \sin \alpha$$

Números de los montantes.	MOMENTOS en los montantes.		cos α	sen α	$(M_f)_v \cos \alpha$	$(M_f)_v \sin \alpha$	Momento de flexión. M_f	Momento de torsión. M_t
	m'_f	m'_t						
19	0	0	1,000	0	+ 132760	0	132760	0
18	0	0	0,999	0,039	132630	+ 5180	132630	+ 5180
17	17870	6090	0,997	0,079	132400	10490	114530	+ 16580
16	34600	5020	0,993	0,118	132000	15970	97410	+ 20690
15	71170	10620	0,988	0,153	131170	20320	60000	+ 30940
14	206130	7120	0,981	0,193	130250	25630	24120	+ 32750
13	161770	11880	0,973	0,230	129190	30530	33580	+ 42410
12	216440	4900	0,964	0,266	127980	35310	83450	+ 40210
11	293580	9120	0,954	0,300	126660	39850	166920	+ 48970
10	568930	2460	0,943	0,334	125190	44340	243740	+ 41880
9	470320	1800	0,931	0,366	123600	48590	246720	+ 50390
8	567350	15740	0,918	0,397	121870	52710	445480	+ 36970
7	699500	10050	0,904	0,427	120010	56690	578490	+ 46640
6	821220	34210	0,890	0,455	118160	59330	703060	+ 25120
5	1015880	28470	0,874	0,487	115040	64650	899840	+ 36180
4	1203860	66140	0,856	0,516	113640	69510	1090920	+ 2370
3	1457920	49850	0,839	0,544	111380	72220	1345540	+ 22370
2	1693510	99740	0,821	0,570	109000	75860	1584510	+ 24060
1	2070620	59610	0,803	0,596	106600	79130	1964020	+ 19520
0	2457200	-129630	0,784	0,621	104080	82440	2297820	+ 58720





Secciones. — Montantes.	Momento flector M_f	DISTANCIAS DE CABEZAS		SECCIONES NETAS	
		Trasdós l_t	Intradós l_i	Trasdós ω_t	Intradós ω_i
0	— 2297820	m 8,65	m 9,17	0,0331	0,0335
1	— 1964020	8,20	8,70	0,0352	0,041
2	— 1584510	7,76	8,25	0,0297	0,0332
3	— 1346540	7,38	7,85	ídem.	0,0297
4	— 1090220	7,04	7,50	0,0243	ídem.
5	— 899840	6,70	7,15	ídem.	0,0243
6	— 703060	6,42	6,84	0,0188	ídem.
7	— 578490	6,18	6,60	ídem.	0,0188
8	— 445480	5,97	6,38	ídem.	ídem.
9	— 346720	5,76	6,16	ídem.	ídem.
10	— 243740	5,59	5,97	ídem.	ídem.
11	— 166920	5,43	5,81	ídem.	ídem.
12	— 88460	5,29	5,66	ídem.	ídem.
13	— 33580	5,17	5,52	ídem.	0,0243
14	+ 24120	5,07	5,42	0,0243	ídem.
15	+ 60000	4,98	5,33	ídem.	0,0188
16	+ 97410	4,92	5,26	ídem.	ídem.
17	+ 114530	4,87	5,20	ídem.	ídem.
18	+ 132630	4,84	5,18	ídem.	ídem.
19	+ 132760	4,83	5,17	ídem.	ídem.

l_t	l_i	R'		R''	
		TRABAJO EN EL TRASDÓS		TRABAJO EN EL INTRADÓS	
		Viento de 270κ .	Viento de 150κ .	Viento de 270κ .	Viento de 150κ .
$\omega_t l_t^2 + \omega_i l_i^2$	$\omega_t l_t^2 + \omega_i l_i^2$				
		k	k	k	k
1,51	1,60	— 3,47	1,93	3,68	2,02
1,50	1,59	— 2,95	1,64	3,12	1,73
1,85	1,97	— 2,93	1,63	3,12	1,73
2,14	2,28	— 2,83	1,57	3,07	1,70
2,45	2,61	— 2,67	1,48	2,85	1,58
2,87	3,06	— 2,58	1,43	2,75	1,53
3,36	3,58	— 2,36	1,31	2,52	1,40
4,02	4,29	— 2,33	1,29	2,48	1,38
4,16	4,45	— 1,85	1,03	1,98	1,10
4,31	4,61	— 1,50	0,83	1,60	0,89
4,44	4,74	— 1,08	0,60	1,16	0,64
4,57	4,89	— 0,77	0,43	0,82	0,45
4,59	5,02	— 0,46	0,23	0,44	0,25
4,16	4,44	— 0,14	0,08	0,15	0,08
3,79	4,05	+ 0,09	0,05	0,10	0,06
4,38	4,69	+ 0,26	0,14	0,28	0,15
4,44	4,75	+ 0,43	0,24	0,46	0,26
4,49	4,79	+ 0,51	0,28	0,55	0,31
4,51	4,82	+ 0,60	0,33	0,64	0,36
4,52	4,84	+ 0,60	0,33	0,64	0,36

CUADRO NUM. 27
Trabajo del metal en las diagonales del arco empotrado por efecto del viento.

Secciones. — Montantes.	Momentos de torsión M_t	K'	G	Ancho medio l	$P_v = M_t \frac{K'}{G}$	$\frac{1}{\omega_d \text{ sen } \beta}$	R_d (arco de adelante).	
							Viento de 270 ^k	Viento de 150 ^k
							k	k
0	— 47190	0,00109	0,1007	8,91	—	198,0	—	—
1	+ 19520	Idem.	0,092	8,45	+	204,4	+	0,90
2	— 24060	0,00082	0,0623	8,00	—	246,5	—	0,41
3	+ 22370	Idem.	0,0552	7,61	+	258,5	+	0,62
4	2370	0,00063	0,0406	7,27	—	262,7	—	0,65
5	36180	Idem.	0,0369	6,92	—	271,6	—	0,07
6	25120	Idem.	0,0329	6,63	4270	533,9	—	1,16
7	46640	Idem.	Idem.	6,39	3200	339,1	—	1,07
8	36970	Idem.	0,0285	6,42	5720	334,5	—	1,94
9	50390	Idem.	Idem.	5,96	5250	350,0	—	1,76
10	41880	Idem.	0,0251	5,78	6640	355,8	—	2,32
11	41970	Idem.	Idem.	5,62	6070	355,8	—	2,16
12	40280	Idem.	0,0225	5,47	6910	367,8	—	2,54
13	42410	Idem.	Idem.	5,35	6160	367,8	—	2,41
14	32750	Idem.	0,0207	5,24	6350	380,7	—	2,27
15	30960	Idem.	Idem.	5,16	5210	387,5	—	2,42
16	20690	Idem.	0,0197	5,09	4860	394,6	—	2,02
17	16580	Idem.	Idem.	5,04	3370	394,6	—	1,92
18	5187	Idem.	0,0194	5,02	2880	401,9	—	1,32
					840	401,9	—	1,05
							—	0,34

Trabajo del metal en los arriostramientos longitudinales ó contravientos

Trozos.	Esfuerzos cortantes t	Momentos de torsión M_t	K''	G	h	Esfuerzos cortantes adicionales P_h	CONTRAVIENTOS		
							Esfuerzo cor- tante total T'	sen γ	Esfuerzo en las barras $F' = \frac{T'}{4 \text{ sen } \gamma}$
0-1	k 72360	— 47190	0,00122	0,1007	m 4,00	k — 2290	+ 33890	0,64	k 13240
1-2	69180	+ 19520	Idem.	0,0902	3,80	+ 1000	35590	0,62	14380
2-3	58320	— 24060	0,00102	0,0623	3,55	— 1400	27760	0,65	10680
3-4	55780	+ 22370	0,00090	0,0552	3,40	+ 1240	29130	0,65	11200
4-5	47660	2370	Idem.	0,0406	3,22	170	24000	0,62	9680
5-6	45270	36180		0,0369	3,05	2690	25320	0,66	10210
6-8	37910	25120		0,0328	2,90	2000	20960	0,66	15870
8-10	30610	36970		0,0285	2,70	3150	18460	0,66	13980
10-12	24030	41880		0,0251	2,50	3750	15760	0,63	12510
12-14	17770	40210		0,0225	2,50	3700	12590	0,62	10150
14-16	11700	32750		0,0207	2,15	3060	8910	0,61	7300
16-18	5850	20690		0,0197	2,07	1960	4890	0,60	4080
18-18'	0	5180		0,0194	2,00	480	480	0,60	400



...ntos del arco empotrado por efecto del viento de 270^k por m²

S DE TRASDÓS			CONTRAVIENTOS DE INTRADÓS					
PERFILES un roblón de 23 m/m en cada angular).	ω'_c	R'_c	Esfuerzo cortante total T'''	$\text{sen } \gamma$	Esfuerzo en las barras $F' = \frac{T''}{4 \text{ sen } \gamma}$	PERFILES (un roblón de 23 m/m en cada angular).	ω''_c	R''_c
ang. de $\frac{100 \times 100}{10}$	0,001670	k 7,93	k 38470	0,68	k 14140	ang. de $\frac{100 \times 100}{10}$	0,001670	k 8,47
Idem.	Idem.	8,59	33590	0,66	12720	Idem.	Idem.	7,62
Idem. $\frac{90 \times 90}{9}$	0,001332	8,02	30560	0,69	11070	Idem. $\frac{90 \times 90}{9}$	0,001332	8,31
Idem. $\frac{80 \times 80}{9}$	0,001152	8,41	26650	0,68	9650	Idem. $\frac{80 \times 80}{9}$	0,001152	8,37
Idem.	Idem.	8,40	23660	0,67	8830	Idem.	Idem.	7,66
Idem.	Idem.	8,86	19950	0,65	7670	Idem.	Idem.	6,66
					$\frac{T''}{2 \text{ sen } \gamma}$			
ang. de $\frac{90 \times 90}{9}$	0,002664	7,06	16960	0,70	12110	2 ang. de $\frac{80 \times 08}{9}$	0,002304	5,25
ang. de $\frac{80 \times 80}{9}$	0,002304	6,07	12150	0,68	8930	Idem.	Idem.	3,88
Idem.	Idem.	5,42	8270	0,67	6170	Idem.	Idem.	2,68
Idem.	Idem.	4,41	5190	0,66	3930	Idem.	Idem.	1,70
Idem.	Idem.	3,17	2790	0,65	2150	Idem.	Idem.	0,93
Idem.	Idem.	1,77	970	0,64	760	Idem.	Idem.	0,33
Idem.	Idem.	0,17	—480	0,63	390	Idem.	Idem.	0,17

Trabajo total del metal.—Cabeza

(Los trabajos máximos)

Secciones.	Carga permanente.	Variación de temperatura	ACCIÓN DEL VIENTO D E		Sobrecarga estática ó de 300 ^k por m ²		SOBRECARGAS	
			270 ^k por m ²	150 ^k por m ²	Compresión.	Extensión.	primer caso.	segundo caso.
	k	k	k	k	k	k	k	k
0	+ 1,35	± 2,07	± 3,47	± 1,93	+ 2,55	— 1,83	— 1,38	+ 2,00
1	0,95	1,86	2,95	1,64	+ 2,09	— 1,30	— 1,04	+ 1,91
2	2,00	2,00	2,93	1,63	+ 2,11	— 1,27	— 0,92	+ 1,92
3	2,49	1,86	2,83	1,57	+ 1,70	— 0,80	— 0,52	+ 1,70
4	2,89	1,95	2,67	1,48	+ 1,60	— 0,66	— 0,26	+ 1,60
5	3,42	1,68	2,58	1,43	+ 1,51	— 0,28	+ 0,33	+ 1,01
6	4,03	1,71	2,36	1,31	+ 1,75	— 0,23	+ 0,91	+ 0,57
7	4,68	1,40	2,33	1,29	+ 1,92	— 0,10	+ 1,46	+ 0,21
8	4,87	1,02	1,85	1,03	+ 2,09	— 0,20	+ 1,92	— 0,16
9	4,71	0,67	1,50	0,83	+ 2,41	— 0,45	+ 2,25	— 0,42
10	5,07	0,32	1,08	0,60	+ 2,79	— 0,71	+ 2,63	— 0,80
11	4,99	0,04	0,77	0,43	+ 2,89	— 0,88	+ 3,01	— 0,99
12	5,31	0,37	0,42	0,23	+ 2,89	— 1,08	+ 3,36	— 1,11
13	4,66	0,72	0,14	0,08	+ 3,09	— 1,13	+ 3,08	— 1,22
14	4,23	0,74	0,09	0,05	+ 2,60	— 0,76	+ 2,42	— 0,80
15	4,56	0,91	0,26	0,14	+ 2,61	— 0,66	+ 2,55	— 0,50
16	4,75	1,06	0,43	0,24	+ 2,61	— 0,55	+ 2,55	— 0,28
17	4,56	1,20	0,51	0,28	+ 2,46	— 0,42	+ 2,11	+ 0,03
18	4,80	1,27	0,60	0,33	+ 2,45	— 0,33	+ 1,73	+ 0,50
19	4,65	1,29	0,60	0,33	+ 2,38	— 0,29	+ 1,08	+ 0,08



de traslós del arco empotrado.
parciales están subrayados.)

ESTADÍSTICAS O DINÁMICAS			TRABAJO TOTAL MÁXIMO		TRABAJO TOTAL máximo negativo.	
			1.ª hipótesis. Carga permanente + temperatura + viento de 270 k	2.ª hipótesis. Carga permanente + temperatura + viento de 150 k + sobrecarga.	1.ª hipótesis.	2.ª hipótesis.
caso.	caso.	caso.	k	k	k	k
1,81	+ 0,92	— 0,93	+ 6,89	+ 7,90	— 4,19	— 4,48
1,42	0,87	— 0,55	5,76	6,54		
1,27	1,00	— 0,27	6,93	7,74		
0,99	1,04	+ 0,05	7,18	7,71		
0,72	1,13	+ 0,41	7,51	7,92		
0,57	1,34	+ 0,77	7,68	8,04		
0,18	1,48	+ 1,30	8,10	8,80		
0,30	1,70	+ 1,40	8,41	9,29		
0,39	1,76	+ 1,37	7,74	9,01		
0,62	1,78	+ 1,16	6,88	8,62		
0,91	1,83	+ 0,92	6,47	8,78		
0,39	2,02	+ 1,69	5,80	8,47		
1,88	2,25	+ 0,37	6,10	9,27		
1,67	1,86	+ 0,19	5,52	8,55		
1,60	1,62	+ 0,02	5,06	7,62		
2,10	1,99	— 0,11	5,73	8,22		
2,46	2,27	— 0,19	6,24	8,66		
2,46	2,14	— 0,32	6,27	8,50		
2,62	2,28	— 0,34	6,67	9,02		
2,54	2,16	— 0,38	6,54	8,81		

Trabajo total del metal.—Cable

(Los trabajos parciales)

Secciones.	Carga permanente.	Variación de temperatura	VIENTO DE		SOBRECARGA estática de 300κ.		SOBRECARGA	
			270k	150k	Compresión.	Extensión.	Primer caso.	Segundo caso.
	k	k	k	k	k	k	k	k
0	+ 4,32	± 1,52	± 3,68	± 2,02	+ 2,69	- 1,15	+ 2,67	- 1,10
1	3,12	1,33	3,12	1,73	+ 2,24	- 0,83	+ 2,23	- 0,82
2	3,85	1,41	3,12	1,73	+ 2,25	- 0,68	+ 2,15	- 0,68
3	3,99	1,44	3,07	1,70	+ 2,18	- 0,55	+ 2,14	- 0,52
4	3,86	1,19	2,85	1,58	+ 2,13	- 0,37	+ 1,77	+ 0,01
5	4,10	1,16	2,75	1,53	+ 2,18	- 0,35	+ 1,55	+ 0,41
6	4,15	0,80	2,52	1,40	+ 2,34	- 0,55	+ 0,91	+ 0,43
7	4,68	0,70	2,48	1,38	+ 2,87	- 9,89	+ 0,72	+ 1,02
8	4,19	0,32	1,98	1,10	+ 3,04	- 1,25	+ 0,76	+ 2,04
9	4,35	0,05	1,60	0,89	+ 3,13	- 0,40	- 0,19	+ 2,35
10	3,75	0,42	1,16	0,64	+ 3,20	- 1,69	- 0,65	+ 2,68
11	3,86	0,78	0,82	0,45	+ 3,25	- 1,76	- 1,03	+ 2,87
12	3,31	1,13	0,44	0,25	+ 3,17	- 1,89	- 1,52	+ 2,99
13	3,07	1,15	0,15	0,08	+ 2,45	- 1,26	- 0,98	+ 2,43
14	2,32	1,31	0,10	0,06	+ 2 17	- 1,32	- 1,00	+ 2,28
15	2,62	1,94	0,28	0,15	+ 2,43	- 1,48	- 1,43	+ 2,57
16	2,30	2,13	0,46	0,26	+ 2,21	- 1,44	- 1,48	+ 2,22
17	2,53	2,30	0,55	0,31	+ 2,01	- 1,21	- 0,92	+ 1,80
18	2,18	2,39	0,64	0,36	+ 1,87	- 1,21	- 0,41	+ 1,12
19	2,44	2,39	0,64	0,36	+ 1,92	- 1,15	+ 0,42	+ 0,42



Entrados del arco empotrado.

Los últimos están subrayados.)

CARGAS Ó DINÁMICAS			TRABAJO TOTAL MÁXIMO		TRABAJO TOTAL positivo.	
Tercer caso.	Cuarto caso.	Quinto caso.	1.ª hipótesis. — Carga permanente + temperatura + viento de 270 k.	2.ª hipótesis. — Carga permanente + temperatura + viento de 150 k + sobrecarga.	1.ª hipótesis.	2.ª hipótesis.
k	k	k	k	k	k	k
+0,02	+1,51	+1,53	+ 9,52	+ 10,55	— 0,88	— 0,38
+0,29	1,41	+1,12	7,57	8,42		
+0,70	1,47	+0,77	8,38	9,24		
+1,11	1,72	+0,61	8,50	9,31		
+1,52	1,78	+0,26	7,90	8,76		
+2,03	1,96	— 0,07	8,01	8,97		
+2,36	1,84	— 0,52	7,47	8,71		
+3,04	2,34	— 0,70	7,86	9,80		
+2,95	2,80	— 0,15	6,49	8,65		
+2,72	2,14	— 0,56	6,00	8,42		
+2,37	2,03	— 0,34	5,33	8,01		
+1,89	1,84	— 0,05	5,46	8,34		
+1,24	1,47	+1,23	4,88	7,86		
+1,09	1,45	+0,36	4,37	6,75		
+0,82	1,26	+0,44	3,79	6,01		
+0,42	1,14	+0,72	4,84	7,28		
+0,11	0,74	+0,85	4,89	6,91		
+0,11	0,88	+0,99	5,38	7,15		
+0,34	0,71	+1,05	5,21	6,80		
+0,24	0,84	+1,08	5,47	7,11		

CUADRO N.º
Trabajo total del metal.
(Los trabajos parciales)

Diagonales.....	Carga permanente.	Variación de temperatura	ACCIÓN DEL VIENTO DE		SOBRECARGA estática ó de 300 ^k por m ²		SOBRECARGA	
			270 ^k	150 ^k	Compresión.	Extensión.	Primer caso.	Segundo caso.
	k	k	k	k	k	k	k	k
0-1	+ 2,12	± 1,80	± 0,90	± 0,50	+ 3,53	- 3,33	+ 2,83	- 2,77
1-2	+ 2,68	1,80	0,41	0,23	+ 3,83	- 3,10	+ 3,27	- 2,81
2-3	+ 1,11	2,07	0,62	0,34	+ 3,35	- 3,36	+ 2,32	- 2,83
3-4	+ 1,94	2,07	0,65	0,36	+ 3,77	- 3,14	+ 2,84	- 2,77
4-5	+ 0,23	2,00	0,07	0,04	+ 2,81	- 2,94	+ 2,57	- 2,83
5-6	+ 1,22	1,96	1,16	0,64	+ 3,16	- 2,60	+ 3,10	- 2,83
6-7	- 0,57	2,23	1,07	0,59	+ 2,85	- 3,00	+ 1,80	- 2,83
7-8	+ 1,29	2,14	1,94	1,08	+ 3,23	- 2,59	+ 2,27	- 2,83
8-9	- 0,87	1,94	1,76	0,98	+ 2,32	- 2,58	+ 1,30	- 1,83
9-10	+ 1,09	1,89	2,32	1,29	+ 2,80	- 2,24	+ 1,83	- 1,83
10-11	- 1,25	1,74	2,16	1,20	+ 2,13	- 2,52	+ 1,07	- 0,83
11-12	+ 0,92	1,62	2,54	1,41	+ 2,64	- 2,19	+ 1,62	- 0,43
12-13	- 1,55	1,43	2,27	1,25	+ 2,09	- 2,65	- 1,18	0,17
13-14	+ 0,69	1,29	2,42	1,34	+ 2,71	- 2,36	- 1,14	+ 0,43
14-15	- 1,94	1,09	2,02	1,12	+ 2,39	- 3,11	- 0,62	+ 1,07
15-16	+ 0,39	0,91	1,92	1,07	+ 3,12	- 2,81	- 0,16	+ 1,53
16-17	- 2,29	0,67	1,32	0,73	+ 2,74	- 3,64	- 3,04	+ 2,83
17-18	+ 0,16	0,48	1,08	0,60	+ 3,41	- 3,31	- 2,57	+ 2,83
18-19	- 2,49	0,24	0,34	0,19	+ 2,97	- 4,00	- 4,06	+ 2,83



Diagonales del arco empotrado.
(máximos están subrayados.)

DINÁMICA Ó MÓVIL			TRABAJO TOTAL MÁXIMO		Trabajo total máximo positivo.
Tercer caso.	Cuarto caso.	Quinto caso.	1.ª hipótesis. — Carga permanente + temperatura + viento de 270 k.	2.ª hipótesis. — Carga permanente + temperatura + viento de 150 k + sobrecarga.	
k	k	k	k	k	
-2,73	+ 0,06	+ 2,79	+ 4,82	+ 7,95	
-2,43	+ 0,63	+ 3,06	+ 4,89	+ 8,54	
-2,44	- 0,61	+ 1,83	+ 3,80	+ 6,87	
-2,04	+ 0,07	+ 2,11	+ 4,66	+ 8,14	
-1,55	+ 0,08	+ 1,57	+ 2,30	+ 5,08	
-1,00	+ 0,82	+ 1,82	+ 4,34	+ 6,98	
-0,57	- 0,60	- 0,03	- 3,87	- 6,39	(+ 5,10)
+ 0,14	+ 0,20	+ 0,06	+ 5,37	+ 7,74	
+ 1,00	- 0,37	- 1,37	- 4,57	- 6,37	
+ 1,79	+ 0,49	- 1,30	+ 5,30	+ 7,07	(+ 4,37)
+ 1,50	+ 0,18	- 1,42	- 5,15	- 6,71	
+ 2,42	+ 1,14	- 1,25	+ 5,08	+ 6,59	
+ 0,07	- 1,18	- 1,11	- 5,25	- 6,88	
+ 0,76	- 0,65	- 1,41	+ 4,40	+ 6,03	
+ 1,28	+ 0,39	- 0,89	- 5,05	- 7,26	
+ 2,21	+ 0,42	- 1,79	+ 3,22	+ 5,49	
- 0,39	- 0,95	- 0,56	- 4,28	- 7,33	
+ 0,52	+ 0,12	- 0,40	+ 1,72	+ 4,65	
- 0,83	- 1,13	- 0,25	- 3,07	- 6,92	



CUADRO NUM. 32

Cálculo de la resistencia al pandeo de las diagonales del arco empotrado.

Diagonales	Trabajo máximo positivo por m ² de sección neta.	Sección neta ω_d	Esfuerzo total f	Perfiles.	Longitud l	PERPENDICULARMENTE al plano del eje.			EN EL PLANO DEL EJE	
						$I \times 10^9$	$F = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$	k	$I \times 10^9$	$F = \frac{4 \pi^2 EI}{l^2}$
0-1	k + 7,95	0,007890	k 62700	2 chapas de 165×9 .. 4 ang. de $\frac{90 \times 90}{9}$...	m 5,50	40980	227000	k 227000	10430	231100
1-2	8,54	Idem.	67400	Idem id..... 2 chapas de 125×9 .. 4 ang. de $\frac{80 \times 80}{9}$...	5,50	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.
2-3	6,87	0,006240	42900	Idem id..... 2 chapas de 125×9 .. 4 ang. de $\frac{80 \times 80}{9}$...	4,80	19915	144900	144900	7322	213100
3-4	8,14	Idem.	50800	Idem id..... 2 chapas de 125×9 .. 4 ang. de $\frac{80 \times 80}{9}$...	4,50	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.
4-5	5,08	Idem.	31770	Idem id..... 2 chapas de 125×9 .. 4 ang. de $\frac{80 \times 80}{9}$...	4,50	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.
5-6	6,98	Idem.	43600	Idem id..... 2 chapas de 125×9 .. 4 ang. de $\frac{80 \times 80}{9}$...	4,50	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.
6-7	5,10	0,004608	23500	4 ang. de $\frac{80 \times 80}{9}$...	3,90	7927	87300	87300	7310	322200
7-8	7,74	Idem.	25700	Idem id..... 2 chapas de 125×9 .. 4 ang. de $\frac{80 \times 80}{9}$...	3,80	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.
8-9	4,37	Idem.	20100	Idem id..... 2 chapas de 125×9 .. 4 ang. de $\frac{80 \times 80}{9}$...	3,80	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.



CUADRO
Elementos de las diferencias

Trozos.	ESPESOR DE PLATABANDA		Ω	I	COORDENADAS de los medios de los trozos		INCLINACIONES en los medios de los trozos	
	Trasdós	Intradós			x	y	sen α	cos α
	e'	e''			x	y	sen α	cos α
0-1	m/m 36	m/m 36	0,0810	0,1295	m 1,85	m 1,41	0,61	0,79
1-2	"	"	0,0558	0,1202	5,40	4,05	0,58	0,82
2-3	"	"	"	"	8,83	6,44	0,56	0,83
3-4	"	"	"	"	12,29	8,68	0,53	0,85
4-5	"	"	"	"	15,72	10,75	0,51	0,86
5-6	"	"	"	"	19,17	12,68	0,47	0,88
6-7	"	"	"	"	22,39	14,33	0,44	0,89
7-8	"	"	"	"	25,34	15,72	0,41	0,91
8-9	"	"	"	"	28,29	17,00	0,38	0,92
9-10	"	"	"	"	31,25	18,16	0,35	0,93
10-11	36	24	0,0498	0,1015	31,22	19,21	0,32	0,95
11-12	"	"	"	"	37,17	20,14	0,28	0,96
12-13	"	"	"	"	40,11	20,95	0,25	0,97
13-14	24	24	0,0438	0,0921	43,05	21,64	0,21	0,98
14-15	"	"	"	"	46,01	22,22	0,18	0,98
15-16	"	"	"	"	48,95	22,68	0,14	0,99
16-17	"	"	"	"	51,90	23,03	0,10	0,99
17-18	"	"	"	"	54,84	23,26	0,06	0,99
18-19	"	"	"	"	57,78	23,37	0,02	1,00



Longitudes Δs	$\frac{\Delta s}{I}$	$\frac{\Delta s}{\Omega}$	$\frac{y \Delta s}{I}$	$\frac{x y \Delta s}{\Omega}$	$\frac{\bar{v}}{\frac{s}{\Delta} \frac{\partial \Delta s}{\partial x} \frac{\partial \Delta s}{\partial y}}$	$\frac{y^2 \Delta s}{I}$	$\frac{\bar{v}}{\frac{\cos^2 \alpha}{s} \frac{\Delta s}{I}}$
m							
4,70	36,3	58,0	51 142	95 765	28 35	72	36
4,21	35,0	75,4	193 220	860 1944	63 34	577	49
4,11	34,2	73,7	413 297	2804 3648	97 54	1417	51
4,11	34,2	73,7	717 354	6452 5560	130 31	2578	53
3,96	32,9	71,0	1064 417	12012 7996	161 29	3805	53
3,96	32,9	71,0	1481	20010	190	5288	55
3,25	27,0	58,2	387 424	8863 10737	23 22	5546	46
3,25	27,0	58,2	2292	39410	235	6665	48
3,17	26,4	56,8	449 479	12700 14969	20 18	7633	48
3,17	26,4	56,8	3220	67086	273	8699	49
3,10	29,4	62,2	565 592	17639 22022	19 17	10854	56
3,10	29,4	62,2	4377	106747	309	11923	57
3,04	28,8	69,0	603 714	24202 30738	15 15	12633	57
3,04	33,0	69,4	5694	161687	338	15451	67
2,98	32,3	68,0	718 732	33014 35855	11 9	15954	65
2,98	32,3	68,0	7144	230556	358	16602	67
2,94	31,9	67,1	735 742	38126 40691	6 4	16927	66
2,94	31,9	67,1	8621 745	309373 43075	368 1	17259	66
2,94	31,9	67,1	9366	352448	369	17411	67
						177292	1056

CUADRO NUM. 34

Cálculo de las ordenadas q_A de la línea de influencia del empuje horizontal en el arco articulado.

Números de los momentos.....	λ	$\int_A^D \frac{y \, ds}{I}$	$\int_A^D \frac{x y \, ds}{I}$	$\int_A^D \frac{\sin \alpha \cos \alpha \, ds}{\Omega}$	q_A
1	m 3,70	51	95	28	k 0,097
2	7,11	193	860	63	0,185
3	10,56	413	2804	97	0,273
4	14,02	710	6452	130	0,358
5	17,42	1064	12012	161	0,439
6	20,93	1481	20010	190	0,519
8	26,84	2292	39410	235	0,642
10	32,75	3220	67086	273	0,752
12	38,65	4377	106747	309	0,839
14	44,54	5694	161687	338	0,910
16	50,43	7144	230556	358	0,960
18	56,31	8621	309373	368	0,986

CUADRO NUM. 35

Cálculo de los empujes parciales producidos en el arco articulado por la carga permanente.

Número de las palizadas.	Cargas P	Ordenadas de la línea de influencia. q_A	Empujes parciales $P \times q_A$	Número de los montantes.	Cargas P	Ordenadas q_A	Empujes parciales $P \times q_A$
V	k 14240	m 0,17	k 2420	<i>Suma anterior.</i>	k 90300		k 57100
VI	11290	0,34	3840	0	4600	0	0
VII	10470	0,50	5240	1	4600	0,10	460
VIII	9300	0,63	5860	2	3300	0,18	590
IX	9150	0,74	6770	3	3200	0,27	860
X	9030	0,84	7590	4	3100	0,36	1120
XI	8940	0,91	8130	5	3000	0,44	1320
XII	8940	0,96	8580	6	3900	0,52	2030
XIII	8940	0,97	8670	8	4600	0,64	2940
<i>Suma y sigue.</i>	90300		57100	10	4400	0,75	3300
				12	4100	0,84	3460
				14	3700	0,91	3370
				16	3700	0,96	3550
				18	3700	0,97	3595
				TOTALES.	140200		83690



Momento
de inercia
descontando
agujeros

	$\frac{v'}{I}$	$\frac{v''}{I}$	$\frac{1}{\Omega}$	CELOSÍAS			
				PERFILES	Secciones	sen β	$\frac{l}{\omega_d \text{ sen } \beta}$
				(Los agujeros son de 23 m/m)	ω_d		
				Alma llena.....			
200	14,410	14,410	20,325	4 ang. en cruz de 100×100×12 menos dos roblones.....	0,006680	0,58	258,1
Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	4 ang. de 90×90×10.	0,005880	Idem.	293,2
Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	4 ang. de 80×80×9.	0,004608	0,60	361,6
Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.
Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	0,62	350,0
Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	0,67	323,9
Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	0,68	319,1
Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	»	Idem.
Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	»	»
3752	14,589	18,591	22,856	Idem.	Idem.	»	»
Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	»	»
Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	»	»
8304	10,801	18,801	26,107	Idem.	Idem.	»	»
Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	0,69	314,5
Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	»	Idem.
Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	0,70	310,0
Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.
Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	0,71	305,6
Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.	Idem.

CUADRO
Cálculo del trabajo producido por la carga permanente
Carga permanente

Montantes.	Z	$\mu = Q_A Z$	N	T	$\frac{v'}{I}$	$\frac{v''}{I}$	$\frac{1}{Q}$
0	m 0	0	k 215000	k + 2500			
1	+ 0,17	+ 22500	212300	+ 5500	14,41	14,41	20,33
2	+ 0,22	+ 36800	202000	— 2400	ídem.	ídem.	ídem.
3	+ 0,30	+ 50200	200500	— 1500	ídem.	ídem.	ídem.
4	+ 0,30	+ 50200	192500	— 4500	ídem.	ídem.	ídem.
5	+ 0,27	+ 45200	191200	— 500	ídem.	ídem.	ídem.
6	+ 0,25	+ 41900	184600	— 6500	ídem.	ídem.	ídem.
7	+ 0,22	+ 36800	185000	— 500	ídem.	ídem.	ídem.
8	+ 0,25	+ 41900	179500	— 7100	ídem.	ídem.	ídem.
9	+ 0,15	+ 25100	179500	— 1500	ídem.	ídem.	ídem.
10	+ 0,18	+ 30100	175000	— 8000	14,59	18,59	22,86
11	+ 0,10	+ 16700	175000	— 1600	ídem.	ídem.	ídem.
12	+ 0,10	+ 16700	171500	— 8000	ídem.	ídem.	ídem.
13	+ 0,05	+ 8400	171500	— 1700	18,80	18,80	26,11
14	+ 0,05	+ 8400	169000	— 7500	ídem.	ídem.	ídem.
15	0	0	169250	— 1000	ídem.	ídem.	ídem.
16	0	0	167800	— 7000	ídem.	ídem.	ídem.
17	— 0,10	— 16700	167800	— 700	ídem.	ídem.	ídem.
18	+ 0,04	+ 6700	167000	— 6600	ídem.	ídem.	ídem.
19	— 0,07	+ 11700	167400	0	ídem.	ídem.	ídem.

NUM. 37.
 en las cabezas y diagonales del arco articulado.
 $Q_A = 167380^k$.

$\frac{v'\mu}{I \times 10^6}$	$\frac{v''\mu}{I \times 10^6}$	$\frac{N}{\Omega \times 10^6}$	TRABAJO en las cabezas.		CELOSÍAS	
			Trasdós R'	Intradós R''	$\frac{1}{\omega_d \text{ sen } \beta}$	$R = \frac{T}{\omega_d \text{ sen } \beta}$
k	k	k	k	k		k
0,41	0,41	4,32	+ 4,73	+ 3,91	258	+ 1,42
0,53	0,53	4,11	4,64	3,58	293	— 0,70
0,72	0,72	4,08	4,80	3,36	362	— 0,54
0,72	0,72	3,91	4,63	3,19	Idem.	— 1,63
0,65	0,65	3,89	4,54	3,24	350	— 0,18
0,60	0,60	3,75	4,35	3,15	324	— 2,11
0,53	0,53	3,76	4,29	3,23	319	— 1,16
0,60	0,60	3,65	4,25	3,05	Idem.	— 2,26
0,35	0,38	3,65	4,01	3,29	Idem.	— 0,48
0,44	0,33	4,00	4,44	3,67	Idem.	— 2,55
0,24	0,31	4,00	4,24	3,69	Idem.	— 0,51
0,24	0,31	3,92	4,16	3,61	Idem.	— 2,55
0,16	0,16	4,48	4,64	4,32	Idem.	— 0,54
0,16	0,16	4,41	4,57	4,25	315	— 2,36
0	0	4,41	4,41	4,41	Idem.	— 0,32
0	0	4,38	4,38	4,38	310	— 2,17
— 0,31	— 0,31	4,38	4,07	4,69	Idem.	— 0,22
0,13	0,13	4,36	4,49	4,23	305	— 2,02
— 0,22	— 0,22	4,37	4,15	4,59		

CUADRO NUM. 38

Reacciones parciales producidas en el arco articulado por la sobrecarga estática de 300^k por m².

Palizadas.	Carga P	ORDENADAS de las líneas de influencia de las reacciones.		REACCIONES PARCIALES		Abscisa de la carga λ	P λ
		q_A	r_A	$Q_A = Pq_A$	$R_A = Pr_A$		
V	^k 7650	0,17	0,95	^k 1300	^k 7270	6,25	47812
VI	6300	0,34	0,89	2140	5600	13,25	93476
VII	5850	0,50	0,83	2930	4860	20,25	118462
VIII	5400	0,63	0,73	3400	4210	26,25	141750
IX	5400	0,74	0,73	4000	3940	32,25	174150
X	5400	0,84	0,68	4540	3676	38,25	206550
XI	5400	0,91	0,63	4910	3400	44,25	238950
XII	5400	0,96	0,58	5080	3130	50,25	271350
XIII	5400	0,97	0,53	5240	2860	56,25	303850
XIII'	5400	0,97	0,47	5240	2540		
XII'	5400	0,96	0,42	5180	2270		
XI'	5400	0,91	0,37	4910	2000		
X'	5400	0,84	0,32	4540	1730		
IX'	5400	0,74	0,27	4000	1460		
VIII'	5400	0,63	0,22	3400	1190		
VII'	5850	0,50	0,17	2930	990		
VI	6300	0,34	0,11	2140	690		
V	7650	0,17	0,05	1300	380		





Cálculo del trabajo máximo producido por las hipótesis más desfavorables

Secciones.....	x	y	$\text{sen } \alpha$	$\text{cos } \alpha$	Cargas á la izquierda de la sección P_i	ΣP_i	ΣP_i (Cuadro número 2)
0	0	0	0,622	0,785	0	k 0	k
1	3,70	2,83	0,597	0,803	0	0	
2	7,11	5,28	0,571	0,820	Palizada V.	7650	4780
3	10,56	7,60	0,547	0,837	Idem.	Idem.	Idem.
4	14,02	9,77	0,520	0,855	Pal. V y VI.	13950	13120
5	17,42	11,74	0,490	0,871	Idem.	Idem.	Idem.
6	20,93	13,62	0,460	0,888	Pal. V + VI + VII.	19800	21970
7	23,85	15,05	0,430	0,902	Idem.	Idem.	Idem.
8	26,84	16,40	0,400	0,916	Pal. V + VI + VII + VIII.	25200	31130
9	29,75	17,60	0,370	0,928	Idem.	Idem.	Idem.
10	32,75	18,72	0,335	0,941	Pal. V á IX.	30600	56500
11	35,70	19,71	0,300	0,954	Idem.	Idem.	Idem.
12	38,68	20,58	0,265	0,963	Pal. V á X.	36000	77230
13	41,57	21,32	0,231	0,971	Idem.	Idem.	Idem.
14	44,54	21,96	0,195	0,980	Pal. V á XI.	41400	101150
15	47,48	22,48	0,156	0,987	Idem.	Idem.	Idem.
16	50,43	22,89	0,118	0,992	Pal. V á XII.	46800	128250
17	53,27	23,17	0,080	0,995	Pal. VII á XII.	32850	115120
18	56,31	23,25	0,040	0,998	Pal. IX á XIII.	27000	119480
19	59,25	23,40	0	1,000	Pal. X á XIII.	21600	102070

carga estática de 300 k por m² en el trasdós del arco articulado.

REACCIONES a la izquierda.		μ	N	$\frac{v'}{I}$	$\frac{1}{\Omega}$	Trabajo máximo en el trasdós
Q_A	R_A					R
k	k		k			k
67280	52200	0	85280	"	"	"
60910	50140	+ 13140	78840	14,41	20,33	1,83
33640	18950	92740	45460	Idem.	Idem.	2,25
28400	36090	132300	39330	Idem.	Idem.	2,71
Idem.	Idem.	164120	35790	Idem.	Idem.	3,09
Idem.	Idem.	183550	35580	Idem.	Idem.	3,37
Idem.	Idem.	203900	32710	Idem.	Idem.	3,60
Idem.	Idem.	210850	32620	Idem.	Idem.	3,70
Idem.	Idem.	218030	30330	Idem.	Idem.	3,76
Idem.	Idem.	215640	30380	Idem.	Idem.	3,72
33640	38950	209370	34450	14,59	22,86	3,84
Idem.	Idem.	200700	34600	Idem.	Idem.	3,72
Idem.	Idem.	194000	31180	Idem.	Idem.	3,59
38880	41490	171500	39020	18,80	26,11	4,24
Idem.	Idem.	161360	4500	Idem.	Idem.	4,17
Idem.	Idem.	141400	38388	Idem.	Idem.	3,66
44060	43760	120660	43350	Idem.	Idem.	3,40
45530	32880	97800	45300	Idem.	Idem.	3,02
39200	33810	99900	39000	Idem.	Idem.	2,90
39740	21600	90780	39740	Idem.	Idem.	2,74

CUADRO NUM. 40

Cálculo del trabajo máximo producido por las hipótesis más desfavorables de sobrecarga estática de 300^k por m² en el intradós del arco articulado.

(Los valores de x , y , sen α y cos α son iguales á los del cuadro anterior.)

Secciones.....	Cargas á la izquierda de la sección P_i	ΣP_i	$\Sigma P_i \lambda$	REACCIONES á la izquierda		μ	N	$\frac{v''}{I}$	$\frac{1}{\Omega}$	Trabajo máximo en el intradós R
				Q_A	R_A					
0	0	0	0	k 67280	k 52200	0	k 85280	»	k »	
1	Idem.	Idem.		60910	34460	— 44870	69480	14,41	20,33	2,06
2	Idem.	Idem.		57510	30250	— 88580	64430	Idem.	Idem.	2,59
3	Idem.	Idem.		53510	26310	— 128840	59180	Idem.	Idem.	3,06
4	Idem.	Idem.		Idem.	Idem.	— 153930	59430	Idem.	Idem.	3,43
5	Idem.	Idem.		48970	22640	— 180520	53740	Idem.	Idem.	3,72
6	Idem.	Idem.		Idem.	Idem.	— 193120	53900	Idem.	Idem.	3,87
7	Idem.	Idem.		Idem.	Idem.	— 197030	53900	Idem.	Idem.	3,93
8	Idem.	Idem.		44060	19240	— 206180	47630	Idem.	Idem.	3,94
9	Idem.	Idem.		Idem.	Idem.	— 203070	48000	Idem.	Idem.	3,90
10	Idem.	Idem.		Idem.	Idem.	— 194700	47900	Idem.	Idem.	4,72
11	Idem.	Idem.		38880	16110	— 191200	41920	Idem.	Idem.	4,51
12	Idem.	Idem.		Idem.	Idem.	— 177020	41710	Idem.	Idem.	4,24
13	Idem.	Idem.		Idem.	Idem.	— 159230	41470	Idem.	Idem.	4,08
14	Idem	Idem.		36640	13250	— 148570	35558	Idem.	Idem.	3,72
15	Pal. V + VI + VII. Pal. V + VI + + VIII.....	19800	249750	40010	30990	— 119370	41840	Idem.	Idem.	3,34
16	Pal. V + + IX..	25200	391500	43410	25200	97850	44240	Idem.	Idem.	3,00
17	Pal. V + + X..	30600	565650	42170	26600	91210	42440	Idem.	Idem.	2,82
17	Pal. V + + XI.	36000	772200	41530	38000	84900	42970	Idem.	Idem.	2,72
17	P l. V + +	41400	1011150	46460	41400	75550	46440	Idem.	Idem.	2,40

CUADRO NÚM. 41

Cálculo del trabajo máximo producido por las hipótesis más desfavorables de sobrecarga estática en las diagonales de la celosía del arco articulado.

Secciones.....	sen α	cos α	SOBRECARGA COMPLETA		ESFUERZO CORTANTE MÁXIMO POSITIVO (SOBRECARGAS PARCIALES)						Esfuerzo cortante máximo negativo (sobrecargas parciales)	
			ΣP_i	Esfuerzo cortante T	ΣP_i	Q_A	R_A	T	$\frac{1}{\omega_d \text{ sen } \beta}$	Trabajo máximo R	T	Trabajo máximo R
0	0,622	0,785	0	k 879	0	k 18310	k 29560	k +11820	»	k	-12690	k
1	0,597	0,803	0	- 1750	Idem	Idem	Idem	12810	258	+ 3,30	-11060	» 2,85
2	0,571	0,820	7650	- 1890	Idem	17010	22290	8570	293	2,51	-10460	- 3,06
3	0,547	0,837	Idem	- 490	Idem	21920	25690	9510	362	3,44	- 9020	- 3,27
4	0,520	0,855	13950	- 2280	Idem	19780	20080	6880	Idem	2,49	- 9160	- 3,32
5	0,490	0,871	Idem	- 350	Idem	21960	23210	7990	350	2,80	- 7640	- 2,67
6	0,460	0,888	19800	- 2180	Idem	27270	21210	6290	324	2,04	- 8470	- 2,74
7	0,430	0,902	Idem	- 290	Idem	32510	23750	7440	319	2,37	- 7150	- 2,88
8	0,400	0,916	25200	- 2180	Idem	34290	21810	6260	Idem	2,00	- 8410	- 2,69
9	0,370	0,928	Idem	- 160	Idem	39200	23810	7590	Idem	2,42	- 7430	- 2,37
10	0,335	0,941	30600	- 2210	Idem	43740	23060	7050	Idem	2,25	- 9260	- 2,95
11	0,300	0,954	Idem	- 420	Idem	53510	26310	9050	Idem	2,89	- 8630	- 2,75
12	0,265	0,963	36000	- 2230	Idem	48970	22640	8830	Idem	2,82	-11060	- 3,53
13	0,231	0,971	Idem	- 190	Idem	Idem	Idem	10670	Idem	3,40	-10480	- 3,34
14	0,195	0,980	41400	- 2540	Idem	44060	19240	10260	315	3,23	-12800	- 4,03
15	0,156	0,987	Idem	- 160	Idem	Idem	Idem	12120	Idem	3,82	-11960	- 3,77
16	0,118	0,992	46800	- 2580	Idem	38880	16110	11390	310	3,53	-13970	- 4,33
17	0,080	0,995	Idem	- 10	Idem	Idem	Idem	12920	Idem	4,00	-12930	- 4,01
18	0,040	0,998	52200	- 2690	Idem	33640	13250	11880	306	3,64	-14570	- 4,06
19	0	1,000	Idem	0	Idem	Idem	Idem	13250			-13250	

CUADRO NUM. 42

Cálculo del trabajo del metal producido por una elevación de 30 grados de temperatura en el arco articulado.

$$Q_A = + 2030^k \quad R_A = 0.$$

Montantes.....	TRABAJO EN LAS CABEZAS				TRABAJO EN LA CELOSIA										
	y	p	N	Trasdós			Intradós R''								
				$\frac{v'}{I}$	$\frac{v''}{I}$	$\frac{1}{\Omega}$									
0	m 0	k 0	1590	14,41	»	20,33	k	»	0,05	+	0,19	k	1260	»	0,31
1	2,83	— 5740	1630	Idem.	14,41	Idem.	— 0,05	»	0,12	»	0,19	— 1210	»	258	— 0,34
2	5,28	— 10740	1670	Idem.	Idem.	Idem.	— 0,12	»	0,19	»	0,26	— 1160	»	293	— 0,40
3	7,60	15430	1700	Idem.	Idem.	Idem.	— 0,19	»	0,25	»	0,32	— 1110	»	362	— 0,38
4	9,77	19810	1740	Idem.	Idem.	Idem.	— 0,25	»	0,31	»	0,38	— 1050	»	Idem.	— 0,35
5	11,74	23830	1780	Idem.	Idem.	Idem.	— 0,31	»	0,36	»	0,43	— 990	»	350	— 0,30
6	13,62	27650	1810	Idem.	Idem.	Idem.	— 0,36	»	0,40	»	0,48	— 930	»	324	— 0,28
7	15,05	30550	1840	Idem.	Idem.	Idem.	— 0,40	»	0,44	»	0,52	— 870	»	310	— 0,26
8	16,40	33290	1870	Idem.	Idem.	Idem.	— 0,44	»	0,48	»	0,55	— 810	»	Idem.	— 0,24
9	17,60	35730	1900	Idem.	Idem.	Idem.	— 0,48	»	0,51	»	0,75	— 750	»	Idem.	— 0,22
10	18,72	38000	1920	Idem.	14,59	22,86	— 0,51	»	0,54	»	0,79	— 680	»	Idem.	— 0,20
11	19,71	40010	1940	Idem.	Idem.	Idem.	— 0,54	»	0,57	»	0,82	— 620	»	Idem.	— 0,17
12	20,58	41780	1960	Idem.	Idem.	Idem.	— 0,57	»	0,76	»	0,87	— 540	»	Idem.	— 0,15
13	21,32	43280	1980	Idem.	18,80	26,11	— 0,76	»	0,79	»	0,89	— 470	»	Idem.	— 0,13
14	21,96	44580	1990	Idem.	Idem.	Idem.	— 0,79	»	0,81	»	0,91	— 400	»	315	— 0,10
15	22,48	45630	2010	Idem.	Idem.	Idem.	— 0,81	»	0,82	»	0,93	— 320	»	Idem.	— 0,07
16	22,89	46470	2020	Idem.	Idem.	Idem.	— 0,82	»	0,83	»	0,94	— 240	»	310	— 0,05
17	23,17	47040	2020	Idem.	Idem.	Idem.	— 0,83	»	0,84	»	0,94	— 170	»	Idem.	— 0,03
18	23,35	47400	2030	Idem.	Idem.	Idem.	— 0,84	»	0,84	»	0,95	— 85	»	306	— 0,03
19	23,40	47500	2030	Idem.	Idem.	Idem.	— 0,84	»	0,84	»	0,95	— 0	»	0	— 0,03

CUADRO NUM. 43

Cargas del viento de 270^k por m² sobre el tablero superior, sobre las palizadas y sobre el arco empotrado.

		Fuerzas horizontales P	COORDENADAS DEL PUNTO DE APLICACIÓN	
			Altura del punto de aplicación encima de la cuerda del arco	Distancia horizontal del punto de aplicación al origen A
			X	Y
Cargas del viento de 270 ^k sobre el tablero aplica- das en los pla- nos de las pali- zadas números.	XIII	k	m	m
	XII	2270	26,04	56,25
	XI	2270	Idem.	50,25
	X	2270	Idem.	44,25
	IX	2280	Idem.	38,25
	VIII	2280	Idem.	32,35
	VII	2250	Idem.	26,25
	VI	2500	Idem.	20,25
	V	2590	Idem.	13,25
		3110	Idem.	6,25
Cargas del viento de 270 ^k sobre las palizadas números.....	XIII	k	m	m
	XII	100	25,00	56,25
	XI	150	24,80	50,25
	X	260	24,30	44,25
	IX	420	23,60	38,25
	VIII	610	22,65	32,25
	VII	1260	21,40	26,25
	VI	1700	20,10	20,25
	V	2610	18,10	13,25
		5030	15,80	6,25
Cargas del viento de 270 ^k sobre los arcos arti- culados en los montantes nú- meros.....	18	k	m	m
	16	3920	23,35	56,31
	14	3940	22,89	50,69
	12	4000	21,96	44,54
	10	4080	20,58	38,65
	8	4160	18,72	32,75
	6	4280	16,40	26,84
	5	3460	13,62	20,93
	4	2590	11,74	17,42
	3	2630	9,77	14,02
	2	2710	7,60	10,56
	1	2820	5,28	7,11
	0	3780	2,83	3,70
		1950	0	0





CUADRO NUM. 44

Cálculo de los montantes de flexión y torsión en los montantes del arco articulado, producidos por el viento de 270^k por m².

$$m'_f = -\cos \alpha \sum_v P (X - x) - \sin \alpha \sum_v P (Y - y); \quad m'_t = -\sin \alpha \sum_v P (X - x) + \cos \alpha \sum_v P (Y - y).$$

Número de las secciones. — Montantes	ORDENADAS de la sección		cos α	sen α	Cargas del viento P situadas á la izquierda de las secciones. — Esfuerzo cortante t.	Y	X	Σ PY	y Σ P	Σ P (Y — y)	Σ P X	x Σ P	Σ P (X — x)	cos α Σ P (Y — y)	sen α Σ P (Y — y)	cos α Σ P (X — x)	sen α Σ P (X — x)	MOMENTOS en los extremos de los trozos.		Números de los trozos.	MOMENTOS en el medio de los trozos.							
	x	y																m' f	m'		m' f	m' t						
19	59,25	23,40	1,000	0	0			0		0																		
18	56,31	23,35	0,998	0,040	0			0		0								0	0	18-18	0	0						
17	53,37	23,17	0,995	0,080	k 3920 100 2270	m 23 35 25,00 26,04	56,31 56,25 Idem.	91530 2500 59110	144740	+	7440	220740 5630 127690	335700	+	18360	7360	590	18270	1470	—	18860	+	5890	16-18	—	18900	+	5900
16	50,43	22,89	0,992	0,118	6290 0			153140 0	143930	+	9160	354060 0	317200	+	36860	9090	1080	36560	4350	—	37640	+	4740					
15	47,48	22,48	0,987	0,156	6290 3940 150 2270	22,89 24,80 26,04	50,43 50,25 Idem.	153140 90190 3720 59110	284370	+	21790	354060 198690 7540 114070	600620	+	73740	21510	3400	72780	11500	—	76180	+	10010	14-16	—	76200	+	10000
14	44,54	21,96	0,980	0,195	12650 0			306160 0	277790	+	28370	674360 0	563430	+	110930	27800	5530	108710	21630	—	114240	+	6170					
13	41,57	21,32	0,971	0,231	12650 4000 260 2270	21,96 24,30 26,04	44,54 44,25 Idem.	306160 87840 6320 59110	408920	+	50510	674360 178160 11510 100450	797310	+	167170	49050	11670	162320	38620	—	173890	+	10430	12-14	—	174000	+	10400
12	38,68	20,58	0,963	0,265	19180 0			459430 0	394720	+	64710	964480 0	741880	+	222600	62320	17150	214360	58990	—	231510	+	3330					
11	35,70	19,71	0,954	0,300	19180 4080 420 2280	20,58 23,60 26,04	38,65 38,25 Idem.	459430 83970 9910 59370	511670	+	101010	964480 157690 16070 87210	926770	+	298680	96360	30300	281960	89600	—	315210	+	6770	10-12	—	315200	+	6800
10	32,75	18,72	0,941	0,335	25960 0			612680 0	484970	+	126710	1225450 0	850190	+	375260	119230	42450	353120	125710	—	395570	—	6480					
9	29,75	17,60	0,928	0,370	25960 4160 610 2280	18,72 22,65 26,04	32,75 32,25 Idem.	612680 77880 13820 59370	580980	+	182770	1225450 136240 19670 73530	982050	+	472840	169610	67640	438800	174950	—	506440	—	5340	8-10	—	500400	—	5300
8	26,81	16,40	0,916	0,400	33010 0			763750 0	541360	+	222390	1454890 0	885990	+	568900	213710	88960	521110	227560	—	610070	—	13850					
7	23,85	15,05	0,902	0,430	33010 4280 1260 2250	16,40 21,40 26,04	26,84 26,25 Idem.	763750 70190 26960 58590	614040	+	305450	1454890 114880 33080 59060	973008	+	688830	275520	131340	621320	296200	—	752660	—	20680	6-8	—	752700	—	20700
6	20,93	13,62	0,288	0,460	40800 0			919490 0	555700	+	363790	1661910 0	853940	+	807970	323050	167340	717480	371670	—	884820	—	48620					
5	17,42	11,74	0,871	0,490	40800 3460 1700 2500	13,62 20,10 26,04	20,93 20,25 Idem.	919490 47120 34170 65100	568920	+	496960	1661910 72420 34420 50360	844170	+	975210	432850	243510	819410	477850	—	1092920	—	45000	5-6	—	988900	—	46800
4	14,02	9,77	0,855	0,520	48160 2590	11,74	17,24	1065880 30410	498760	+	597530	1819380 45120	715720	+	1148780	510890	310720	982200	597370	—	1292940	—	86480	4-5	—	1192900	—	65700
3	10,56	9,60	0,837	0,547	51050 2630 2610 2590	9,27 18,10 26,04	14,02 13,25 Idem.	1096290 25700 47240 67450	447490	+	789180	1864500 36870 34580 34320	621770	+	1348500	660540	431680	1128700	737630	—	1560380	—	77090	3-4	—	1426700	—	81800
2	7,11	5,28	0,820	0,571	58880 2710	7,60	10,56	1236670 20600	325200	+	932070	1970270 28620	437900	+	1560990	764300	532210	1280020	891330	—	1812230	—	127030	2-3	—	1683300	—	102100
1	3,70	2,83	0,803	0,597	61590 2820 5030 3110	5,28 15,80 26,04	7,11 6,25 Idem.	1257270 14890 79170 80980	205320	+	1227290	1998890 20050 31440 19440	268440	+	1801380	985510	732700	1446520	1075440	—	2179220	—	89930	1-2	—	1995700	—	108500
0	0	0	0,785	0,622	72550 2780	2,83	3,70	1432610 7870	0	+	1440480	2069820 10290	0	+	208110	1130790	895980	1632880	1293830	—	2528860	—	163040	0-1	—	2354000	—	126500
Apoyo	0	0	Idem.	Idem.	75330 1950 77280	0	0	1440480				2080110																





Cuadro del momento flector en la clau

Trozos.	MOMENTOS en el medio de los trozos.		Δs	sen α	cos α	Separación media de los arcos l	Altura constante de los arcos h	l^2	h^2	Sección bruta Q
	m'_f	m'_t								
18-18'	0	0	m 5,88	0	1,00	m 5,00	3,00	25,00	4,00	0,0438
16-18	— 18900	+ 5900	5,88	0,08	0,99	5,04	Idem.	25,4	Idem.	Idem.
14-16	— 76200	+ 10000	5,96	0,16	0,99	6,15	Idem.	26,5	Idem.	Idem.
12-14	— 174000	+ 10400	6,08	0,23	0,97	5,34	Idem.	28,5	Idem.	0,0438
10-12	— 315200	+ 6800	6,20	0,30	0,95	5,61	Idem.	31,5	Idem.	Idem.
8-10	— 506400	— 5300	6,34	0,37	0,93	5,96	Idem.	35,5	Idem.	0,0562
6-8	— 752700	— 20700	6,50	0,43	0,90	6,38	Idem.	40,7	Idem.	Idem.
5-6	— 988900	— 46800	3,96	0,47	0,88	6,73	Idem.	46,0	Idem.	Idem.
4-5	— 1192900	— 65700	3,96	0,51	0,86	7,10	Idem.	50,4	Idem.	Idem.
3-4	— 1426700	— 81800	4,11	0,53	0,85	7,45	Idem.	55,5	Idem.	Idem.
2-3	— 1686300	— 102100	4,11	0,56	0,83	7,82	Idem.	61,2	Idem.	Idem.
1-2	— 1995700	— 108500	4,21	0,58	0,81	8,32	Idem.	67,6	Idem.	Idem.
0-1	— 2354000	— 126500	4,70	0,61	0,79	8,66	Idem.	75,0	Idem.	Idem.



del arco articulado (viento de 270^k por m²).

K'	K''	$I = \frac{\Omega l^3}{2}$	$G = \frac{K' l^3 + K'' l^3}{I}$	$\frac{\Delta s \cos \alpha}{I}$	$\frac{\Delta s \operatorname{sen} \alpha}{G}$	$\frac{m'_t \Delta s \cos \alpha}{I}$	$\frac{m'_t \Delta s \operatorname{sen} \alpha}{G}$	$\frac{\Delta s \cos^2 \alpha}{I}$	$\frac{\Delta s \operatorname{sen}^2 \alpha}{G}$
0,0068	0,00085	0,548	0,025	10,73	0	0	0	+ 10,73	0
Idem.	Idem.	0,556	0,025	10,47	18,81	— 197900	+ 111000	10,37	+ 1,50
Idem.	Idem.	0,580	0,026	10,17	36,67	— 775000	+ 367700	10,07	5,87
Idem.	Idem.	0,710	0,027	8,31	51,79	— 1445900	+ 538600	8,06	11,91
Idem.	Idem.	0,784	0,029	7,51	64,14	— 2367200	+ 436200	7,13	19,24
Idem.	0,00098	0,990	0,033	5,96	71,08	— 3018100	+ 376700	5,54	26,30
Idem.	0,00120	1,135	0,039	5,15	71,67	— 3876400	— 1483600	4,64	30,82
Idem.	0,00094	0,283	0,039	2,72	47,22	— 2689800	— 2233300	2,39	22,43
Idem.	Idem.	1,406	0,042	2,42	48,08	— 2886800	— 3158900	2,08	24,52
Idem.	0,00104	1,548	0,047	2,26	46,34	— 2224300	— 3790600	1,92	24,56
0,0076	Idem.	1,707	0,056	2,00	41,10	— 3372600	— 4196300	1,66	23,02
0,0085	0,00136	1,875	0,070	1,82	34,88	— 3632200	— 3784500	1,47	20,23
0,0600	Idem.	3,038	0,462	1,22	6,23	— 2871900	— 788100	0,96	3,80



CUADRO NÚM. 46.

ARCO ARTICULADO — VIENTO DE 270^k

Cálculo de los momentos de flexión y de torsión en las secciones correspondientes á los montantes.

$$(M_f)_c = m'_f + (M_f)_v \cos \alpha \quad (M_t)_c = m'_t + (M_f)_v \operatorname{sen} \alpha$$

Números de los montantes.	MOMENTOS en los montantes.		cos α	sen α	$(M_f)_v \cos \alpha$	$(M_f)_v \operatorname{sen} \alpha$	Momento de flexión. M_f	Momento de torsión. M_t
	m'_f	m'_t						
19	0	0	1,000	0	+ 173230	0	173230	0
18	0	0	0,998	0,040	172880	+ 6930	172880	6930
17	18860	5890	0,995	0,080	172360	13860	153500	19750
16	37640	4740	0,992	0,118	171840	20440	134200	25180
15	76180	10010	0,987	0,156	170980	27020	94800	37030
14	114240	6170	0,980	0,195	169770	33780	55530	39950
13	173990	10430	0,971	0,231	168210	40020	5780	50450
12	231510	3330	0,963	0,265	166820	45900	64690	49230
11	315240	6760	0,954	0,300	165260	51970	149980	58730
10	395570	6480	0,941	0,335	163010	58030	232560	51550
9	506440	5340	0,928	0,370	160760	64100	345680	58760
8	610070	13850	0,916	0,400	158680	69290	451390	53440
7	752660	20680	0,902	0,430	156250	74490	596410	53870
6	884820	48620	0,888	0,460	153830	79690	730990	39070
5	1092920	45000	0,871	0,490	150880	84880	942040	39880
4	1292940	86480	0,855	0,520	148110	90080	1144830	3600
3	1560380	77090	0,837	0,547	144930	94760	1415390	17670
2	1812230	127030	0,820	0,571	142050	98910	1670180	28120
1	2179220	89930	0,803	0,597	139100	103420	2040120	13490
0	2528860	163040	0,785	0,622	135990	107750	2392570	55290



Secciones. — Montantes.	Momento flector M_f	DISTANCIAS DE CABEZAS		SECCIONES NETAS	
		Trasdós l_t	Intradós l_i	Trasdós ω_t	Intradós ω_i
0	— 2392870	media 8,90	8,90		
1	— 2040120	8,23	8,63	0,0246	0,0246
2	— 1670180	7,82	8,22	ídem.	ídem.
3	— 1415390	7,42	7,83	ídem.	ídem.
4	— 1144830	7,06	7,48	ídem.	ídem.
5	— 942040	6,72	7,15	ídem.	ídem.
6	— 730990	6,41	6,85	ídem.	ídem.
7	— 596410	6,16	6,61	ídem.	ídem.
8	— 451390	5,99	6,39	ídem.	ídem.
9	— 345680	5,73	6,19	ídem.	ídem.
10	— 232560	5,55	6,01	ídem.	0,0191
11	— 149980	5,38	5,85	ídem.	ídem.
12	— 64690	5,23	5,71	ídem.	ídem.
13	— 5780	5,10	5,58	0,0191	ídem.
14	+ 55530	5,00	5,48	ídem.	ídem.
15	+ 94800	4,91	5,40	ídem.	ídem.
16	+ 134200	4,84	5,33	ídem.	ídem.
17	+ 153500	4,79	5,29	ídem.	ídem.
18	+ 172880	4,76	5,26	ídem.	ídem.
19	+ 173230	4,75	5,25	ídem.	ídem.

articulado por efecto del viento.

$\frac{l_t}{l_t^2 + \omega_t l_i^2}$	$\frac{l_i}{\omega_t l_t^2 + \omega_i l_i^2}$	R'		R''	
		TRABAJO EN EL TRASDÓS		TRABAJO EN EL INTRADÓS	
		Viento de 270 ^κ .	Viento de 150 ^κ .	Viento de 270 ^κ .	Viento de 150 ^κ .
		k	k	k	k
2,35	2,47	4,78	2,66	5,04	2,80
2,47	2,59	4,12	2,29	4,32	2,40
2,59	2,73	3,66	2,03	3,86	2,14
2,71	2,87	3,10	1,72	3,28	1,82
2,84	3,02	2,67	1,48	3,84	1,58
2,95	3,16	2,16	1,20	2,31	1,28
3,07	3,29	1,83	1,01	1,99	1,09
3,17	4,39	1,43	0,79	1,53	0,85
3,27	3,54	1,13	0,63	1,24	0,69
3,83	4,15	0,89	0,43	0,96	0,53
3,94	4,29	0,59	0,33	0,64	0,35
4,04	4,41	0,25	0,14	0,28	0,15
4,67	5,11	0,03	0,02	0,03	0,02
4,76	5,21	0,26	0,14	0,20	0,16
4,83	5,31	0,45	0,25	0,50	0,28
4,89	5,38	0,65	0,36	0,72	0,40
4,92	5,44	0,74	0,41	0,83	0,46
4,95	5,47	0,87	0,48	0,94	0,51
4,96	5,49	0,86	0,48	0,95	0,52



CUADRO NUM. 48
Trabajo del metal en las diagonales del arco articulado por efecto del viento.

Secciones. — Montantes.	Momentos de torsión M_t	K'	G	Ancho medio l	$P_v = M_t l \frac{K'}{G}$	$\frac{1}{\omega_d \text{ sen } \beta}$	R_d (arco de adelante),	
							Viento de 270 ^k	Viento de 250 ^k
							$\begin{matrix} k \\ p \end{matrix}$	$\begin{matrix} k \\ p \end{matrix}$
0	—	0,006	0,462	8,90	$\begin{matrix} k \\ p \end{matrix}$		$\begin{matrix} k \\ p \end{matrix}$	$\begin{matrix} k \\ p \end{matrix}$
1	+	0,00085	0,070	8,43	6400	258	+	+
2	28120	0,00076	0,056	8,02	1380	293	—	0,36
3	17670	0,00068	0,047	7,62	3060	362	+	0,90
4	3600	Idem.	0,042	7,27	1950	Idem.		0,71
5	39880	Idem.	0,039	6,93	420	350		0,15
6	31070	Idem.	Idem.	6,63	820	324		1,69
7	53810	Idem.	Idem.	6,33	3590	319		1,16
8	55440	Idem.	0,033	6,19	5990	Idem.		1,91
9	58760	Idem.	Idem.	5,96	7070	Idem.		2,26
10	51550	Idem.	0,029	5,78	7220	Idem.		2,30
11	58730	Idem.	Idem.	5,61	6990	Idem.		2,23
12	49230	Idem.	0,027	5,47	7720	Idem.		2,46
13	50450	Idem.	Idem.	5,34	6780	Idem.		2,16
14	39950	Idem.	0,026	5,24	6780	Idem.		2,16
15	37030	Idem.	Idem.	5,15	5480	315		1,73
16	25180	Idem.	0,025	5,08	4990	Idem.		1,57
17	19750	Idem.	Idem.	5,04	3480	310		1,08
18	6930	Idem.	Idem.	5,01	2710	Idem.		0,84
19					940	306		0,29



Trabajo del metal en los arriostramientos longitudinales ó contra

Trozos.	Esfuerzos cortantes t	Momentos de torsión M_t	K''	G	h	Esfuerzos cortantes adicionales P_h	CONTRAVIENTO		
							Esfuerzo cor- tante total T'	$\text{sen } \gamma$	Esfuerzo en las barras $F' = \frac{T'}{4 \text{ sen } \gamma}$
0-1	k 75330	- 55290	0,00136	0,462	m 3,00	k - 490	+ 37180	0,71	k 13090
1-2	72550	+ 13490	Idem.	0,070	Id.	+ 790	37070	0,68	13630
2-3	61590	- 28120	0,00104	0,056	Id.	- 1570	29220	0,68	10740
3-4	58880	+ 17670	Idem.	0,047	Id.	+ 1170	30610	0,65	11750
4-5	51050	3600	0,00094	0,042	Id.	240	25770	0,64	10070
5-6	48460	39880	Idem.	0,039	Id.	2880	27100	0,63	10750
6-8	40800	31070	0,00120	0,039	Id.	2870	29270	0,67	17660
8-10	33010	55440	0,00098	0,033	Id.	4940	21440	0,65	16490
10-12	25960	51550	0,00085	0,029	Id.	4540	17020	0,64	13300
12-14	19180	49230	Idem.	0,027	Id.	4650	13740	0,62	11080
14-16	12650	39950	Idem.	0,026	Id.	3920	10250	0,61	8400
16-18	6290	25180	Idem.	0,025	Id.	2570	5710	0,61	4680
18-18'	0	6930	Idem.	0,025	Id.	710	710	0,60	590



del arco articulado por efecto del viento de 270^k por m²

DE TRASDÓS			CONTRAVIENTOS DE INTRADÓS					
PERFILES (un roblón de 23 m/m en cada angular).	ω_c	R'_c	Esfuerzo cortante total T''	$\text{sen } \gamma$	Esfuerzo en las barras $F = \frac{T''}{4 \text{ sen } \gamma}$	PERFILES (un roblón de 23 m/m en cada angular).	ω''_c	R''_c
ang. de $\frac{100 \times 100}{10}$	0,001670	7,84	k 38160	0,73	k 13070	ang. de $\frac{100 \times 100}{10}$	0,001670	k 7,83
Idem.	Idem.	8,16	35490	0,71	12500	Idem.	Idem.	7,49
Idem. $\frac{90 \times 90}{9}$	0,001332	8,07	32370	0,70	11560	Idem. $\frac{90 \times 90}{9}$	0,001332	8,68
Idem.	Idem.	8,82	28270	0,68	10390	Idem.	Idem.	7,80
Idem.	Idem.	7,56	25290	0,68	9300	Idem. $\frac{80 \times 80}{9}$	0,001152	8,07
Idem.	Idem.	8,07	21350	0,67	7970	Idem.	Idem.	6,92
					$\frac{I}{2 \text{ sen } \gamma}$			
ang. de $\frac{100 \times 100}{9}$	0,00334	5,29	17530	0,72	12170	2 ang. de $\frac{90 \times 90}{9}$	0,002664	4,57
ang. de $\frac{90 \times 90}{9}$	0,002664	6,19	11570	0,70	8260	2 ang. de $\frac{80 \times 80}{9}$	0,002304	3,58
ang. de $\frac{80 \times 80}{9}$	0,002304	5,77	7940	0,68	5840	Idem.	Idem.	2,52
Idem.	Idem.	4,81	4440	0,67	3310	Idem.	Idem.	1,44
Idem.	Idem.	3,65	2400	0,66	1820	Idem.	Idem.	0,79
Idem.	Idem.	2,03	570	0,66	430	Idem.	Idem.	0,19
Idem.	Idem.	0,26	760	0,65	590	Idem.	Idem.	0,26

CUADRO NUM. 50

Trabajo total del metal en las cabezas de trussós del arco articulado.

Secciones.	Carga permanente P	Variación de temperatura τ	ACCION DEL VIENTO		Sobrecarga estática S	TRABAJO TOTAL MÁXIMO	
			270k	150k		1. ^a hipótesis. $p + \tau + 270k$	2. ^a hipótesis. $p + \tau + 150k + S$
						Máx.	Mín.
1	+ k 4,73	± 0,05	± 4,79	± 2,66	+ 1,83	k 9,57	k 9,27
2	4,64	0,12	4,12	2,29	2,26	8,88	9,31
3	4,80	0,19	3,66	2,03	2,71	8,65	9,73
4	4,63	0,25	3,10	1,72	3,09	7,98	9,69
5	4,54	0,31	2,67	1,48	3,37	7,52	9,70
6	4,35	0,36	2,16	1,20	3,60	6,87	9,51
7	4,29	0,40	1,83	1,01	3,70	6,52	9,40
8	4,25	0,44	1,43	0,79	3,76	6,12	9,24
9	4,01	0,48	1,13	0,63	3,72	5,62	8,84
10	4,44	0,51	0,89	0,49	3,84	5,84	9,28
11	4,24	0,54	0,59	0,33	3,72	5,37	8,83
12	4,16	0,57	0,26	0,14	3,59	4,99	8,46
13	4,64	0,76	0,03	0,02	4,24	5,43	9,66
14	4,57	0,79	0,26	0,14	4,17	5,62	9,67
15	4,41	0,81	0,45	0,25	3,66	5,67	9,13
16	4,38	0,82	0,65	0,36	3,40	5,85	8,96
17	4,07	0,83	0,74	0,41	3,02	5,64	8,33
18	4,49	0,84	0,87	0,48	2,90	6,20	8,71
19	4,15	0,84	0,86	0,48	2,74	5,85	8,21

Trabajo total del metal en las cabezas de intrados del arco articulado.

Secciones.	Carga permanente P	Variación de temperatura τ	ACCION DEL VIENTO DE		Sobrecarga estática S	TRABAJO TOTAL MÁXIMO	
			270 ^k	150 ^k		1. ^a hipótesis.	2. ^a hipótesis.
						$p + \tau + 270^k$	$p + \tau + 150^k + S$
1	+ k 3,91	+ k 0,12	+ k 5,04	+ k 2,80	+ k 2,06	Máx. k 8,07	k 8,89
2	3,58	0,19	4,32	2,40	2,59	8,09	8,76
3	3,36	0,26	3,86	2,14	3,06	7,48	8,82
4	3,19	0,32	3,28	1,82	3,43	6,79	8,76
5	3,24	0,38	2,84	1,58	3,72	6,46	8,92
6	3,15	0,43	2,31	1,28	3,87	5,89	8,79
7	3,23	0,48	1,99	1,09	3,93	5,70	8,73
8	3,05	0,52	1,53	0,85	3,94	5,10	8,36
9	3,29	0,55	1,24	0,69	3,90	5,08	8,43
10	3,67	0,75	0,96	0,53	4,72	5,38	9,67
11	3,69	0,79	0,64	0,35	4,51	5,12	9,34
12	3,61	0,82	0,28	0,15	4,24	4,71	8,82
13	4,32	0,87	0,03	0,02	4,08	5,22	9,29
14	4,25	0,89	0,29	0,16	3,72	5,43	9,02
15	4,41	0,91	0,50	0,28	3,34	5,82	8,94
16	4,38	0,93	0,72	0,40	3,00	6,03	8,71
17	4,69	0,94	0,83	0,46	2,82	6,46	8,91
18	4,23	0,94	0,94	0,51	2,72	6,19	8,40
19	4,59	0,95	0,95	0,52	2,40	6,49	8,46
						Máx.	Máx.
						Mín.	Mín.

CUADRO NÚM. 52

Trabajo total del metal en las diagonales del arco articulado.

Diagonales.....	Carga permanente p	Variación de temperatura τ	ACCION DEL VIENTO DE		SOBRECARGA estática.		TRABAJO TOTAL MÁXIMO		Trabajo total máximo positivo.
			270k	150k	+ S Compresión.	- S Extensión.	1. ^a hipótesis. $p + \tau + 270k$	2. ^a hipótesis. $p + \tau + 150k + S$	
1-2	k + 1,42	± 0,31	± 0,36	± 0,20	+	3,30	- 2,85	k 2,09	k 5,23
2-3	- 0,70	0,34	0,90	0,50	2,51	- 3,06	- 3,06	1,94	4,60
3-4	- 0,54	0,40	0,71	0,39	3,44	- 3,27	- 3,27	1,65	4,60
4-5	- 1,63	0,38	0,15	0,08	2,49	- 3,32	- 3,32	2,16	5,41
5-6	- 0,18	0,35	1,69	0,94	2,80	- 2,67	- 2,67	2,22	4,14
6-7	- 2,11	0,30	1,16	0,64	2,04	- 2,74	- 2,74	3,57	5,79
7-8	- 0,16	0,28	1,91	1,06	2,37	- 2,28	- 2,28	2,35	3,78
8-9	- 2,25	0,26	2,26	1,25	2,00	- 2,69	- 2,69	4,78	6,46
9-10	- 0,48	0,24	2,30	1,28	2,42	- 2,37	- 2,37	3,02	4,37
10-11	- 2,55	0,22	2,23	1,24	2,25	- 2,95	- 2,95	5,00	6,96
11-12	- 0,51	0,20	2,46	1,37	2,89	- 2,75	- 2,75	3,17	4,83
12-13	- 2,55	0,17	2,16	1,20	2,82	- 3,53	- 3,53	4,88	7,45
13-14	- 0,54	0,15	2,16	1,20	3,40	- 3,34	- 3,34	2,85	5,23
14-15	- 2,36	0,13	1,73	0,96	3,23	- 4,03	- 4,03	4,22	7,48
15-16	- 0,32	0,10	1,57	0,87	3,82	- 3,77	- 3,77	1,99	5,06
16-17	- 2,17	0,07	1,08	0,60	3,53	- 4,33	- 4,33	3,32	7,17
17-18	- 0,22	0,05	0,84	0,67	4,00	- 4,01	- 4,01	1,11	4,75
18-19	- 2,02	0,03	0,29	0,16	3,64	- 4,46	- 4,46	2,34	6,67



OBRAS DEL MISMO AUTOR

El tranvía de vapor de Torrelavega á Infesto y Covadonga. — Estudio sobre los tranvías de vapor.

Puentes de hierro económicos, muelles y faros sobre palizadas y pilotes metálicos.

Obra premiada con la cruz de Carlos III; 258 páginas de texto, con 37 figuras intercaladas y 31 láminas en tomo separado. — Precio: 15 pesetas en rústica, 18 encuadernada.

Estudio sobre el empleo del acero en los puentes, publicado en el *Boletín de la Revista de Obras públicas*, números 7, 9 y 10 de 1896. Tomo I.

EN PREPARACIÓN

Cálculos y proyectos de tramos metálicos de 5 á 30 metros de luz para carreteras y ferrocarriles económicos.

El hormigón y sus nuevas aplicaciones en las obras públicas y construcciones civiles.



OBRAS DEL MISMO AUTOR

El trabajo de valor en Fortificación y Defensa — Edición
segunda de 1914 — 2 tomos.
Tratado de la guerra económica, militar y social — Edición
segunda de 1914 — 1 tomo.
Tratado de la guerra económica, militar y social — Edición
segunda de 1914 — 1 tomo.
Tratado de la guerra económica, militar y social — Edición
segunda de 1914 — 1 tomo.
Tratado de la guerra económica, militar y social — Edición
segunda de 1914 — 1 tomo.

EX. PREPARACIÓN

Estudios y proyectos de obras militares de 5 a 30 metros de altura.
Tratado de la guerra económica, militar y social — Edición
segunda de 1914 — 1 tomo.
Tratado de la guerra económica, militar y social — Edición
segunda de 1914 — 1 tomo.



FIG. 1.ª—VIADUCTO DE JAYROZ (SUIZA) 1879.
Coste, 195.000 francos.

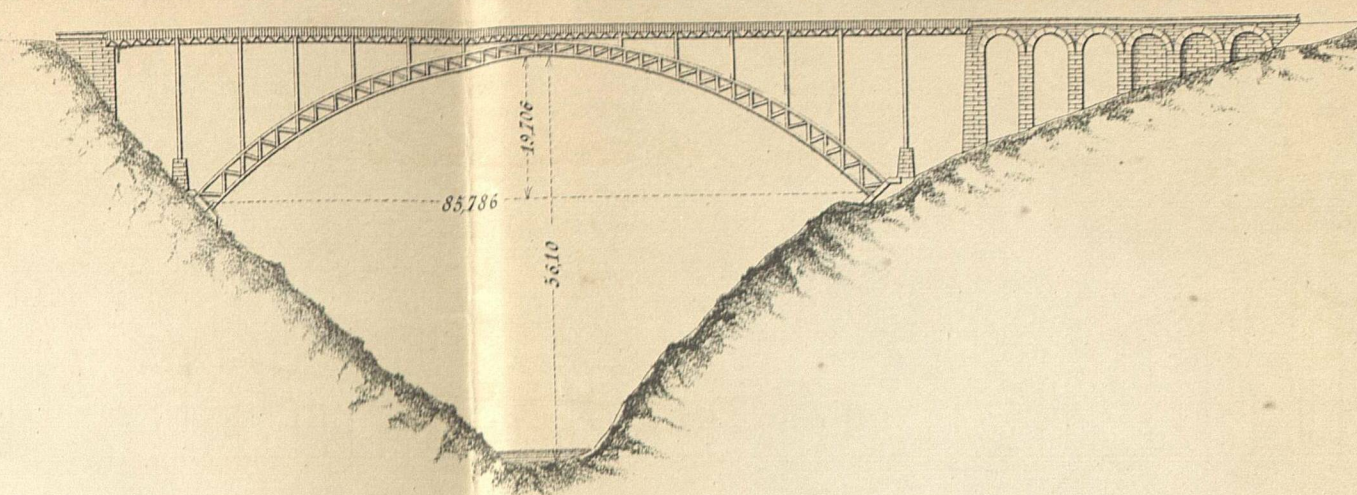


FIG. 2.ª—VIADUCTO SCHWARZWASSER (SUIZA) 1882.
Coste, 279.500 francos.

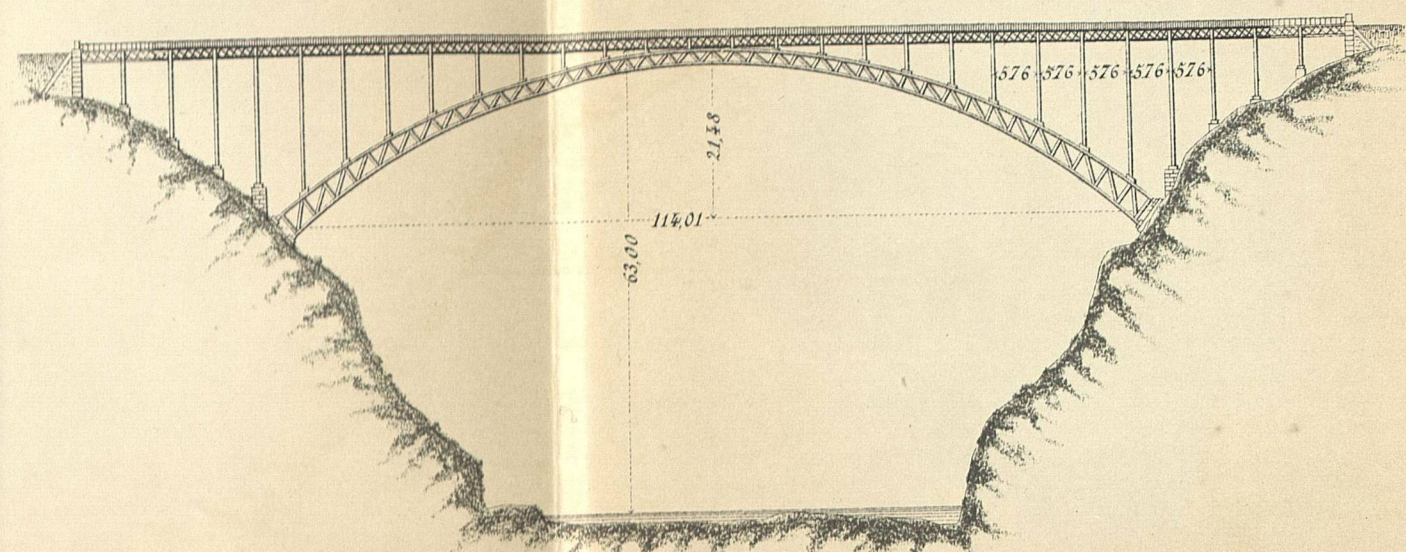


FIG. 3.ª—PUENTE-VIADUCTO DE PINO, SOBRE EL DUERO
1.ª solución.—Presupuesto, 345.876,06 pesetas.

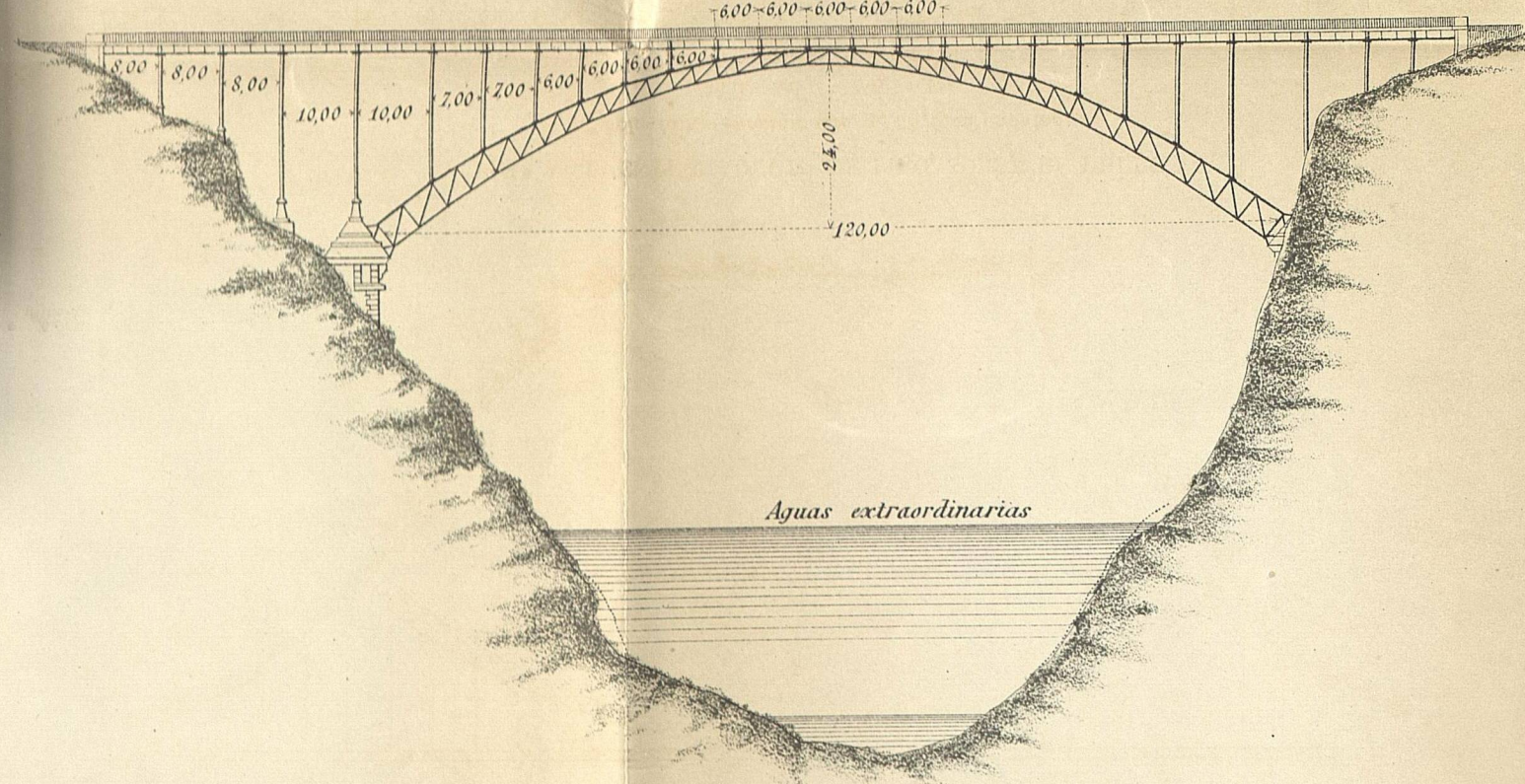


FIG. 4.ª—PUENTE DE SAN LUIS (ESTADOS UNIDOS) 1876

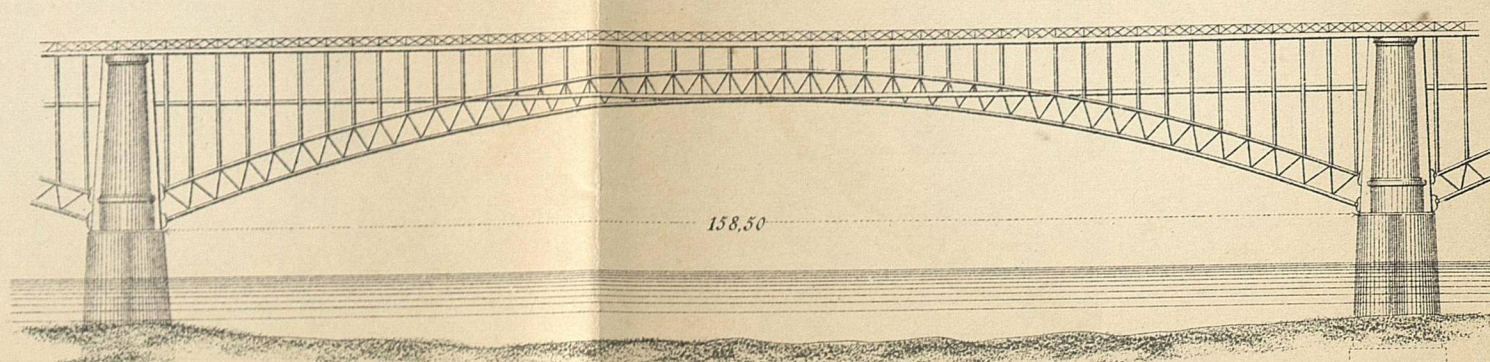


FIG. 5.ª—PUENTE VIADUCTO DE PINO, SOBRE EL DUERO
2.ª solución.—Presupuesto, 505.040,04 ptas.

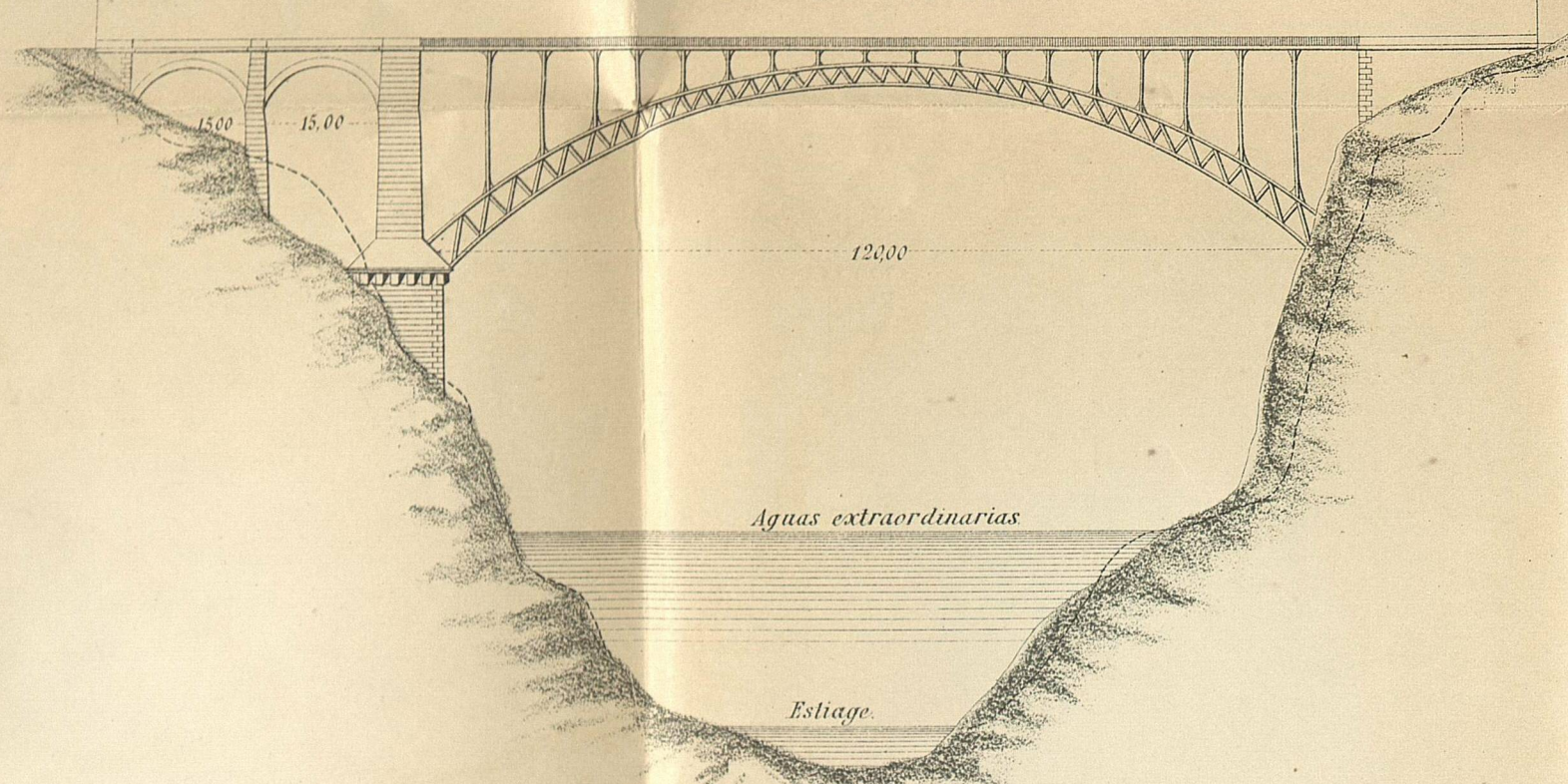
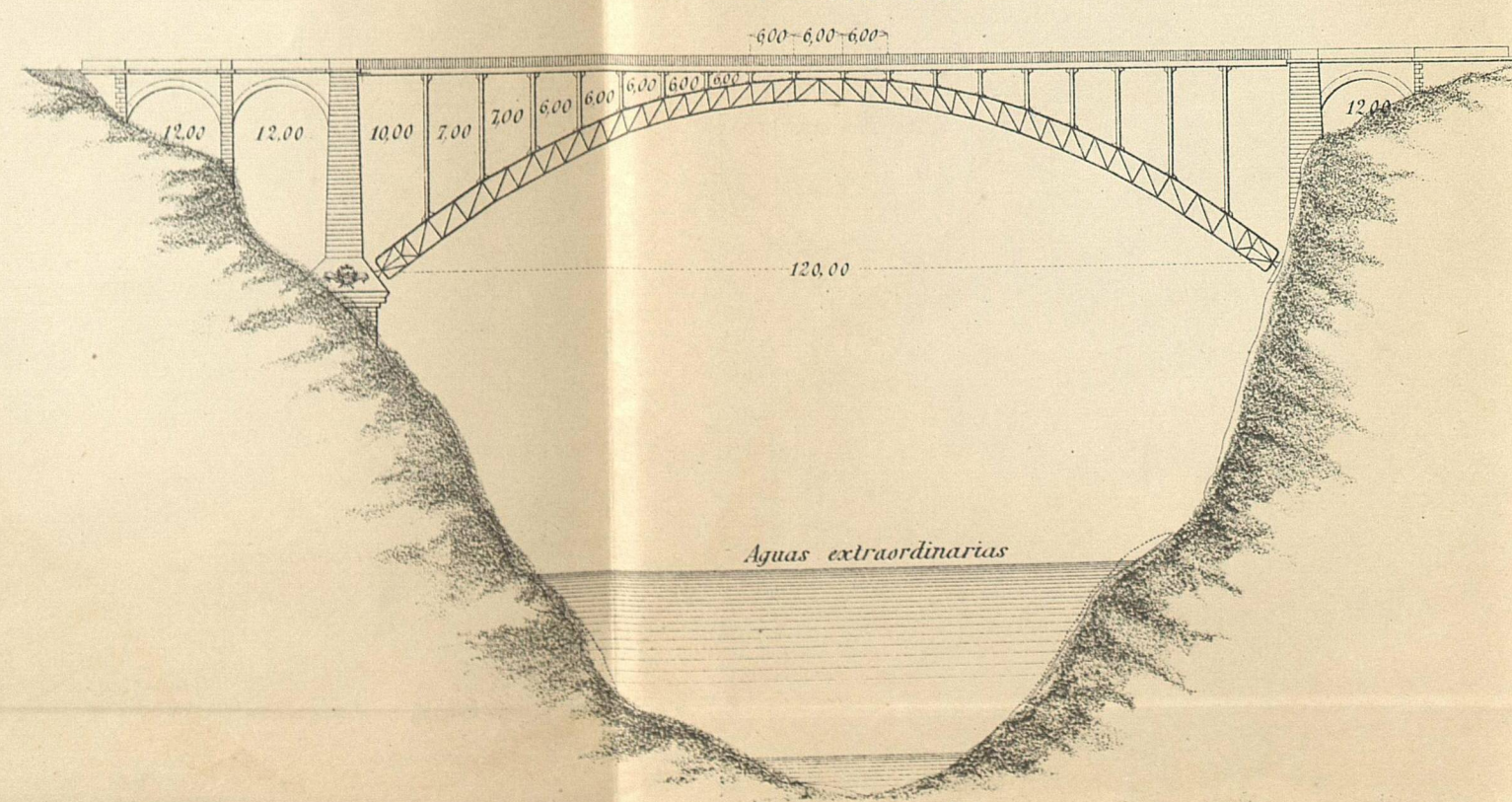


FIG. 6.ª—PUENTE VIADUCTO DE PINO, SOBRE EL DUERO
3.ª solución.—Presupuesto, 443.483,59 ptas.



SOLUCIONES DIVERSAS DE ARCOS METÁLICOS, COMPARADOS CON LOS MAYORES VIADUCTOS CONSTRUIDOS. ESCALA DE 1:1000.
FIG. 7.ª—PUENTE SOBRE EL CINCA (HUESCA) 1865

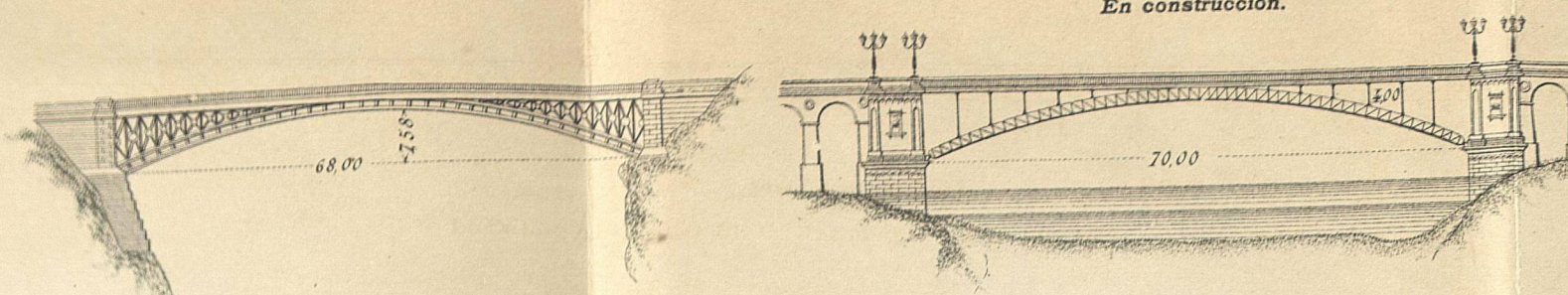


FIG. 8.ª—PUENTE DE LA BARCA (PONTEVEDRA)
En construcción.

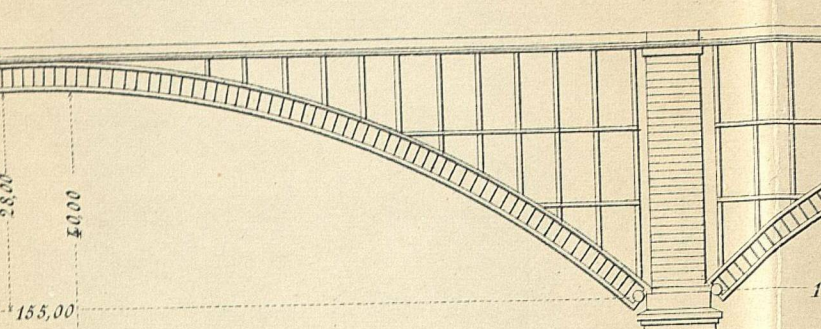


FIG. 9.ª—PUENTE DE WASHINGTON (NUEVA-YORK)
4.ª solución (adoptada).—Presupuesto, 302.565,21 ptas.

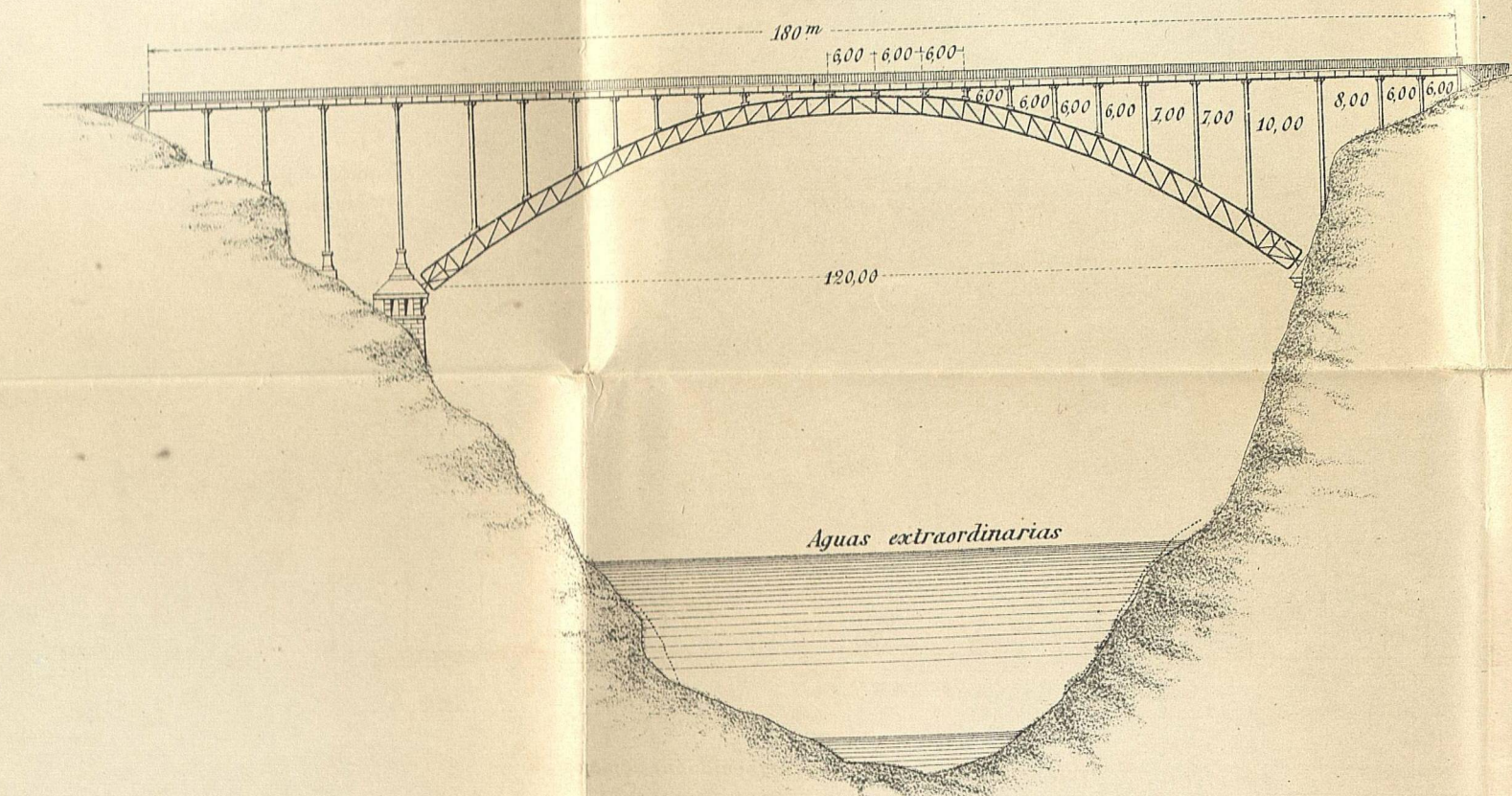


FIG. 10.ª—PUENTE EIFFEL DE OPORTO (PORTUGAL) 1878.—LONGITUD, 356m.

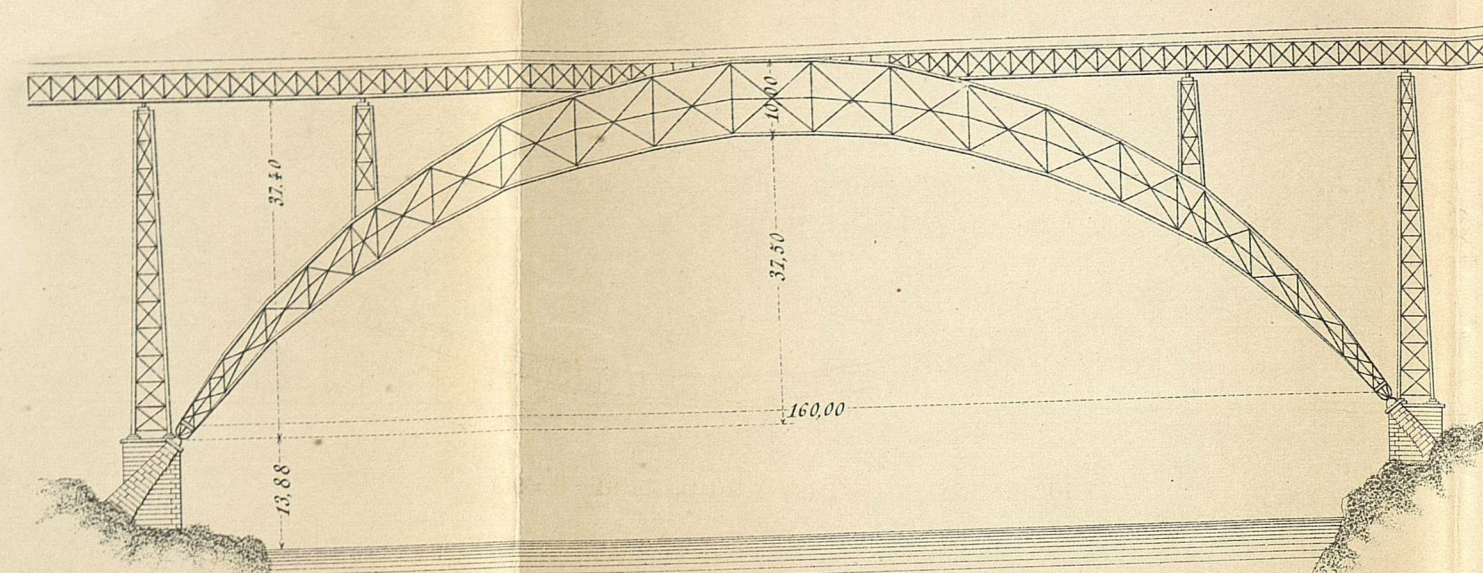


FIG. 11.ª—VIADUCTO DE GARABIT (FRANCIA) 1885.—LONGITUD, 566m.
Coste, 3.250.000 francos.

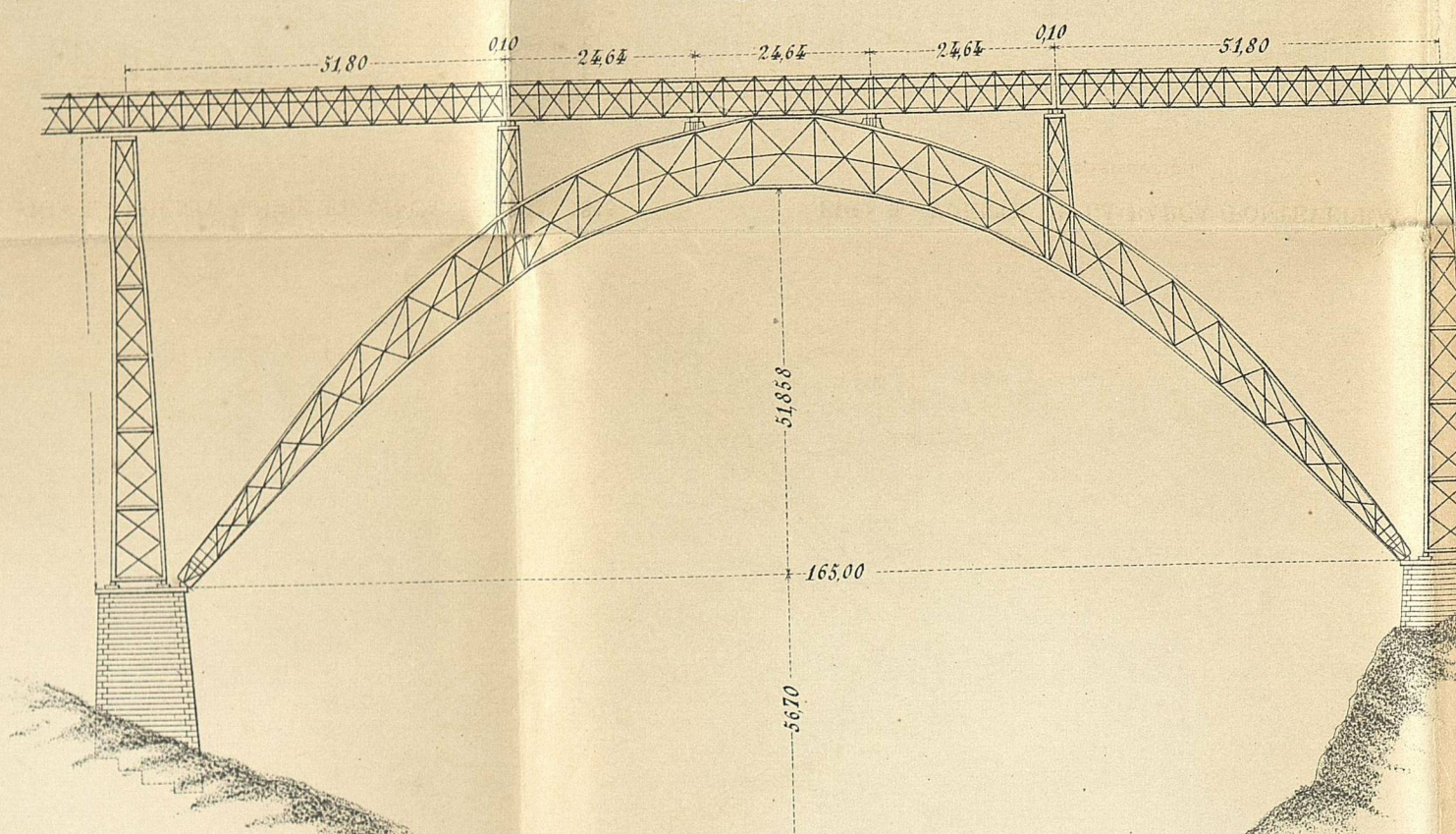


FIG. 12.ª—PUENTE-VIADUCTO DE PINO, SOBRE EL DUERO
5.ª solución.—Presupuesto, 654.310,50 ptas.

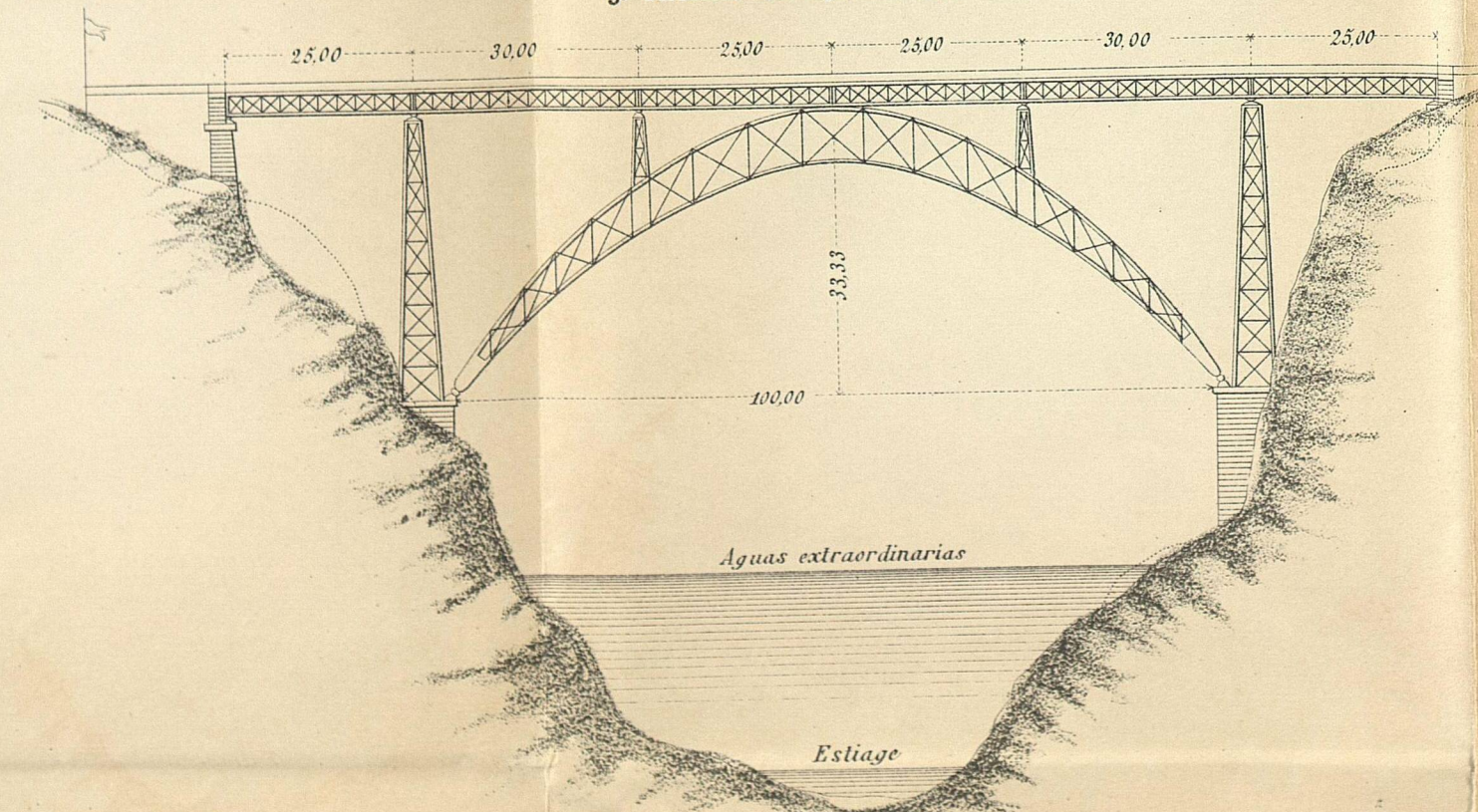


FIG. 13.ª—VIADUCTO DE KIRCHENFELD (BERNA) 1886
Longitud, 229m.—Coste, 1.077.500.

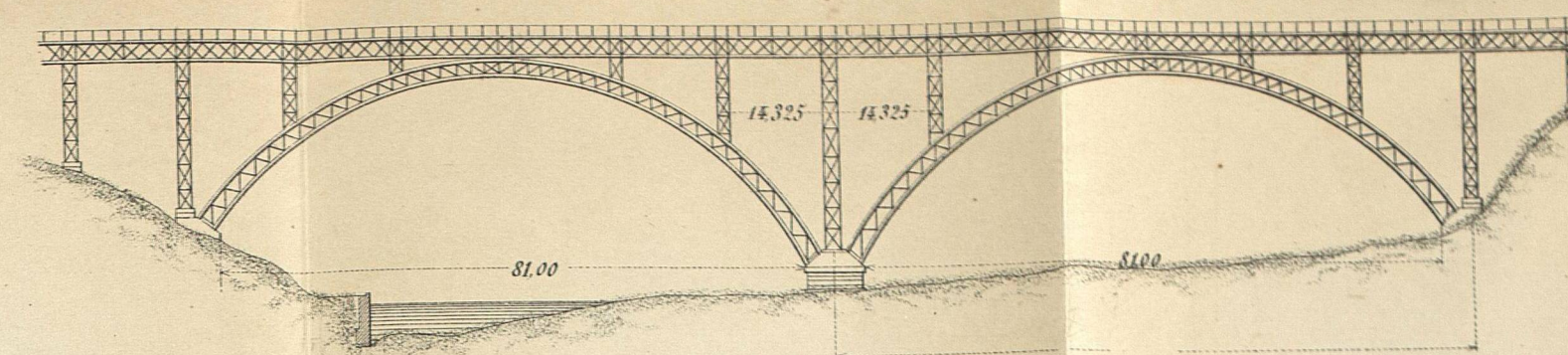


FIG. 14.ª—VIADUCTO DE PADERNO (ITALIA) 1887
Longitud, 304m.—Coste, 1.978.000 liras.

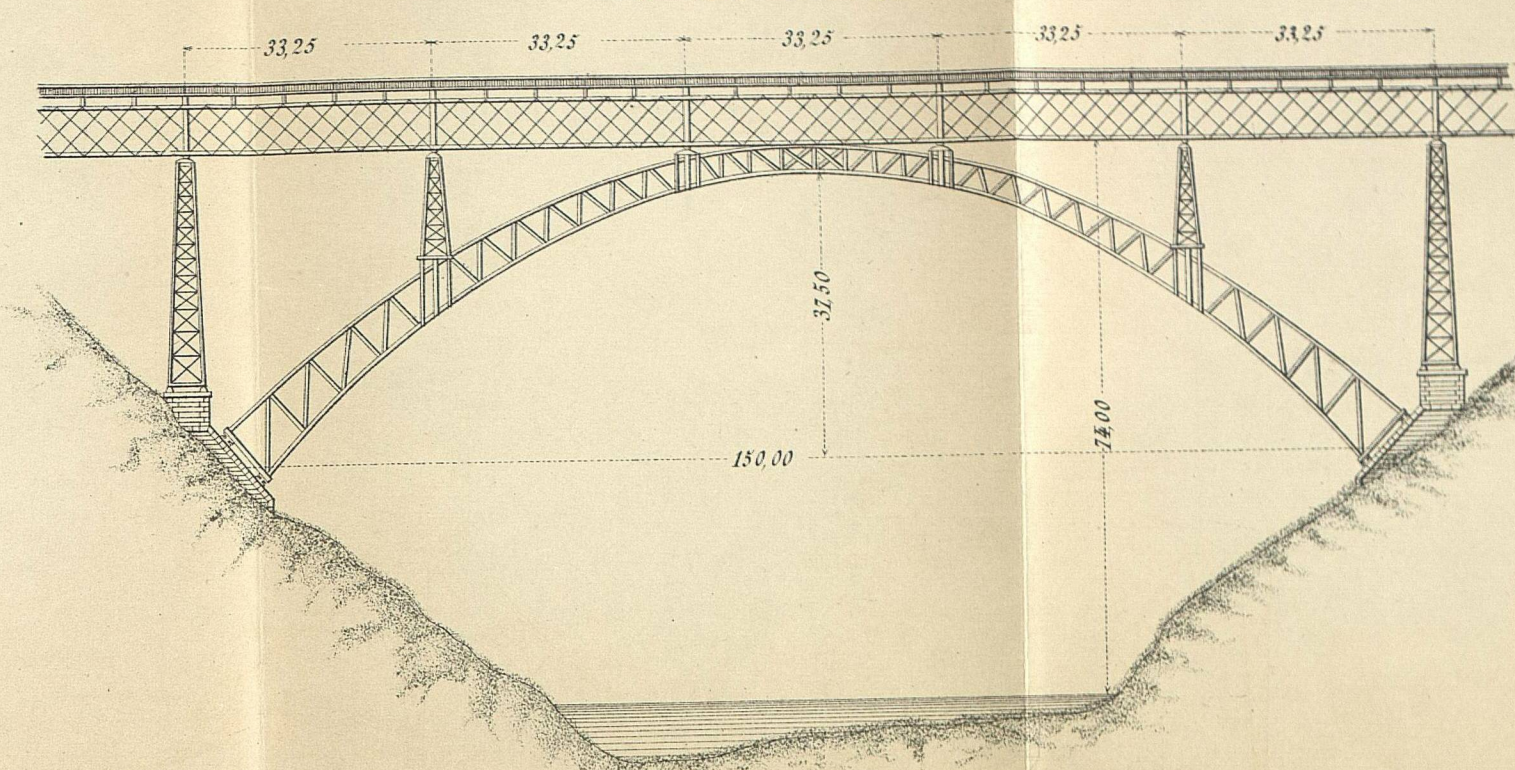


FIG. 15.ª—PUENTE-VIADUCTO DE PINO, SOBRE EL DUERO
6.ª solución.—Presupuesto, 693.561 ptas.

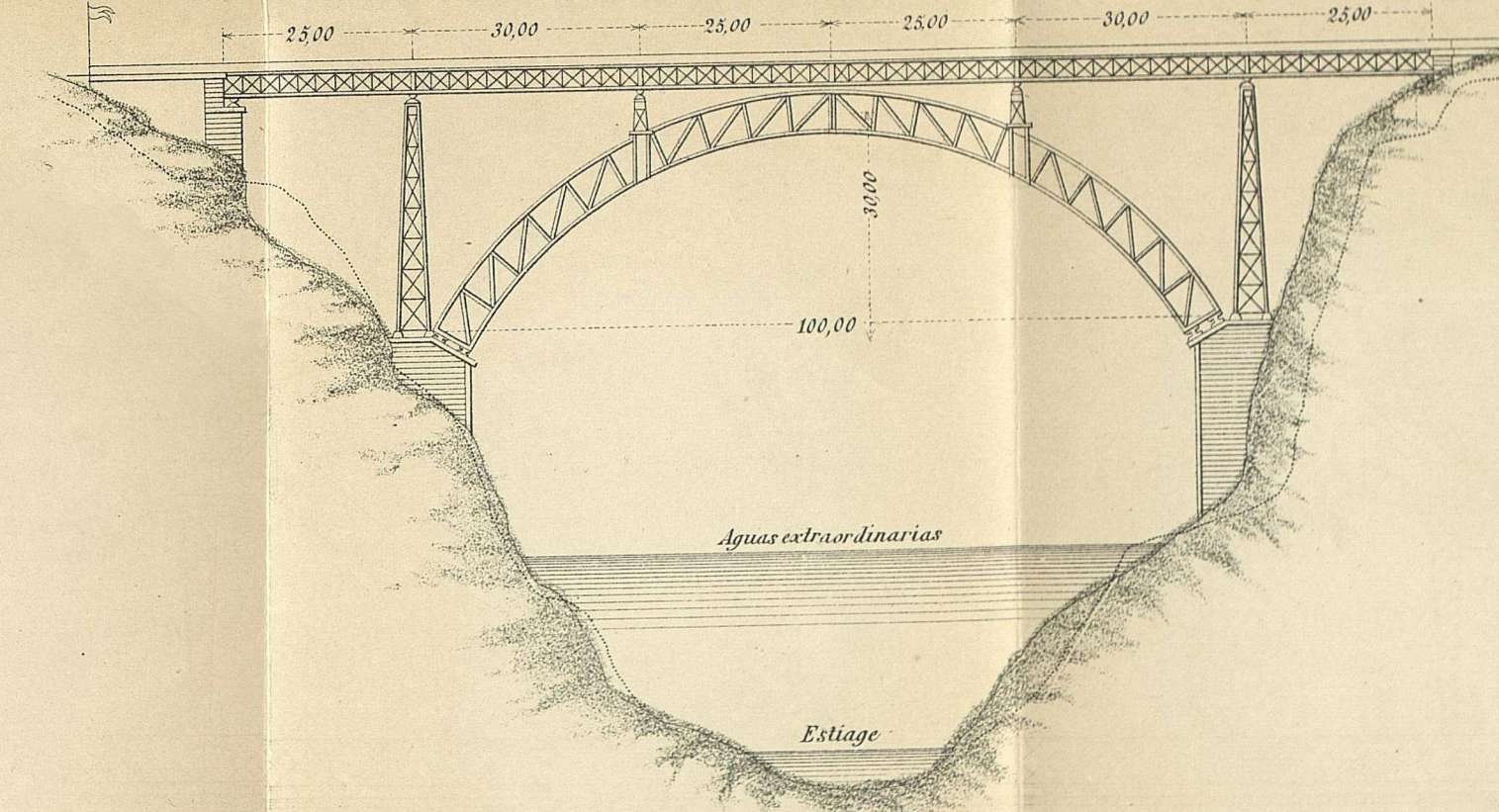


FIG. 16.ª—PUENTE DE TREZZO (ITALIA) 1886

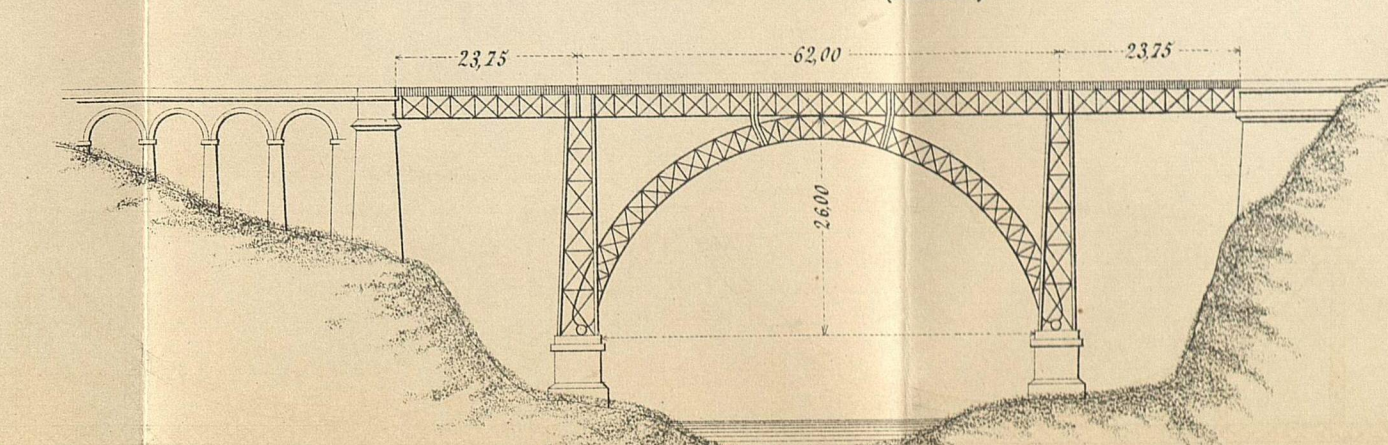


FIG. 17.ª—PUENTE SEYRIG DE DON LUIS EN OPORTO (PORTUGAL) 1884.
Longitud, 391m.—Coste, 2.000.000 francos.

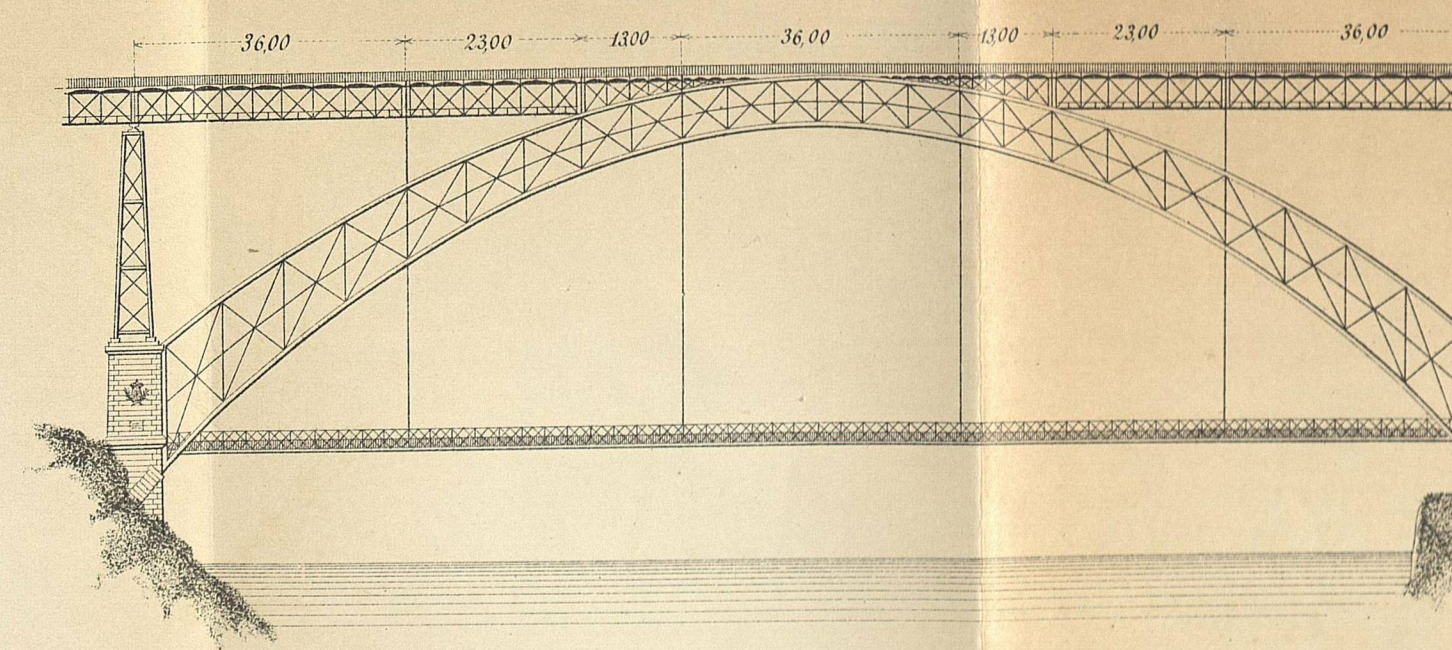
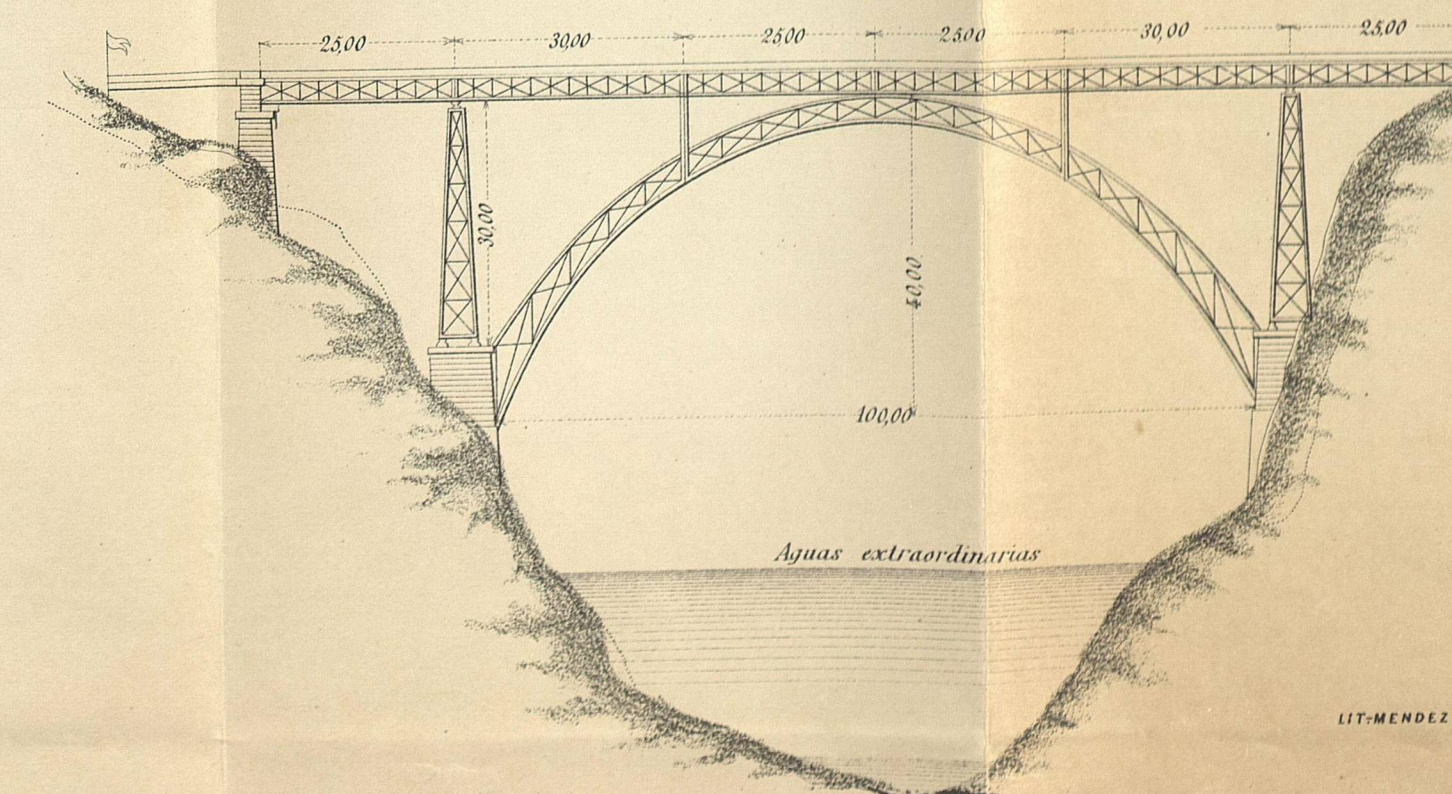


FIG. 18.ª—PUENTE-VIADUCTO DE PINO, SOBRE EL DUERO
7.ª solución.—Presupuesto, 679.432 ptas.



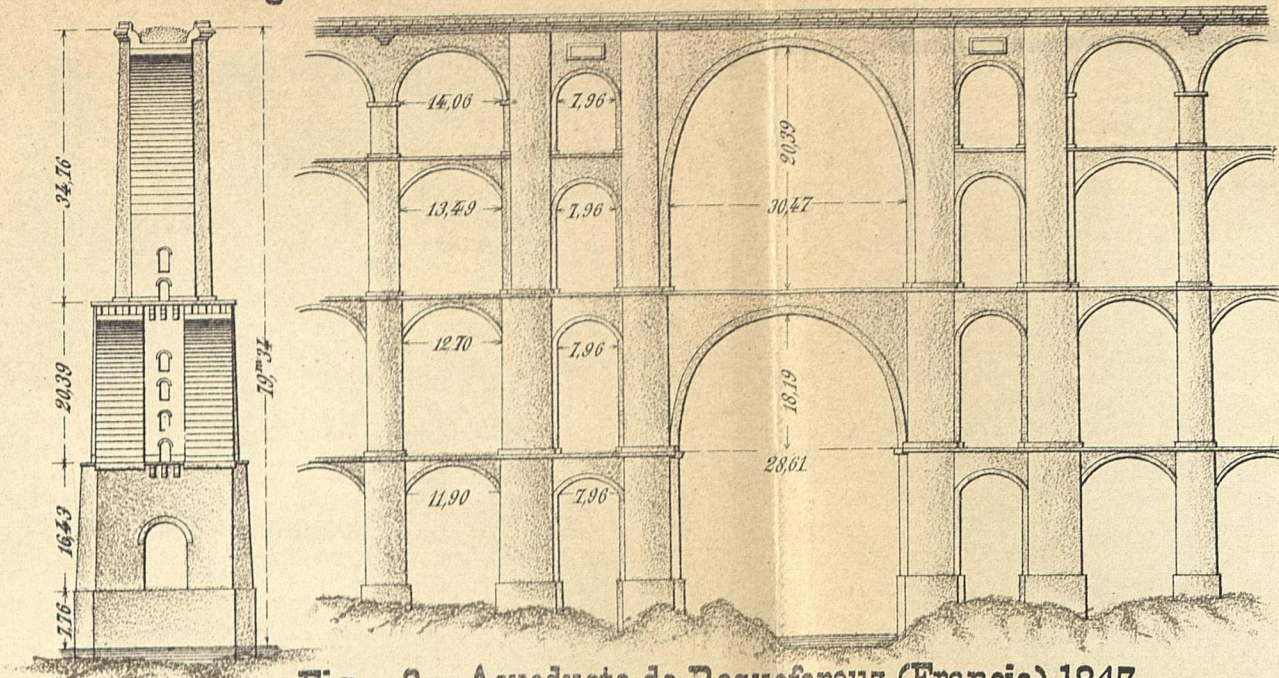


Fig. 2.—Acueducto de Roquefarouz (Francia) 1847.

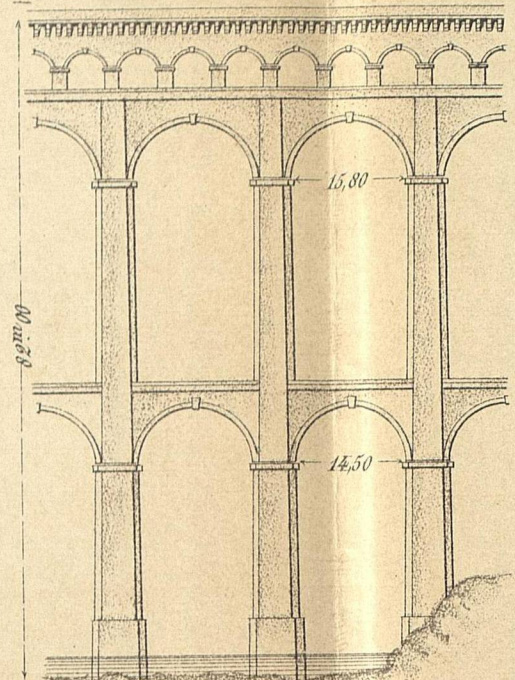


Fig. 3. Puente viaducto de Pino sobre el Duero. 8.ª solución. Presupuesto: de sillería, 1.727000 ptas.; de hormigón, 964000 ptas.

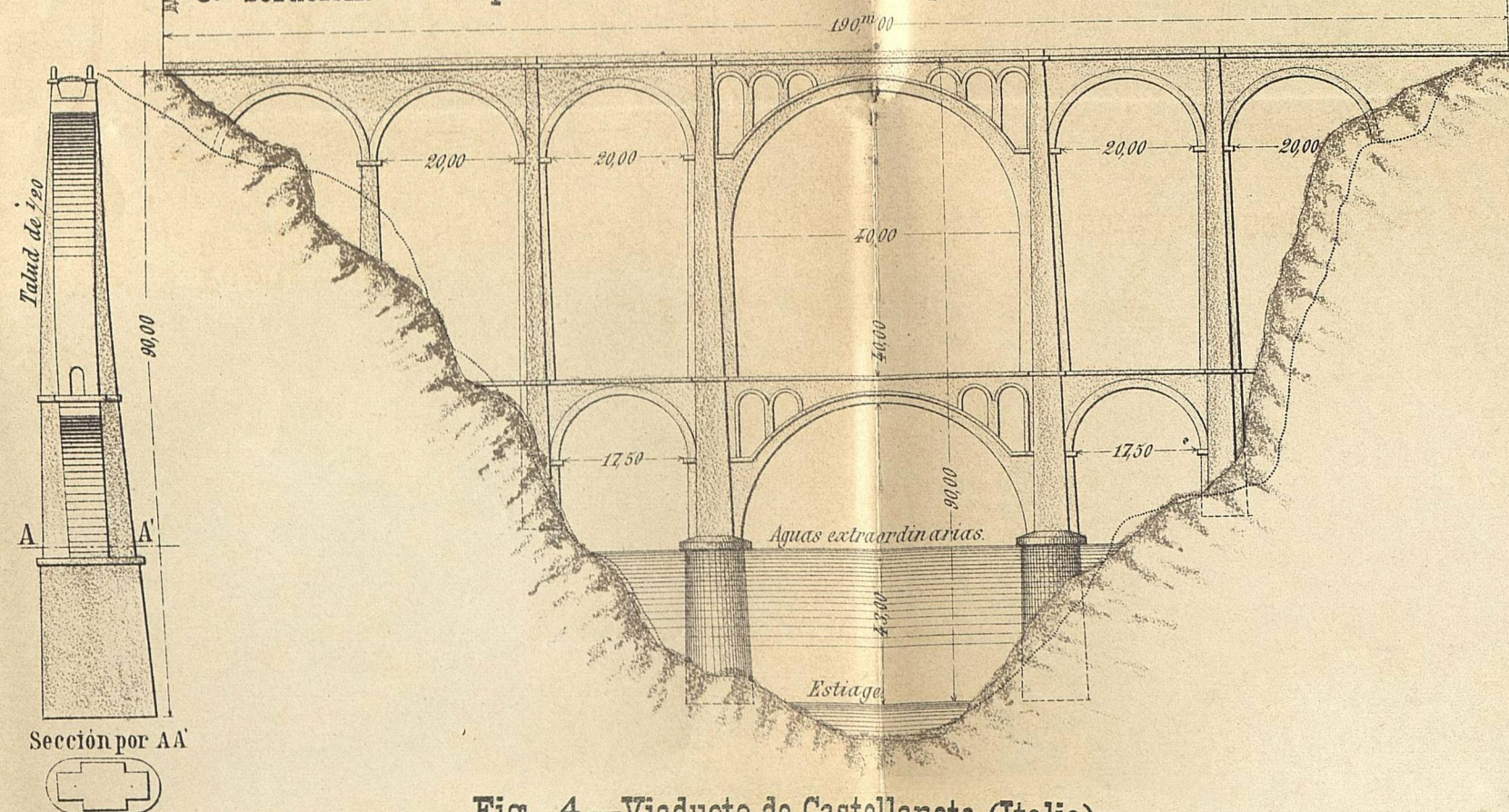


Fig. 4.—Viaducto de Castellaneta (Italia).

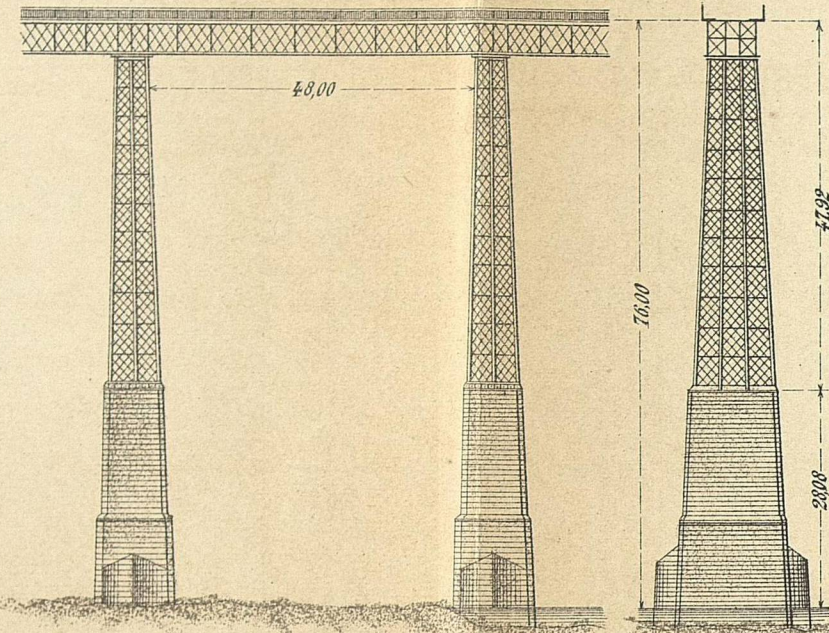


Fig. 5.—Viaducto de Friburgo (Suiza) 1863.

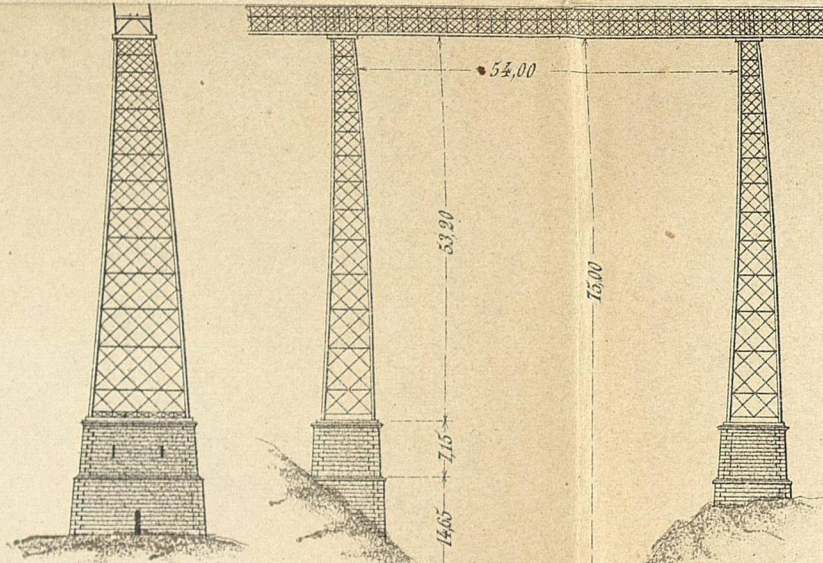


Fig. 6.—Puente viaducto de Pino sobre el Duero. 9.ª solución. Con pilas de sillería, 1.101000 ptas.; Con pilas metálicas y base de sillería, 652000 ptas. de hormigón, 697000 ; de hormigón, 412000

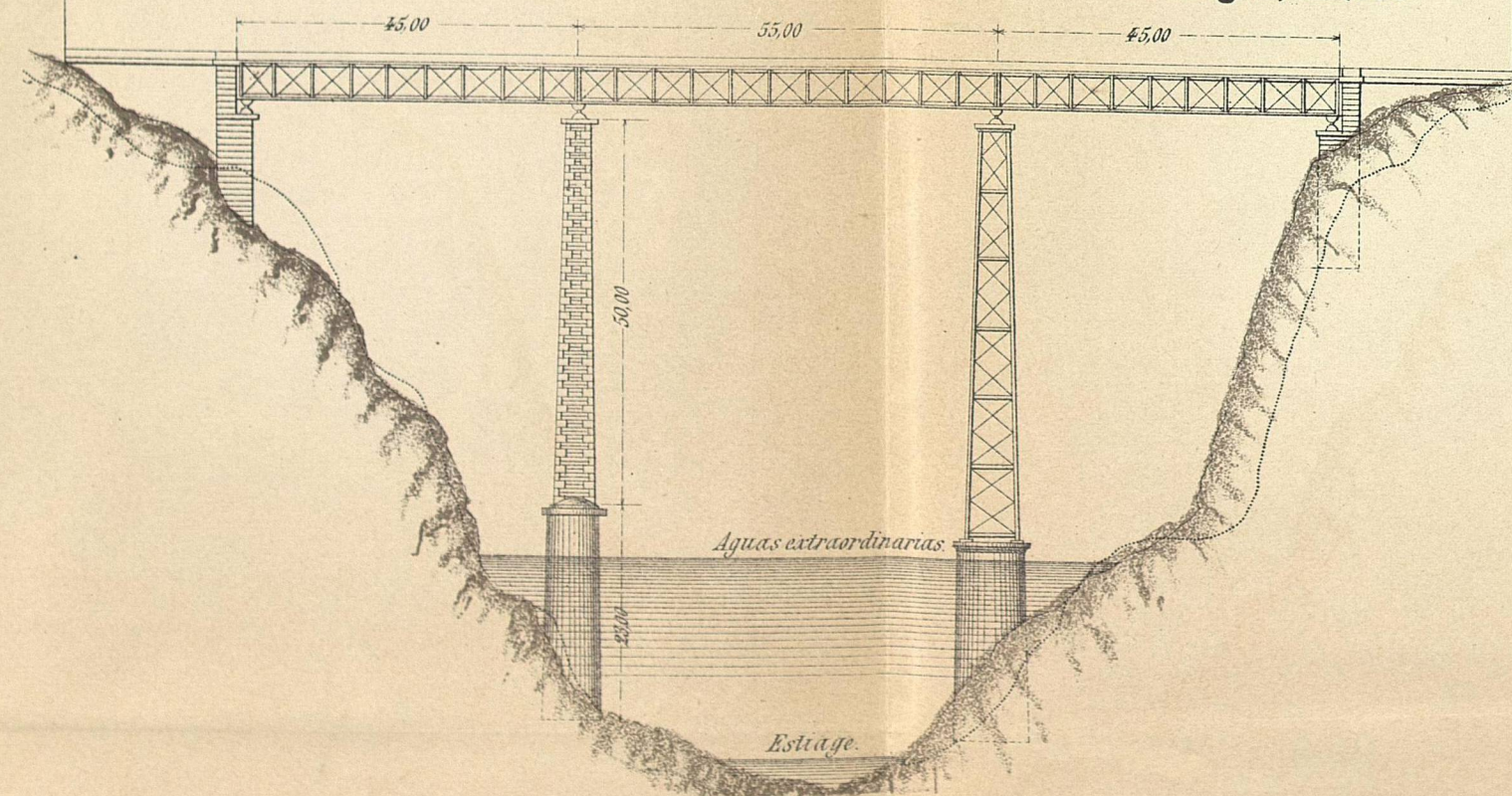


Fig. 7.—Puente sobre la Rance (Francia).

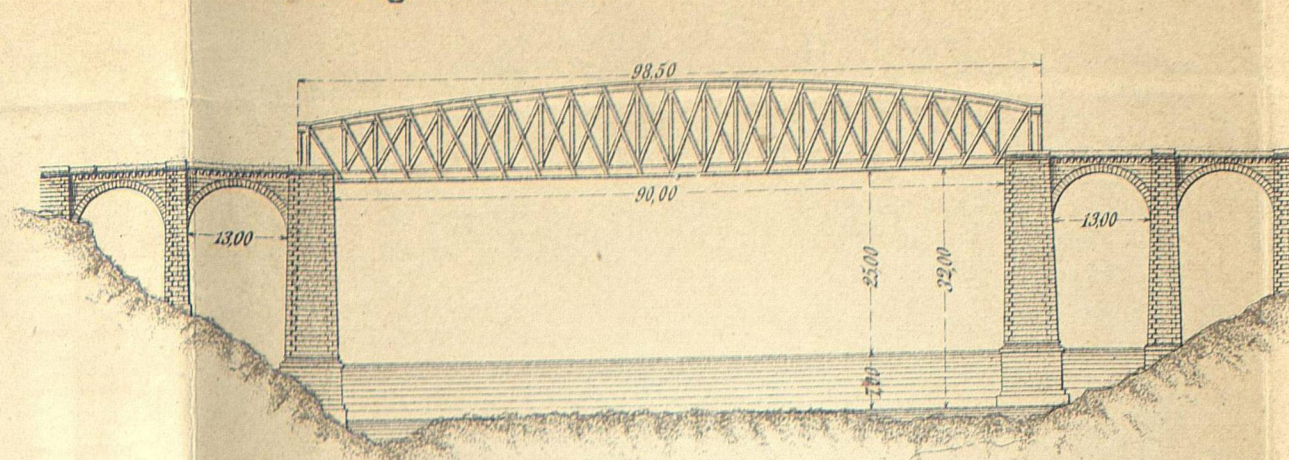


Fig. 8.—Puente de Moerdijk (Holanda) 1868.

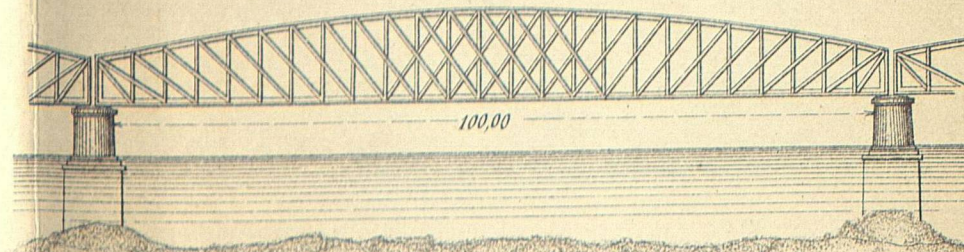


Fig. 9.—Puente viaducto de Pino sobre el Duero. 10.ª solución. Con fábrica de sillería, 655000 ptas. de hormigón, 582000

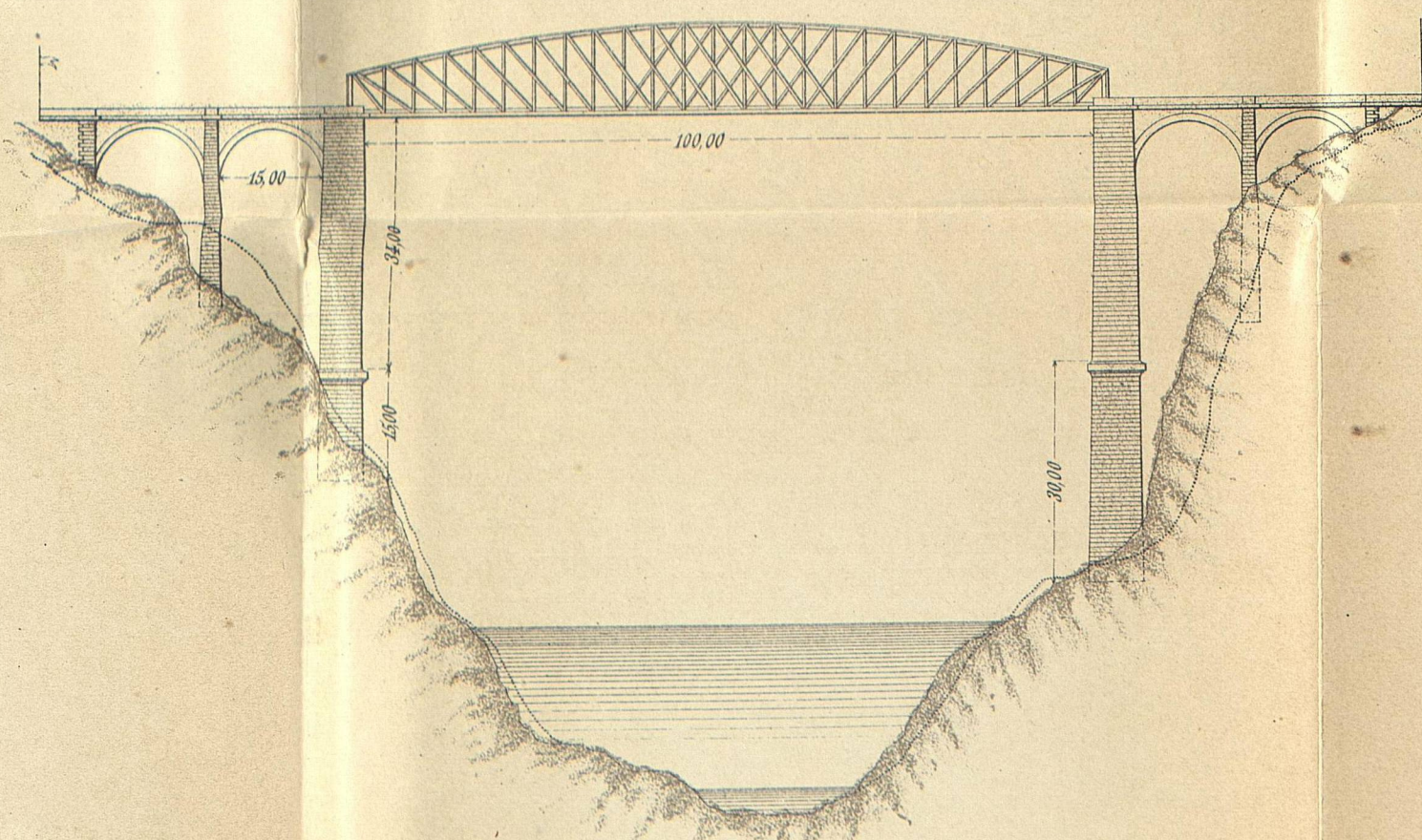


Fig. 10.—Viaducto sobre el Kentucky-River (Estados Unidos) 1877.

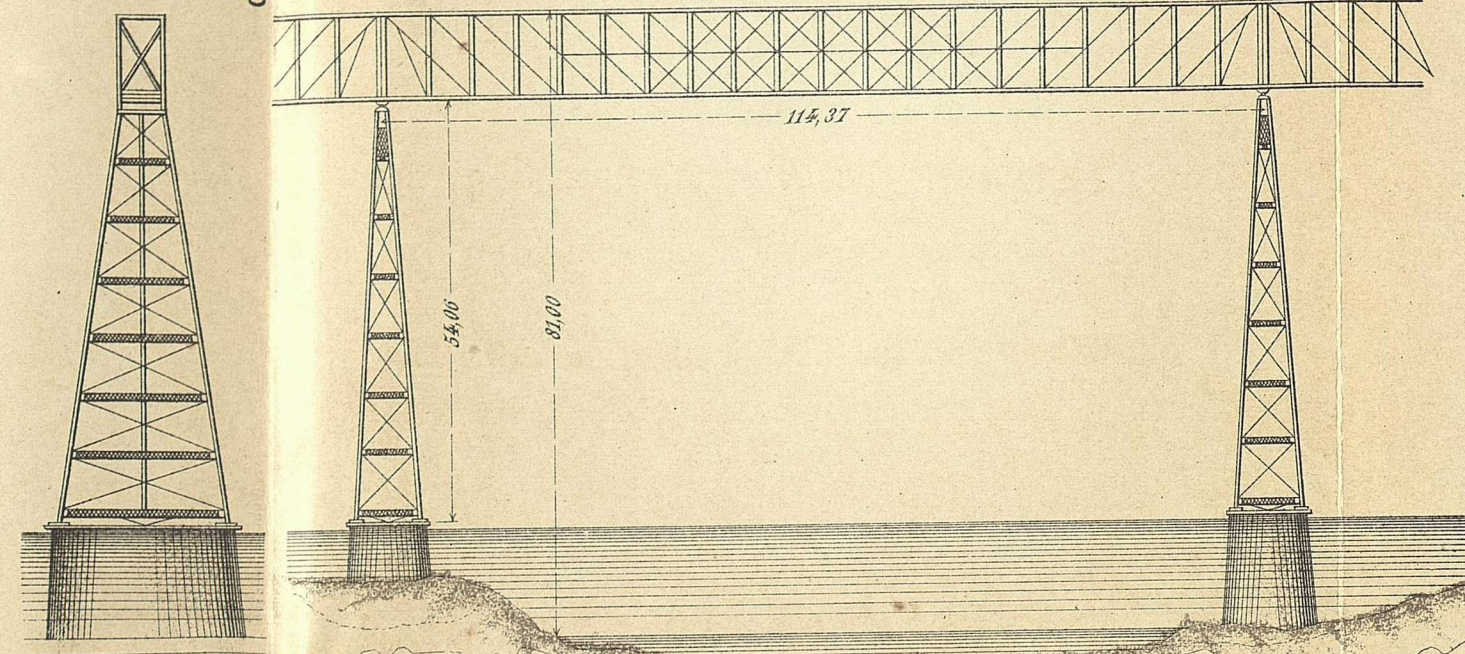


Fig. 11.—Puente de Cincinnati sobre el Ohio (Estados Unidos).

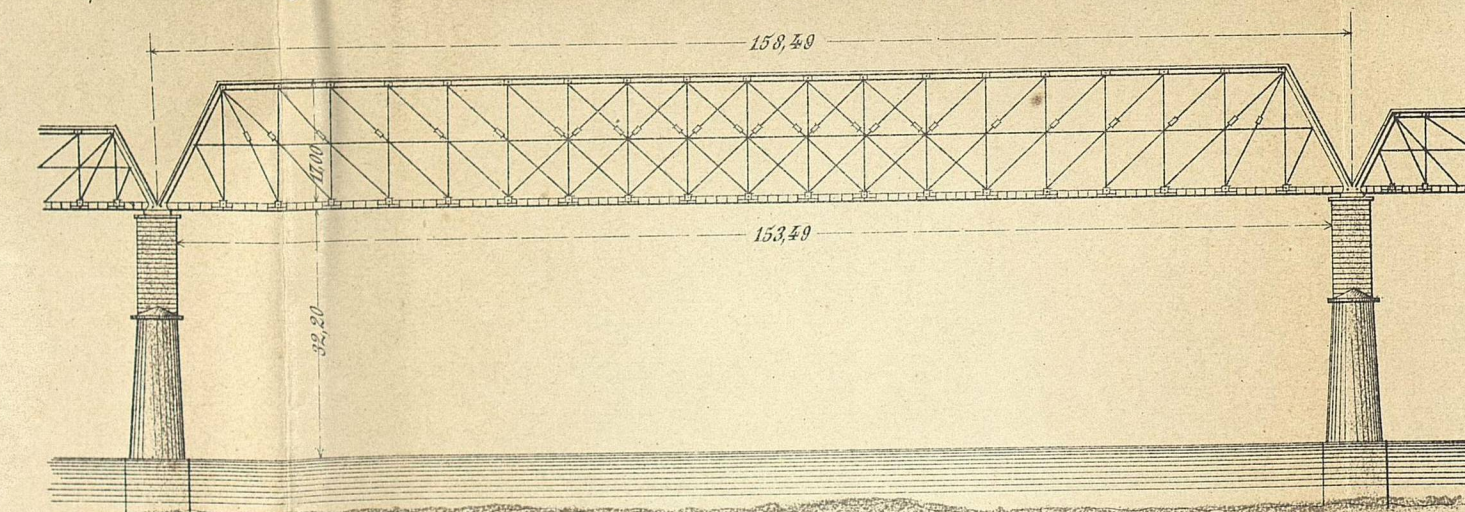


Fig. 12.—Puente viaducto de Pino sobre el Duero. 11.ª solución. Con fábricas de sillería, 575000 ptas. de hormigón, 474000

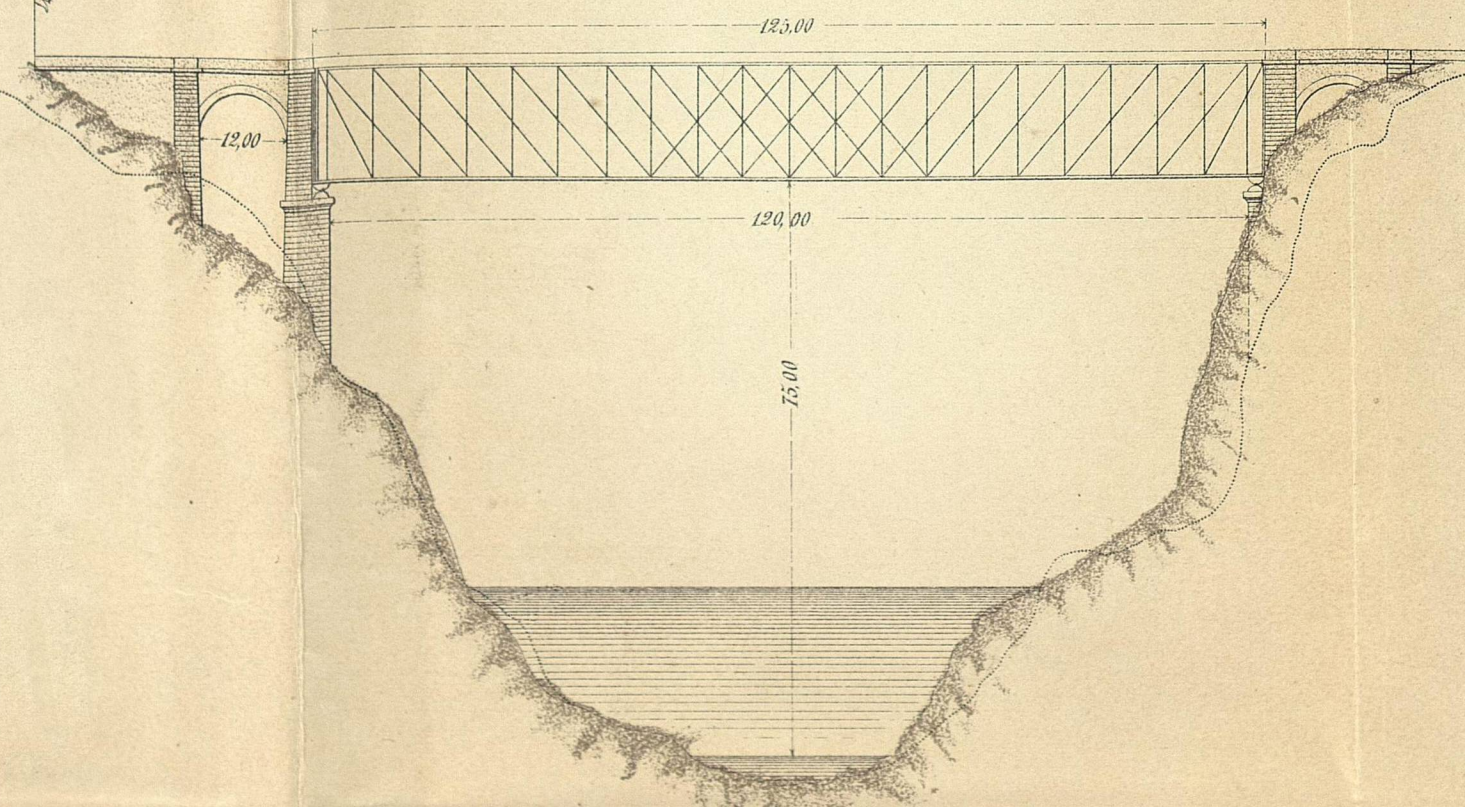


Fig. 13.—Puente de Saint-Illpize (Francia), 1879.

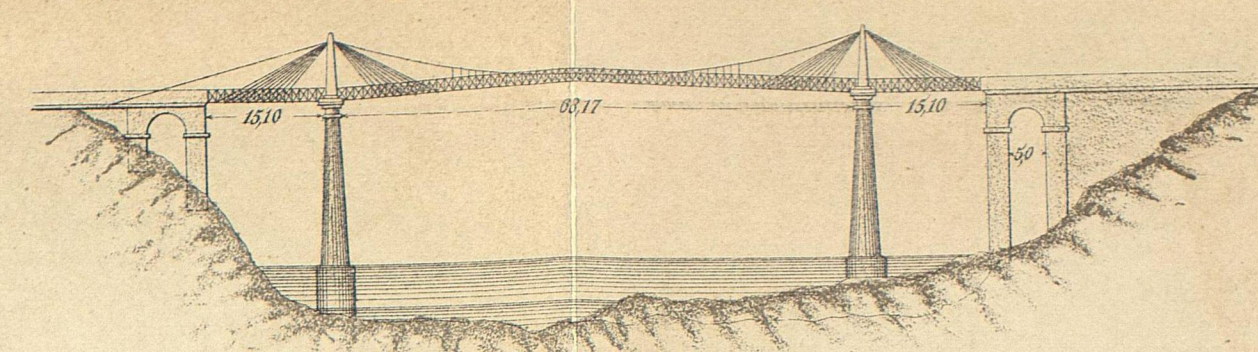


Fig. 14.—Point Bridge en Pittsburg (Estados Unidos) 1877.

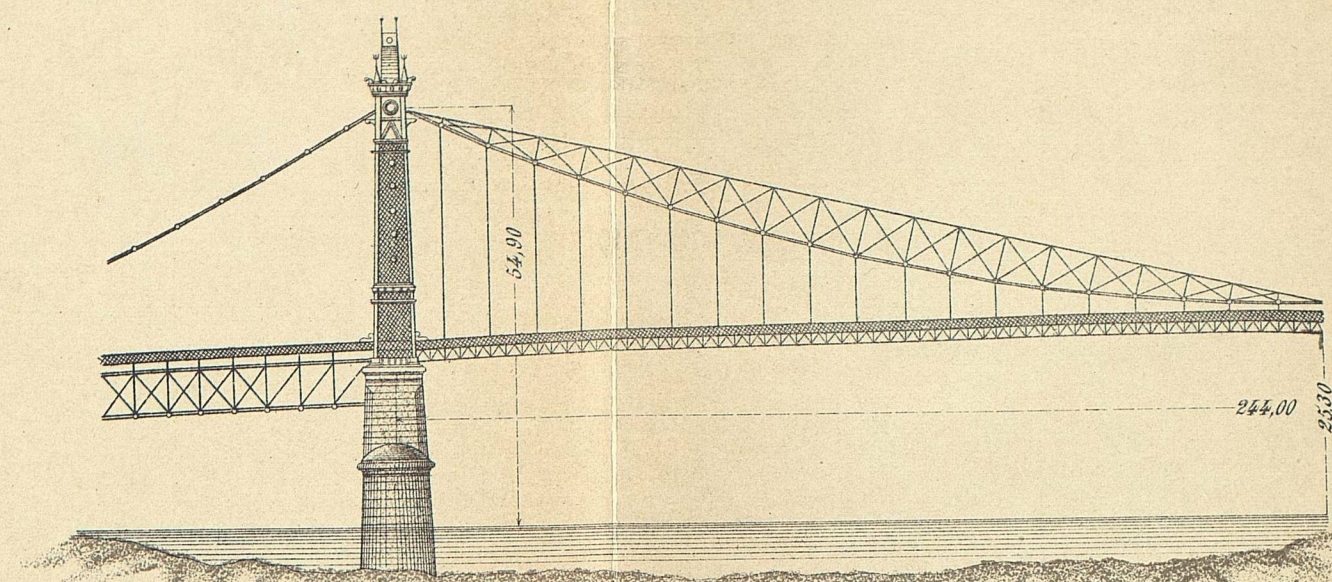
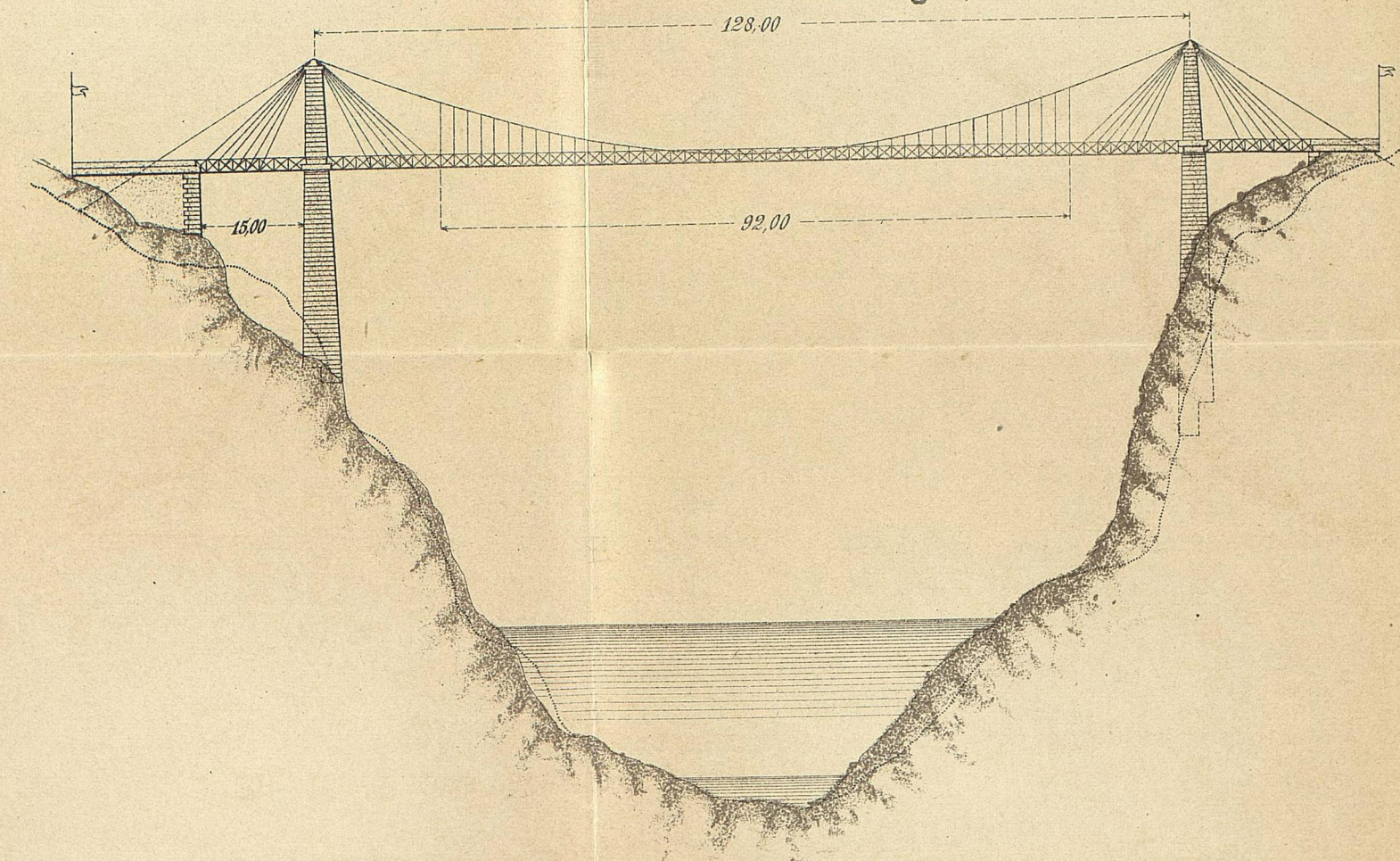
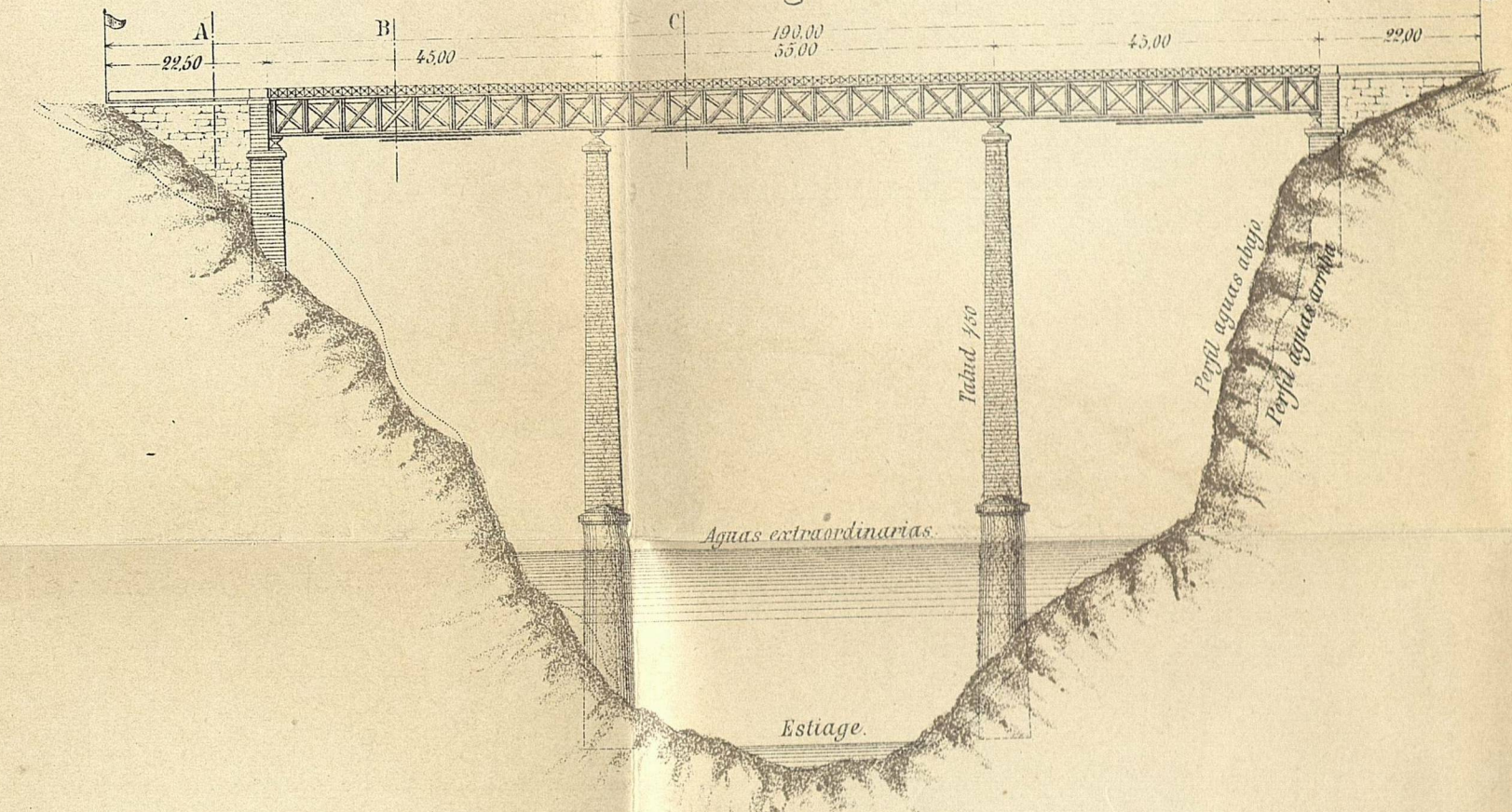


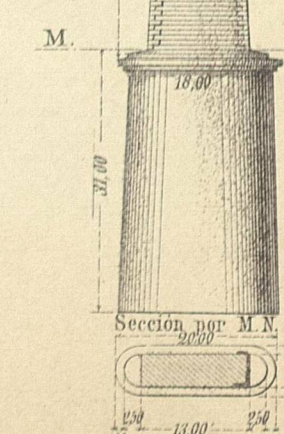
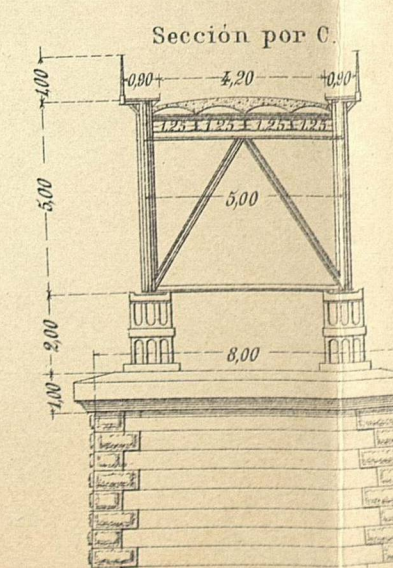
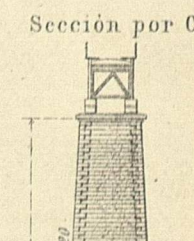
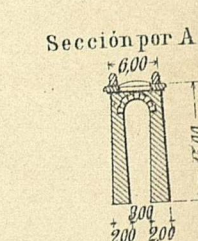
Fig. 15.—Puente viaducto de Pino sobre el Duero. 12.ª solución. Con fábricas de sillería, 307000 ptas. de hormigón, 264000



9.ª solución. Tramos rectos sobre pilas de fábrica. Alzado general.

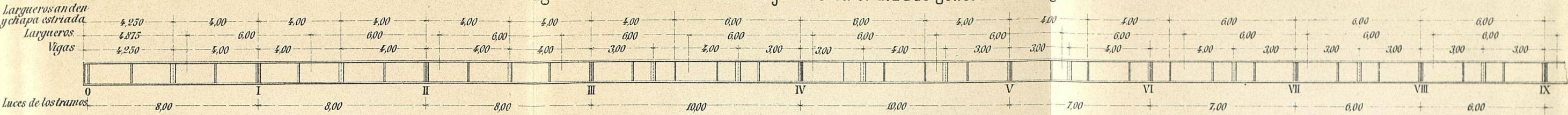


Secciones transversales.

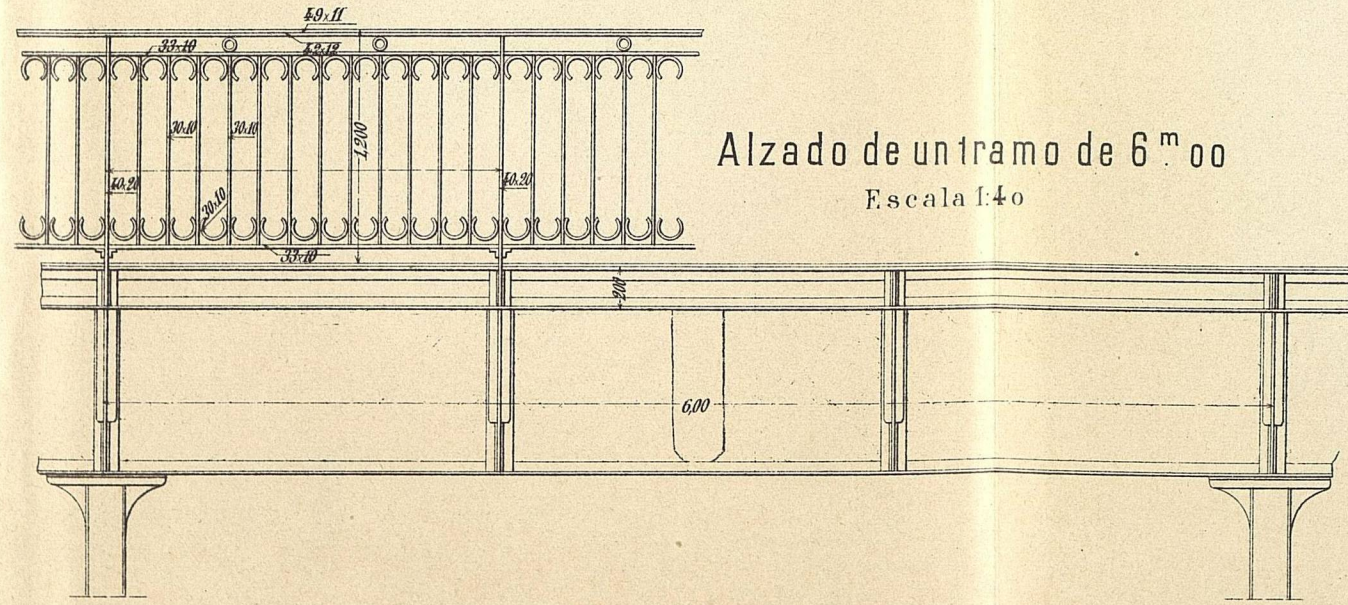
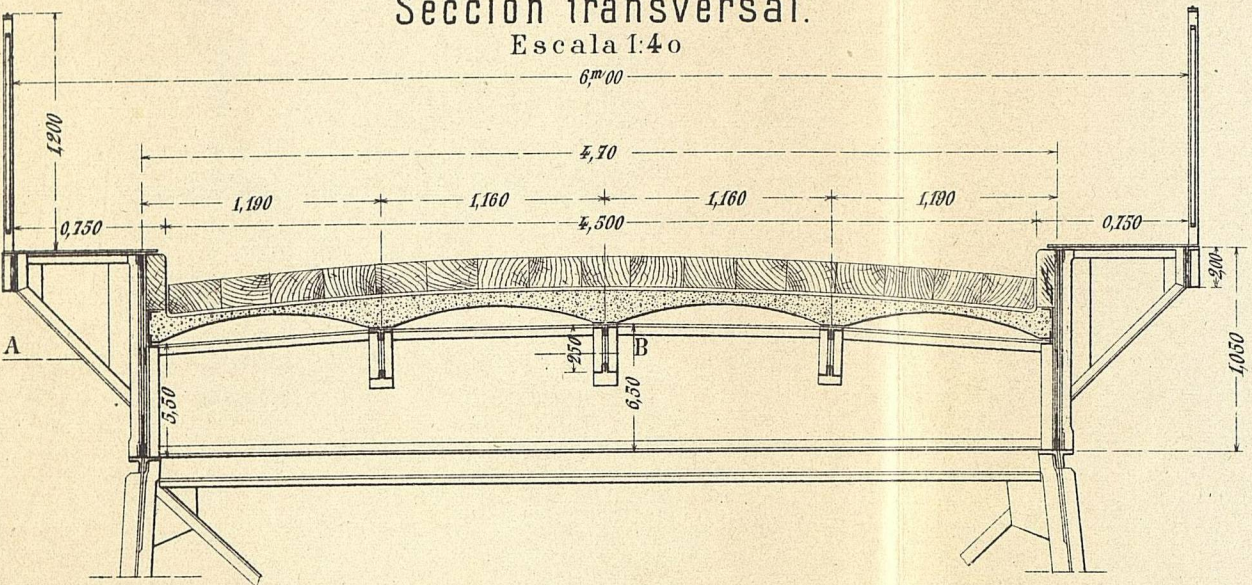


CONJUNTOS DE LOS TRAMOS CON VIGAS DE ALMA LLENA
Diagrama de la distribución de juntas en el alzado general de la viga.

Escala 1:200

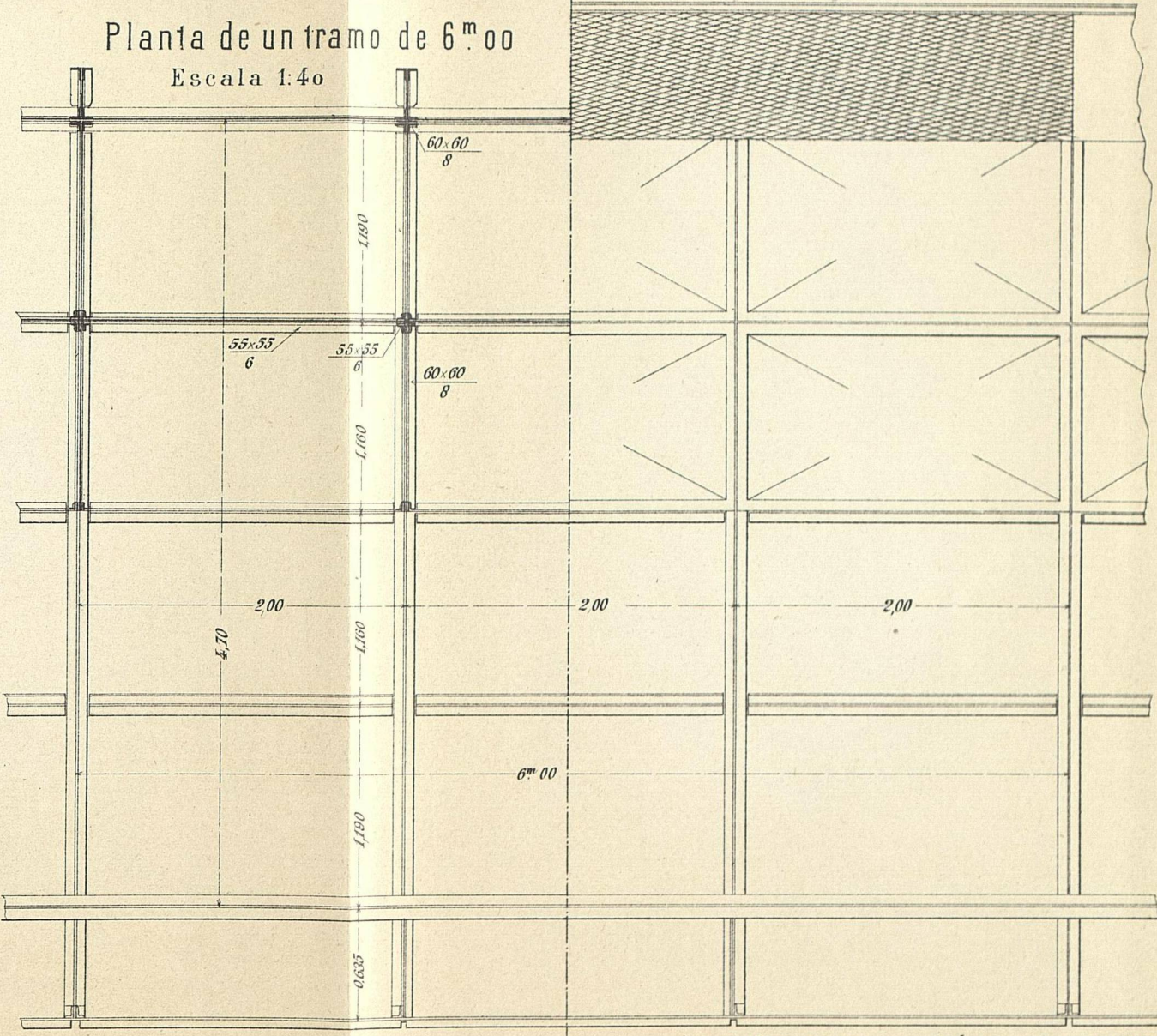


Sección transversal.
Escala 1:40



Alzado de un tramo de 6^m 00
Escala 1:40

Planta de un tramo de 6^m 00
Escala 1:40

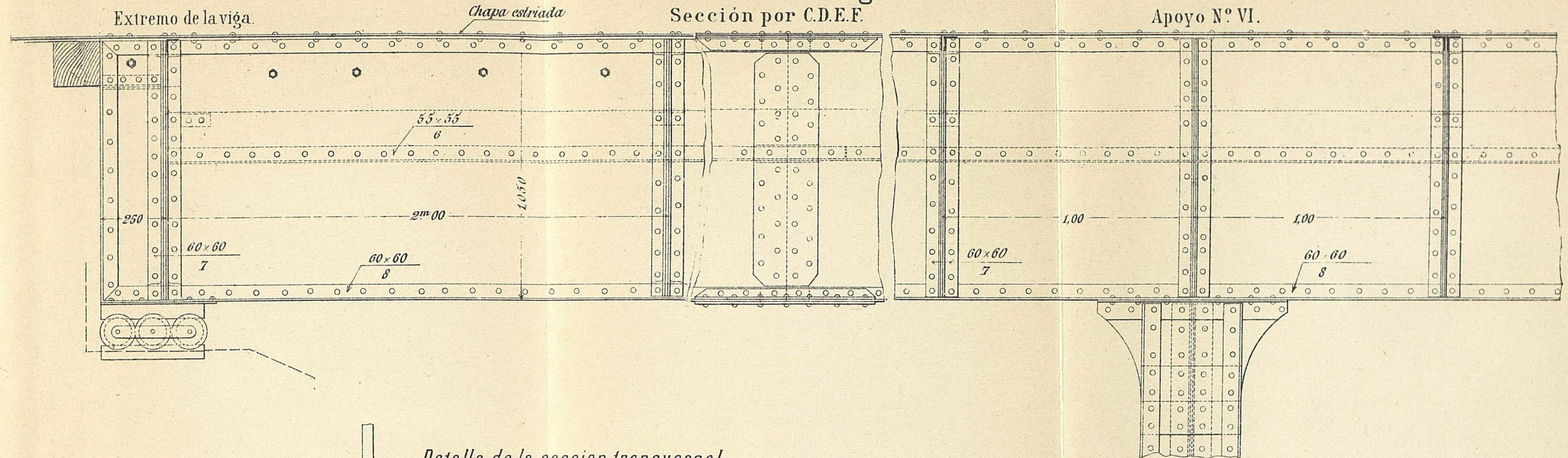


LIT-MENDEZ-ISABEL LA CATÓLICA 25-MADRID

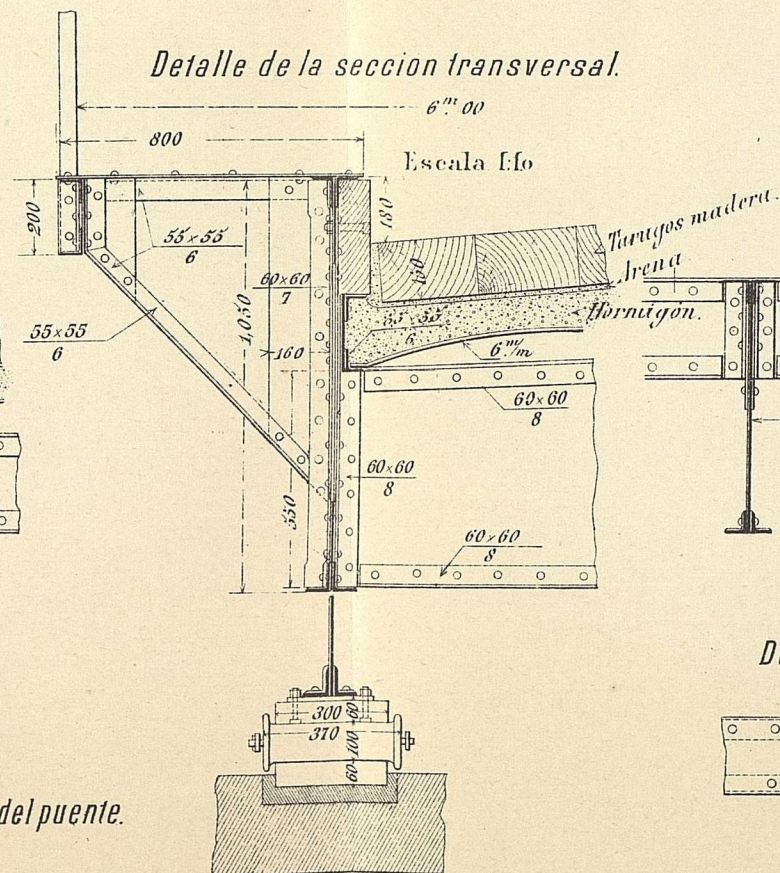
DETALLES DE LOS TRAMOS CON VIGAS DE ALMA LLENA

Alzado de una viga Escala 1:20

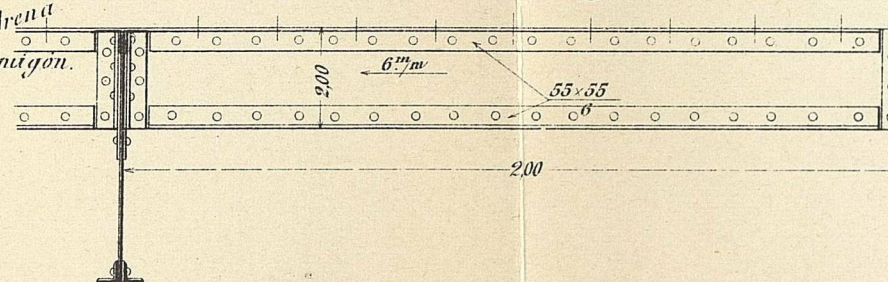
Sección por C.D.E.F.



Detalle de la sección transversal.

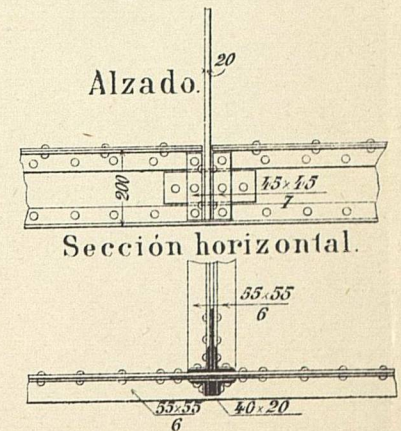


Alzado de un larguero.

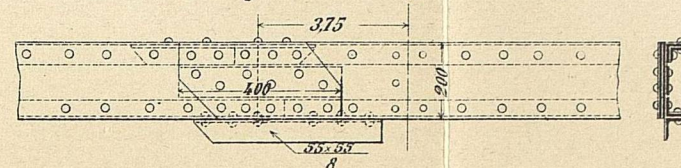


Larguero de anden.

Alzado.

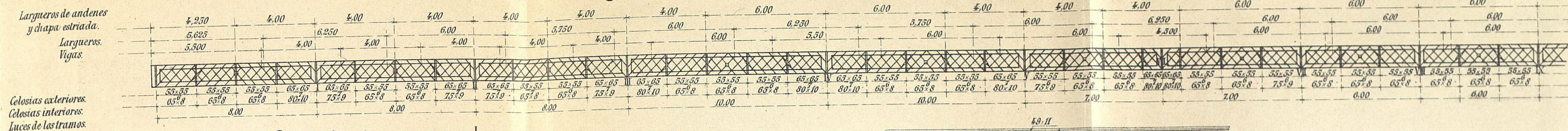


Detalle de una junta de larguero central.

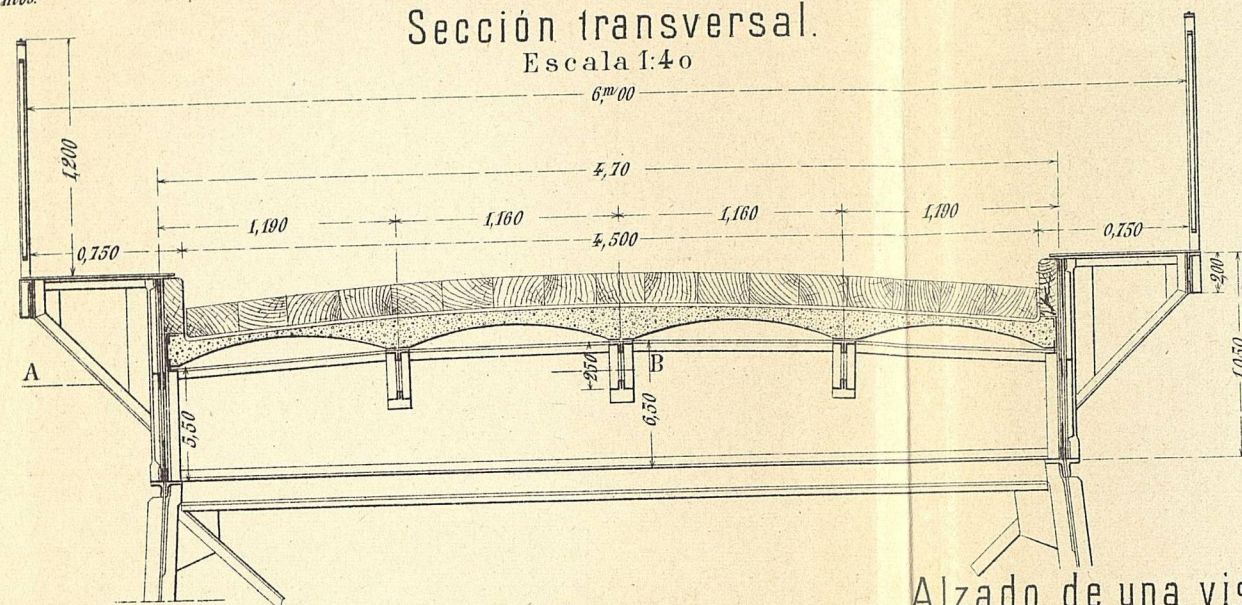


Sección por el eje del tramo en el extremo del puente.

*Largueros de andenes
y chapa estriada.
Largueros.
Vigas.*



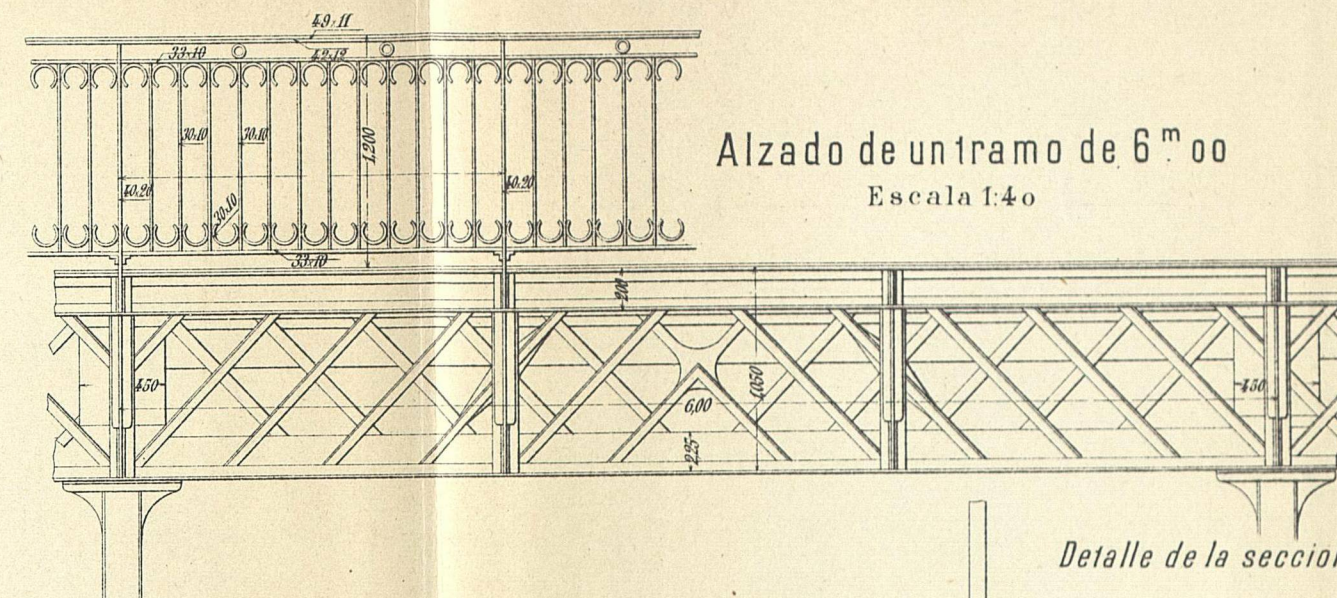
Escala 1:40



Alzado de una viga

Sección por C.D.E.F.

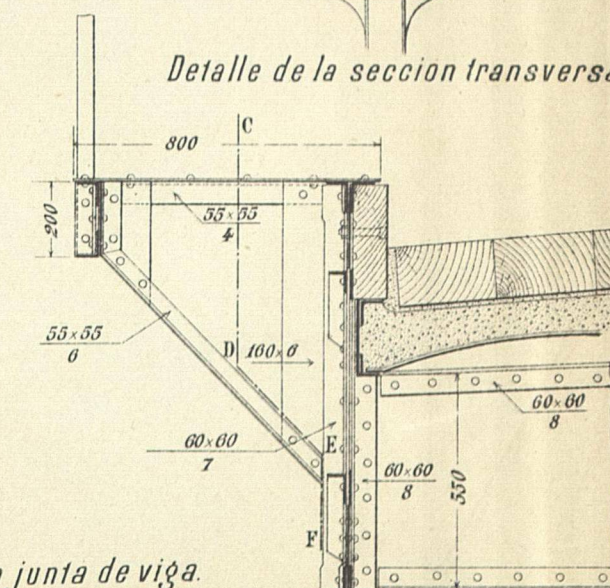
Escala 1:20



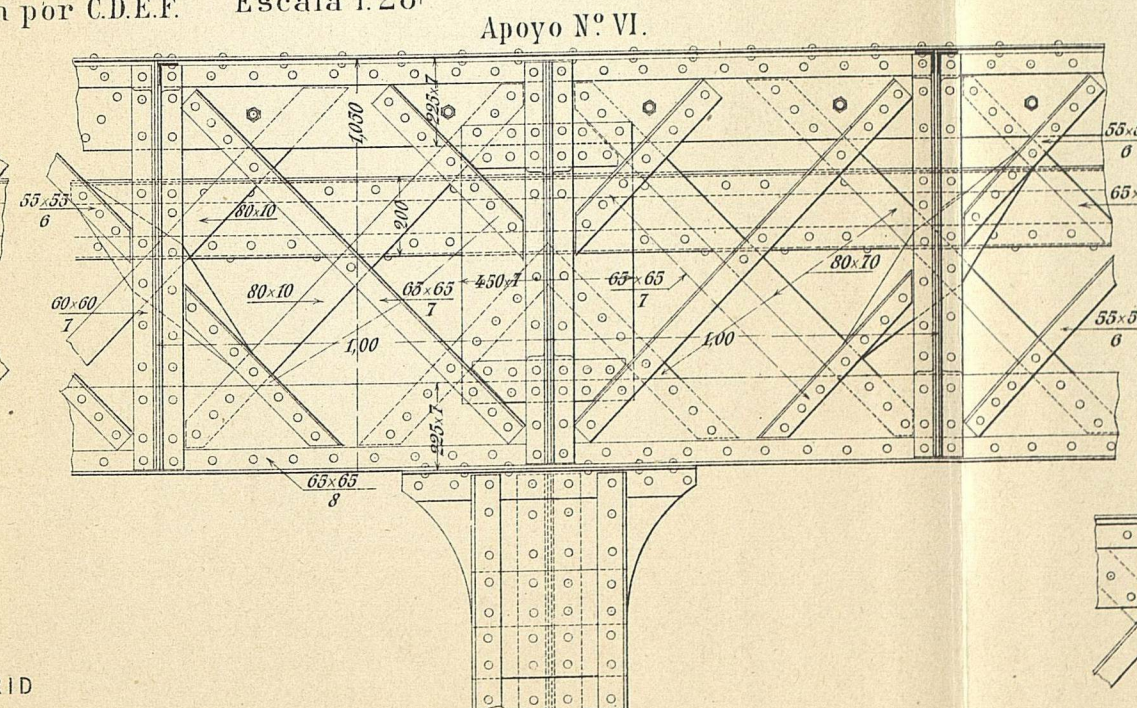
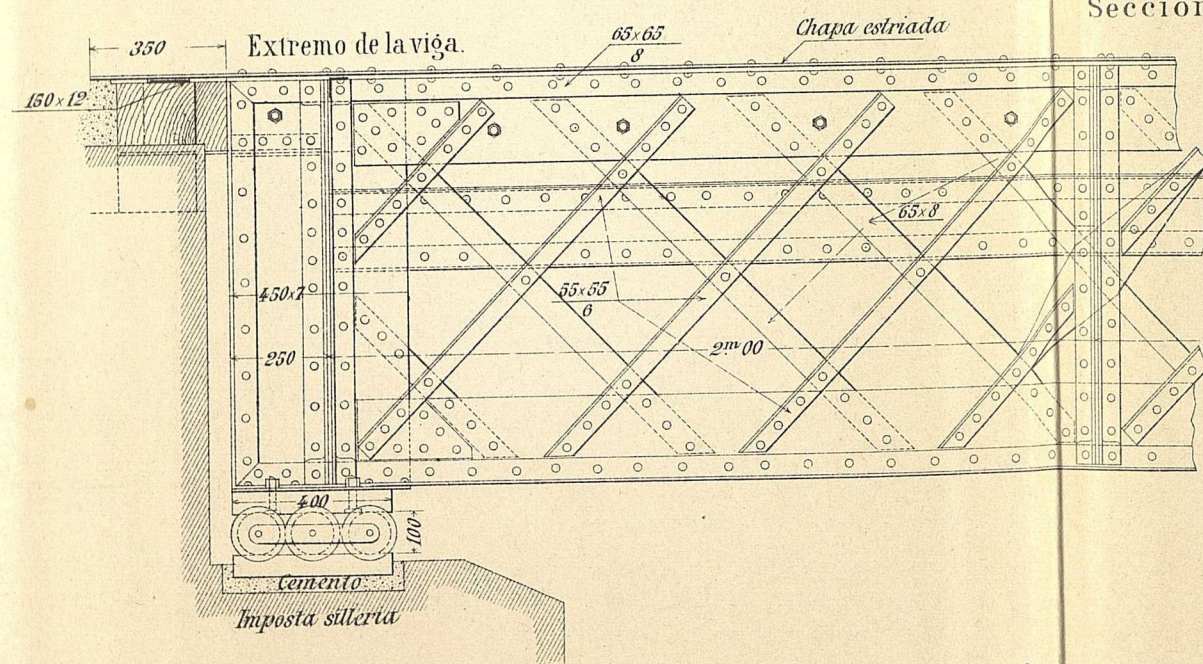
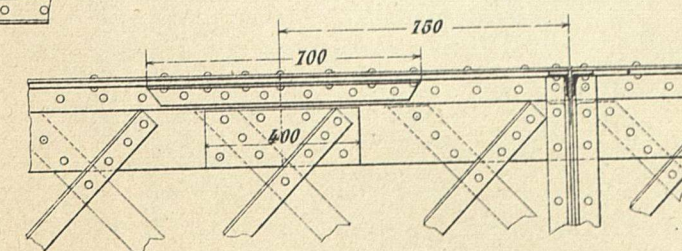
Alzado de un tramo de 6^m 00

Escala 1:40

Detalle de la seccion transversal.



Detalle de una junta de viga.

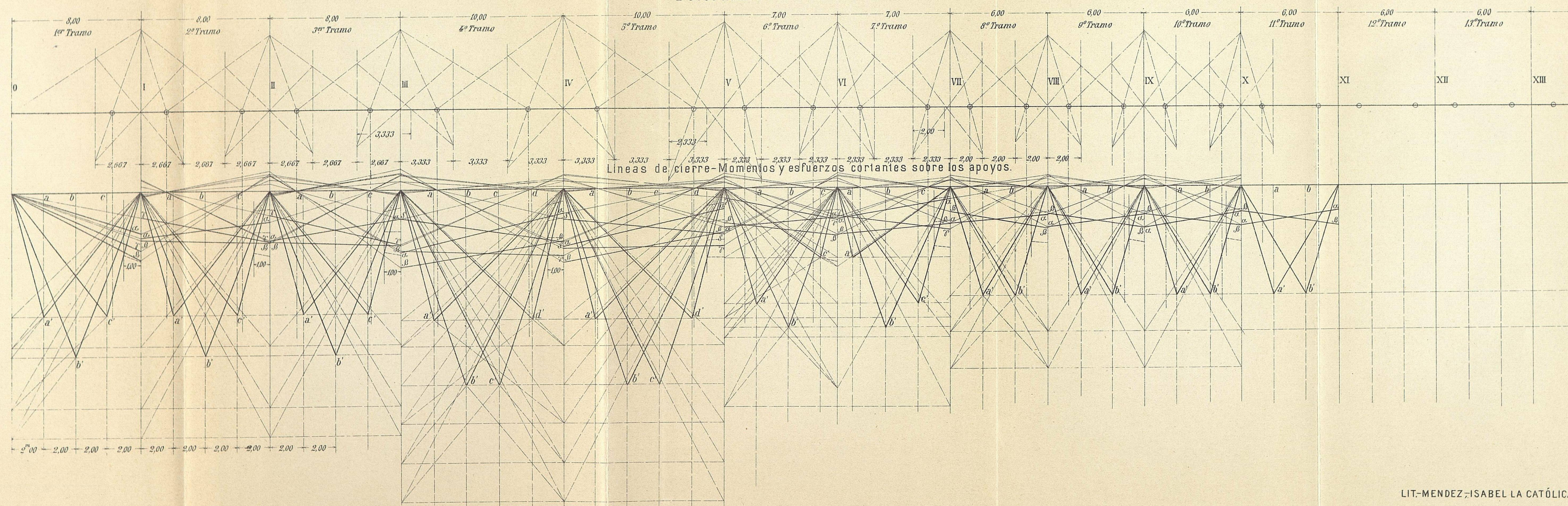


Los demás detalles son
iguales á los de las vigas de
55x55 alma llena.

LIT-MENDEZ, ISABEL LA CATÓLICA 25-MADRID

CÁLCULO GRÁFICO DE LOS TRAMOS.

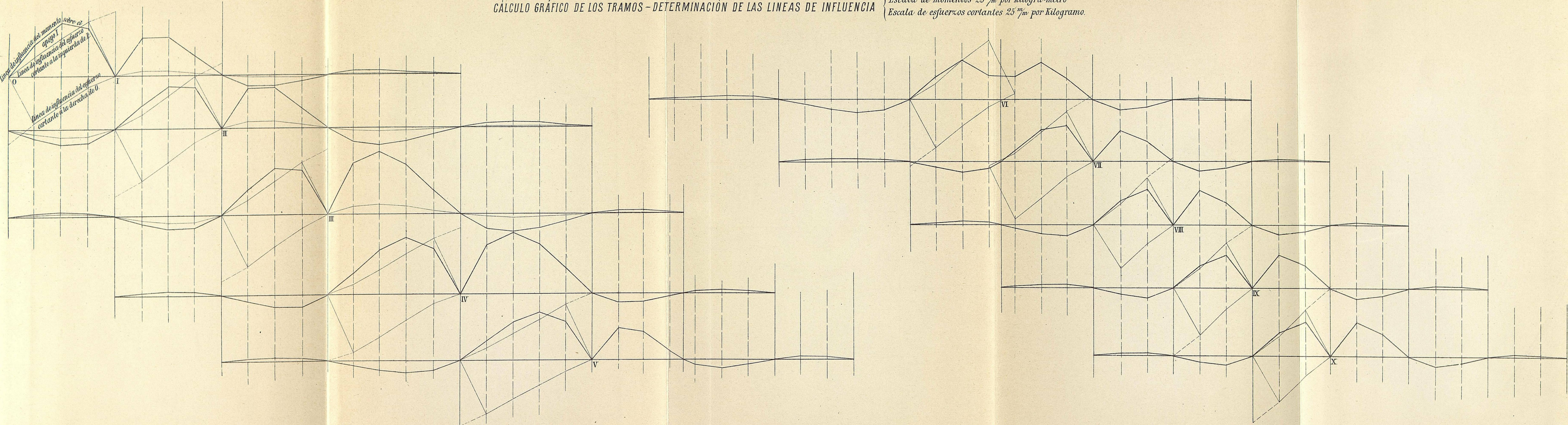
Determinación de los focos.



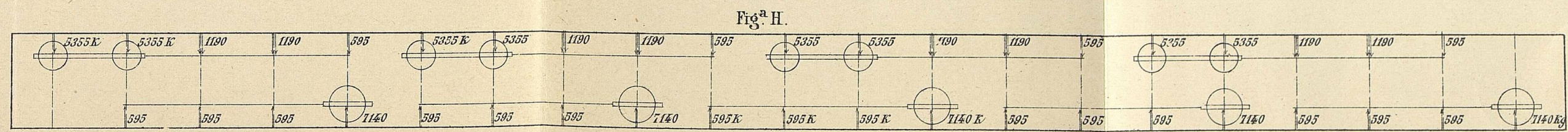
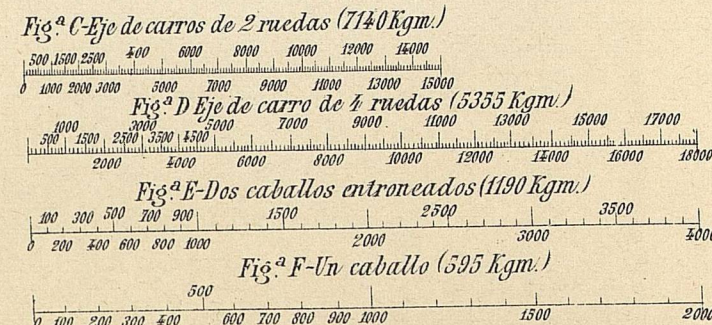
LIT.-MENDEZ, ISABEL LA CATÓLICA 25-MADRID

CÁLCULO GRÁFICO DE LOS TRAMOS—DETERMINACIÓN DE LAS LINEAS DE INFLUENCIA

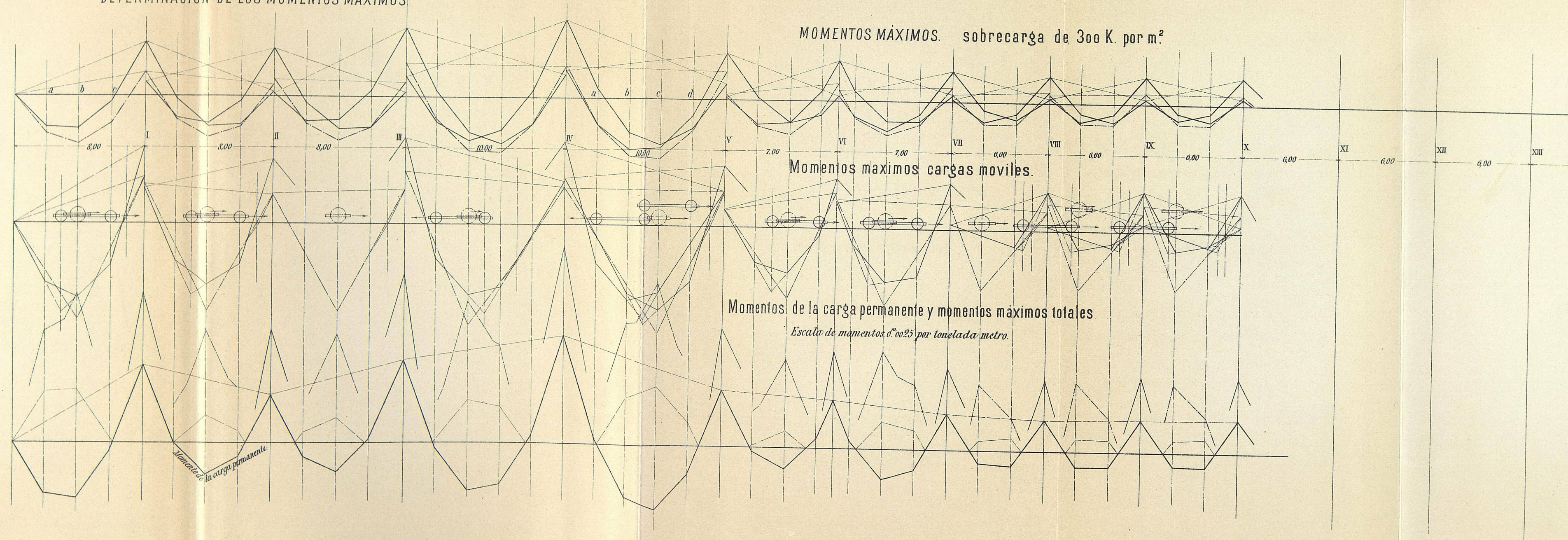
{Escala de momentos 25^m por Kilogra-metro
Escala de esfuerzos cortantes 25^m por Kilogramo.



Escala de los momentos flectores (Kilogramos-metros) y de los esfuerzos cortantes (Kilogramos)



DETERMINACIÓN DE LOS MOMENTOS MÁXIMOS



DETERMINACIÓN DE LOS ESFUERZOS CORTANTES MÁXIMOS.

Esfuerzos cortantes máximos sobrecarga de 300 K. por m².

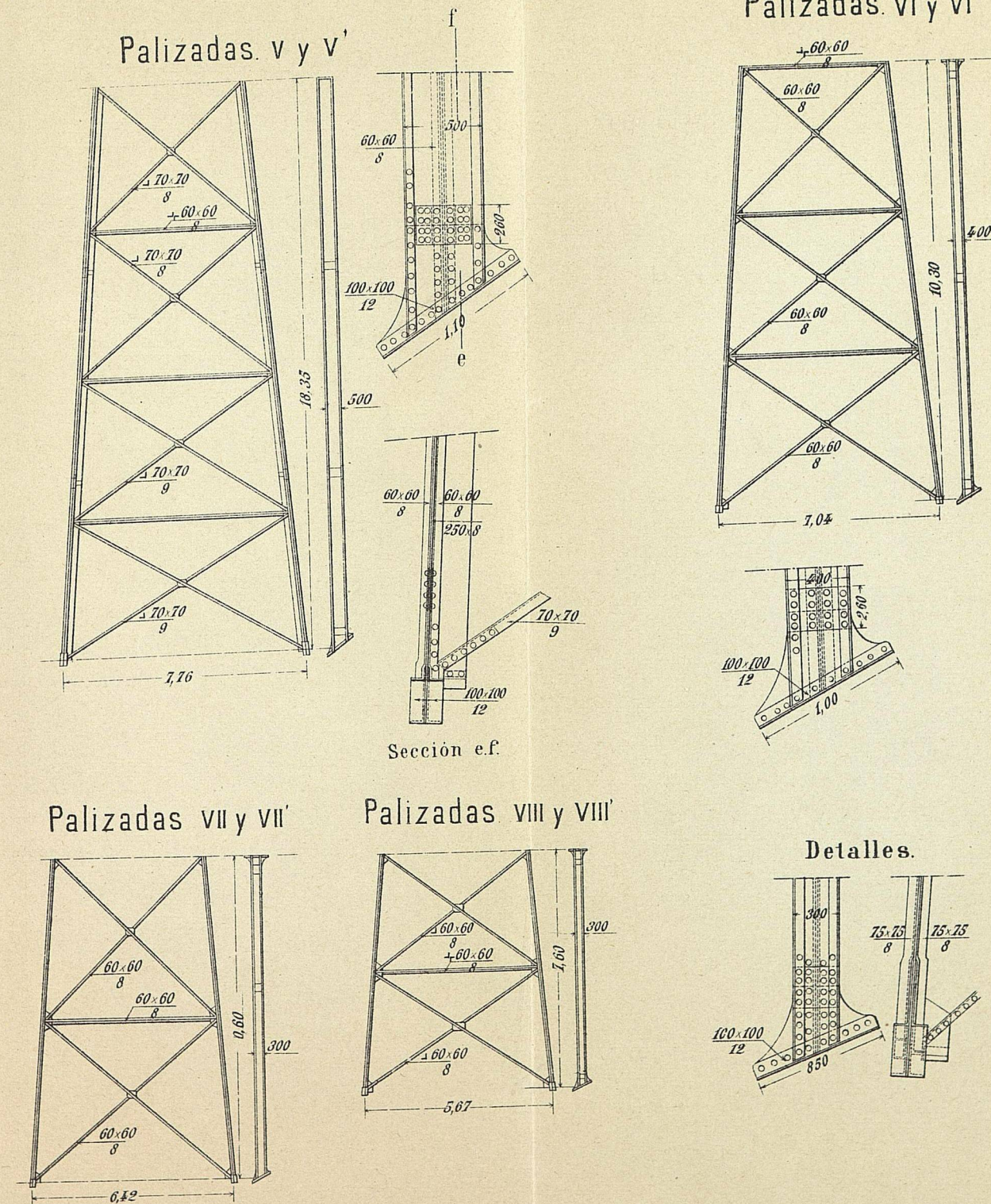
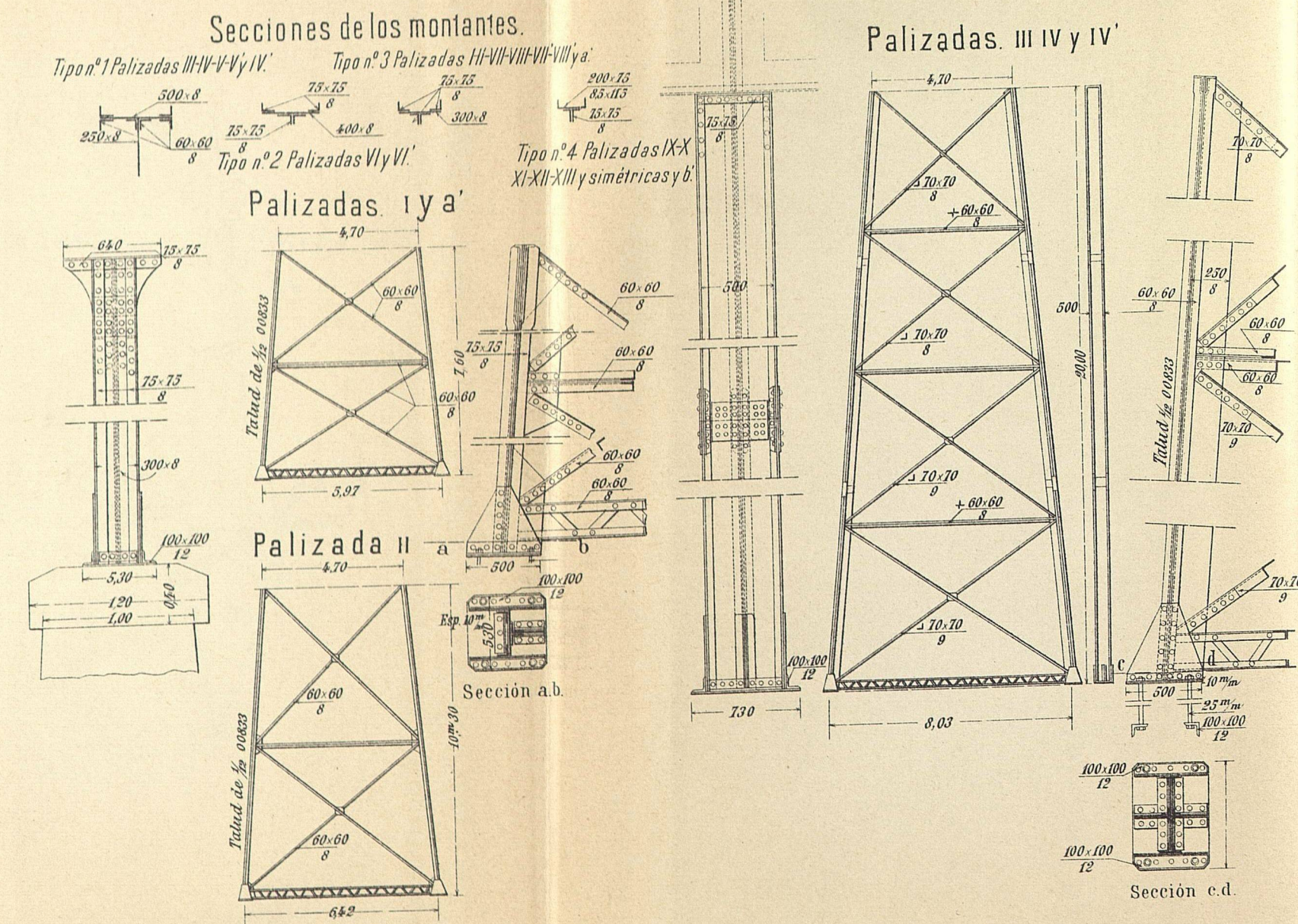
Esfuerzos cortantes máximos cargas móviles.

Esfuerzos entrantes de la carga permanente y esfuerzos cortantes máximos totales.

Escala de los esfuerzos cortantes 0'0025 por tonelada.

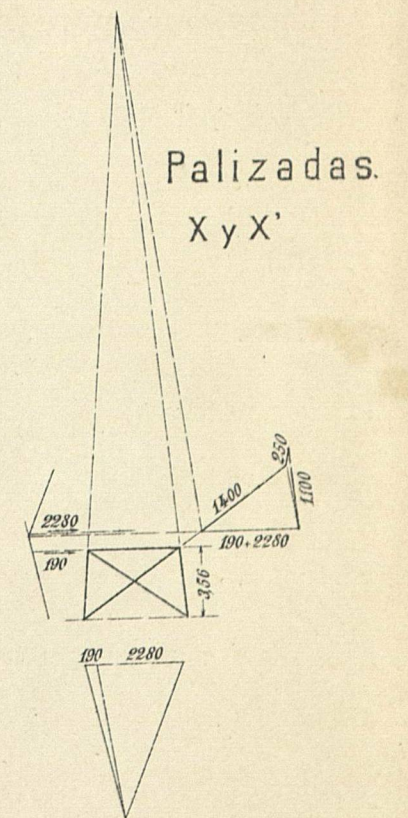
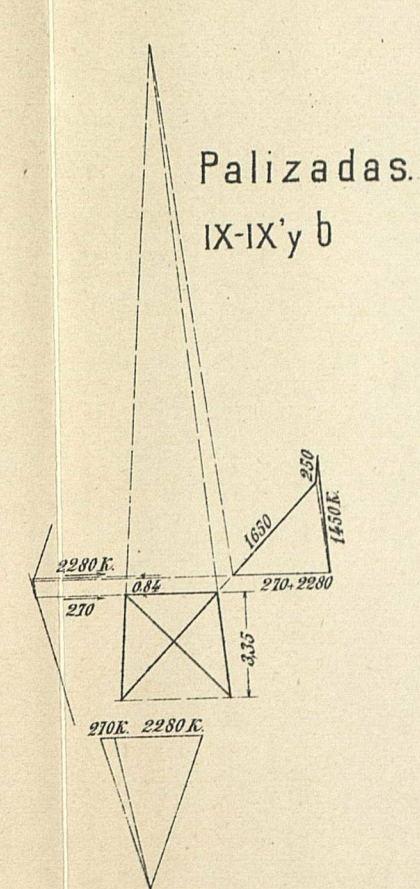
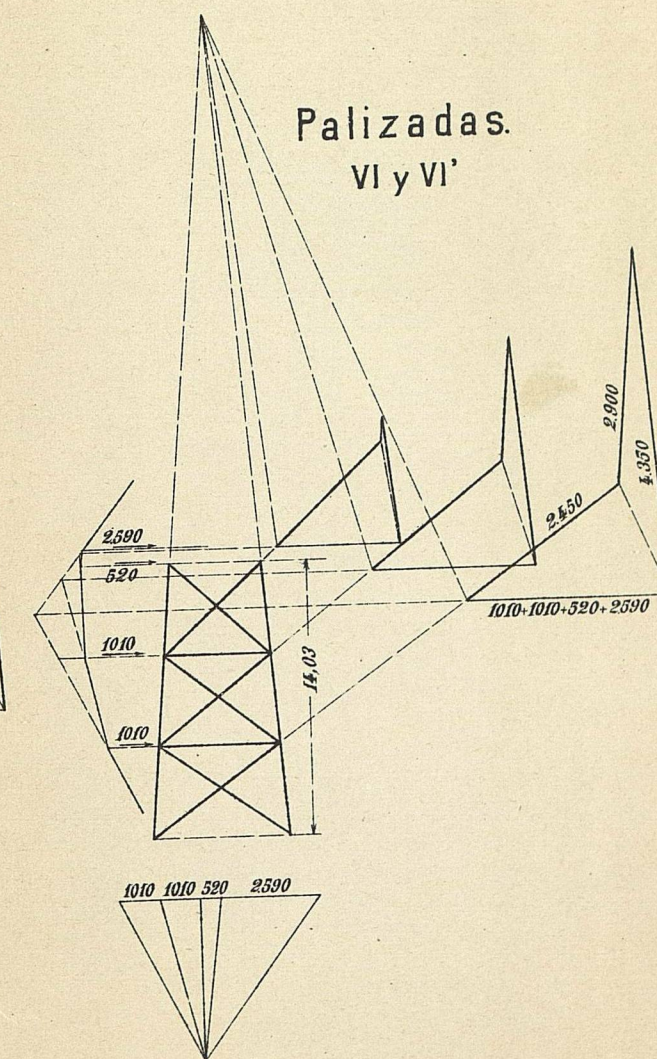
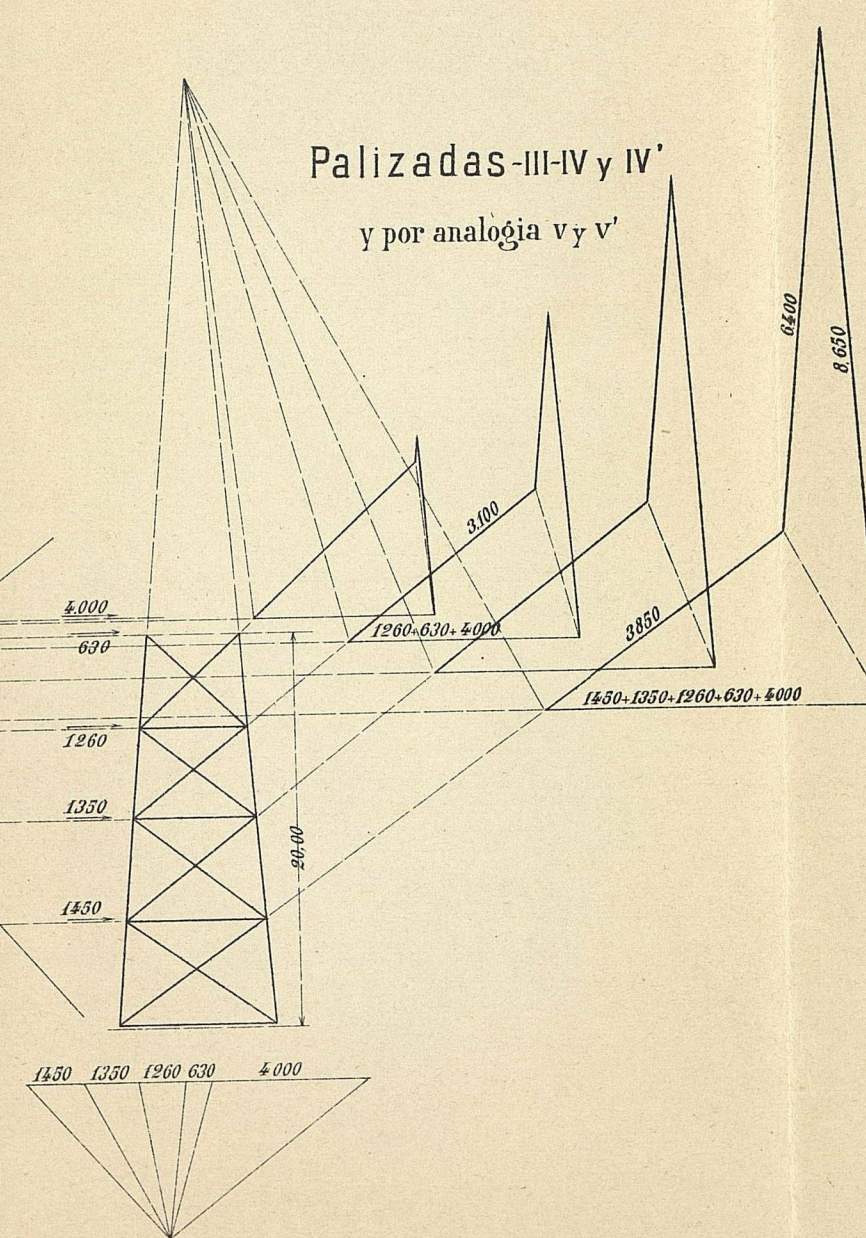
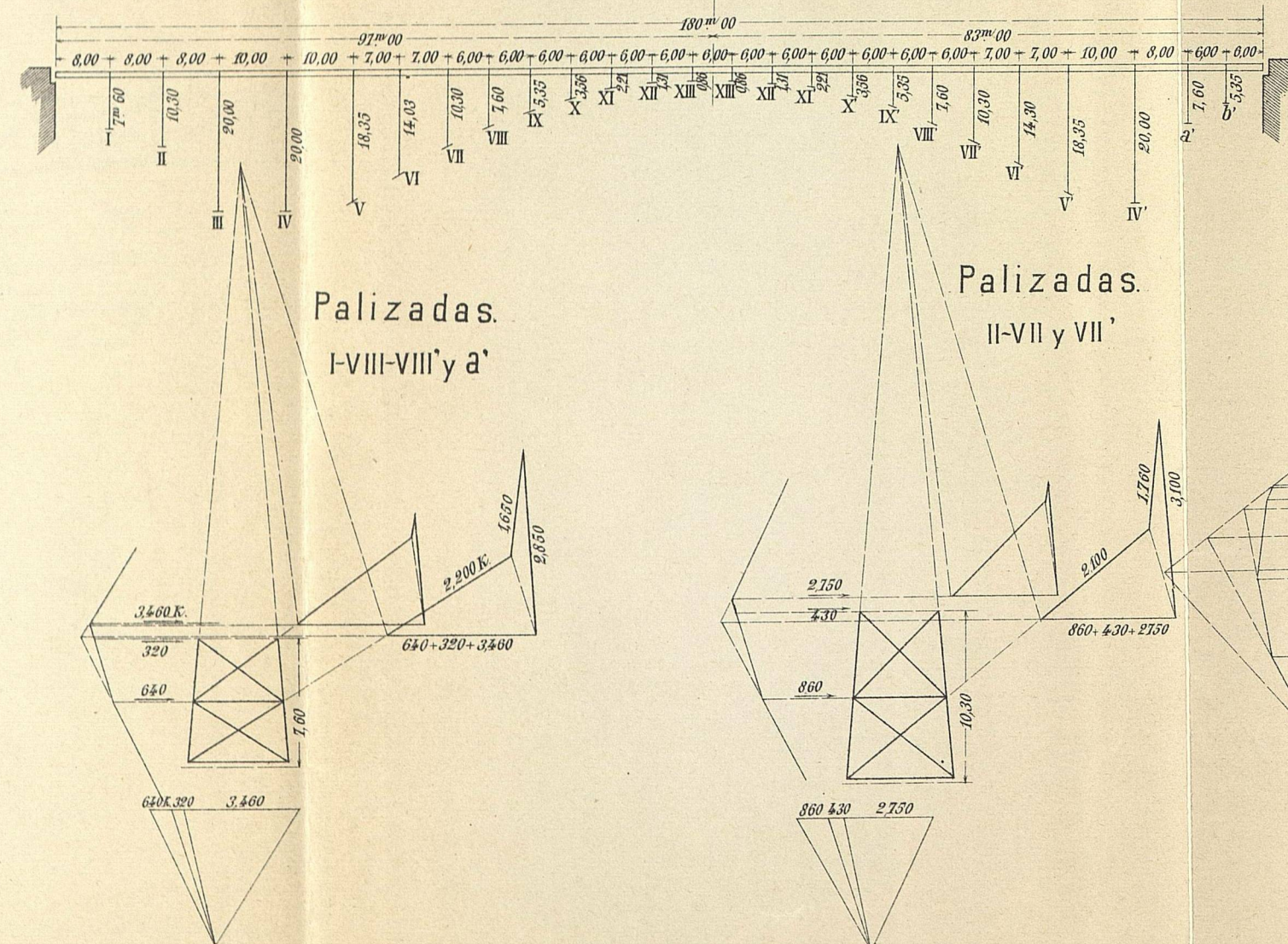
LIT-MENDEZ-ISABEL LA CATÓLICA 25-MADRID

DETALLES DE LAS PALIZADAS.



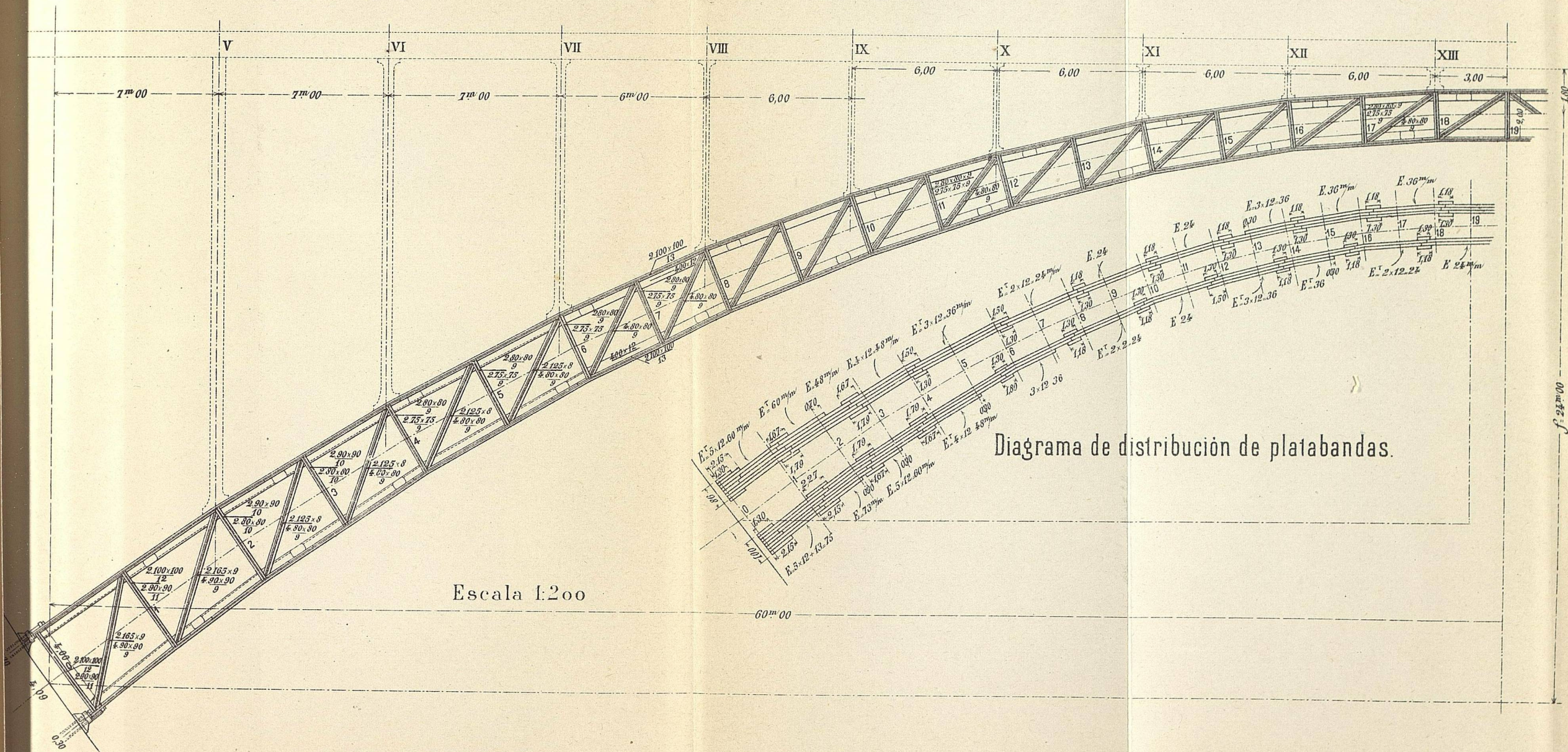
CÁLCULO GRÁFICO DE LAS PALIZADAS.

Alzado general de las palizadas.



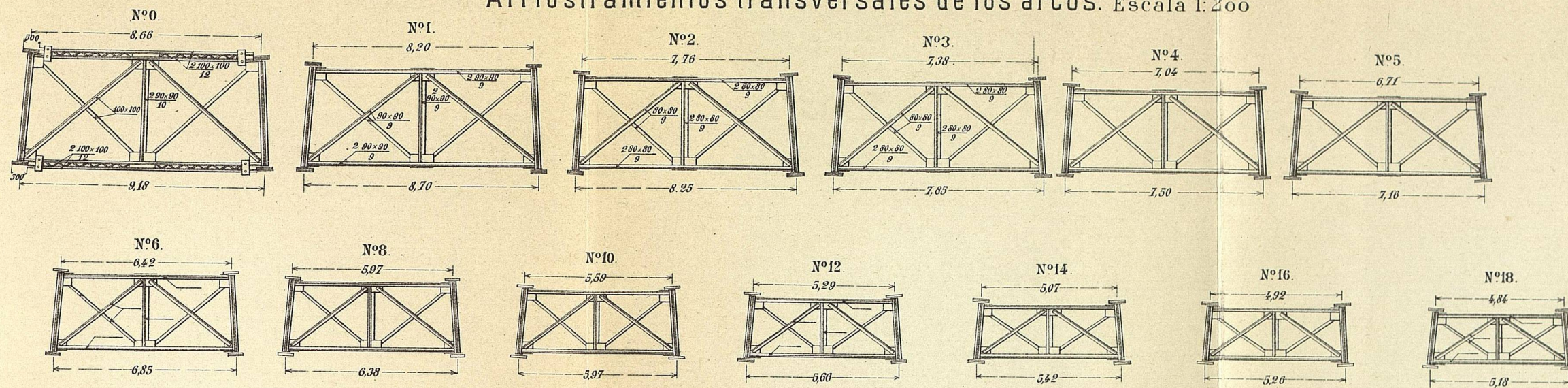
LIT-MENDEZ-ISABEL LA CATÓLICA 25-MADRID

Alzado de un semiarco.

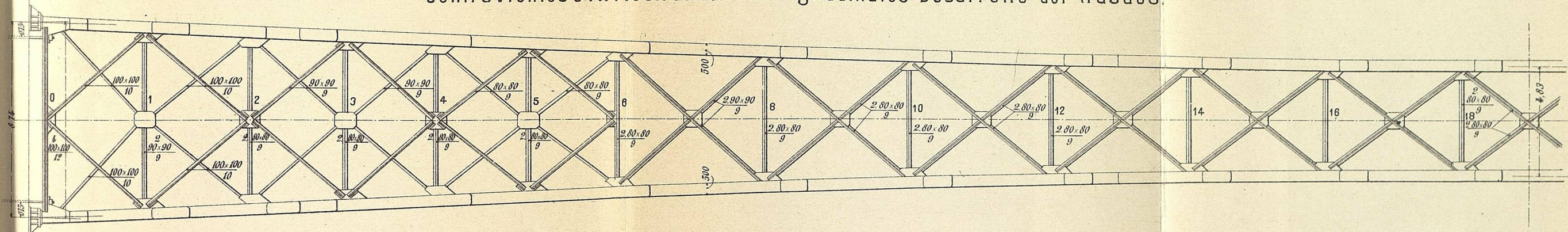


LIT.-MENDEZ, ISABEL LA CATÓLICA 25-MADRID

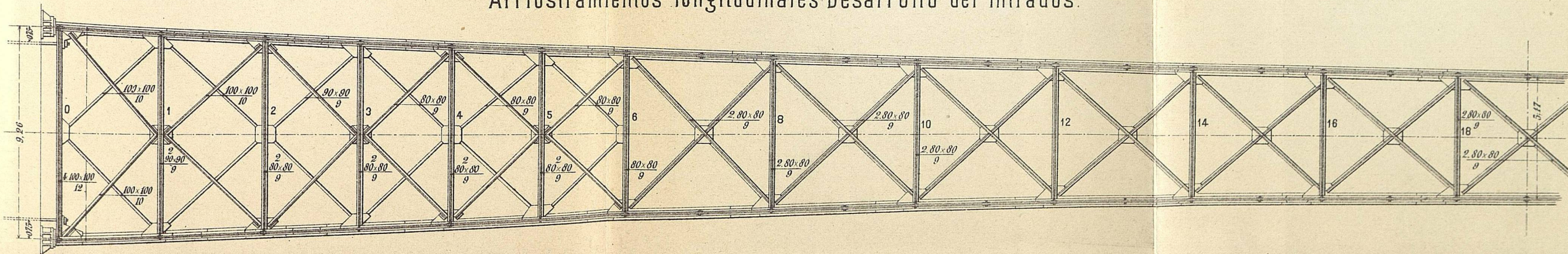
ARRIOSTRAMIENTOS Y CONTRAVIENTOS DEL ARCO EMPOTRADO.
Arriostramientos transversales de los arcos. Escala 1:200



Contravientos ó Arriostramientos longitudinales Desarrollo del trasdos.



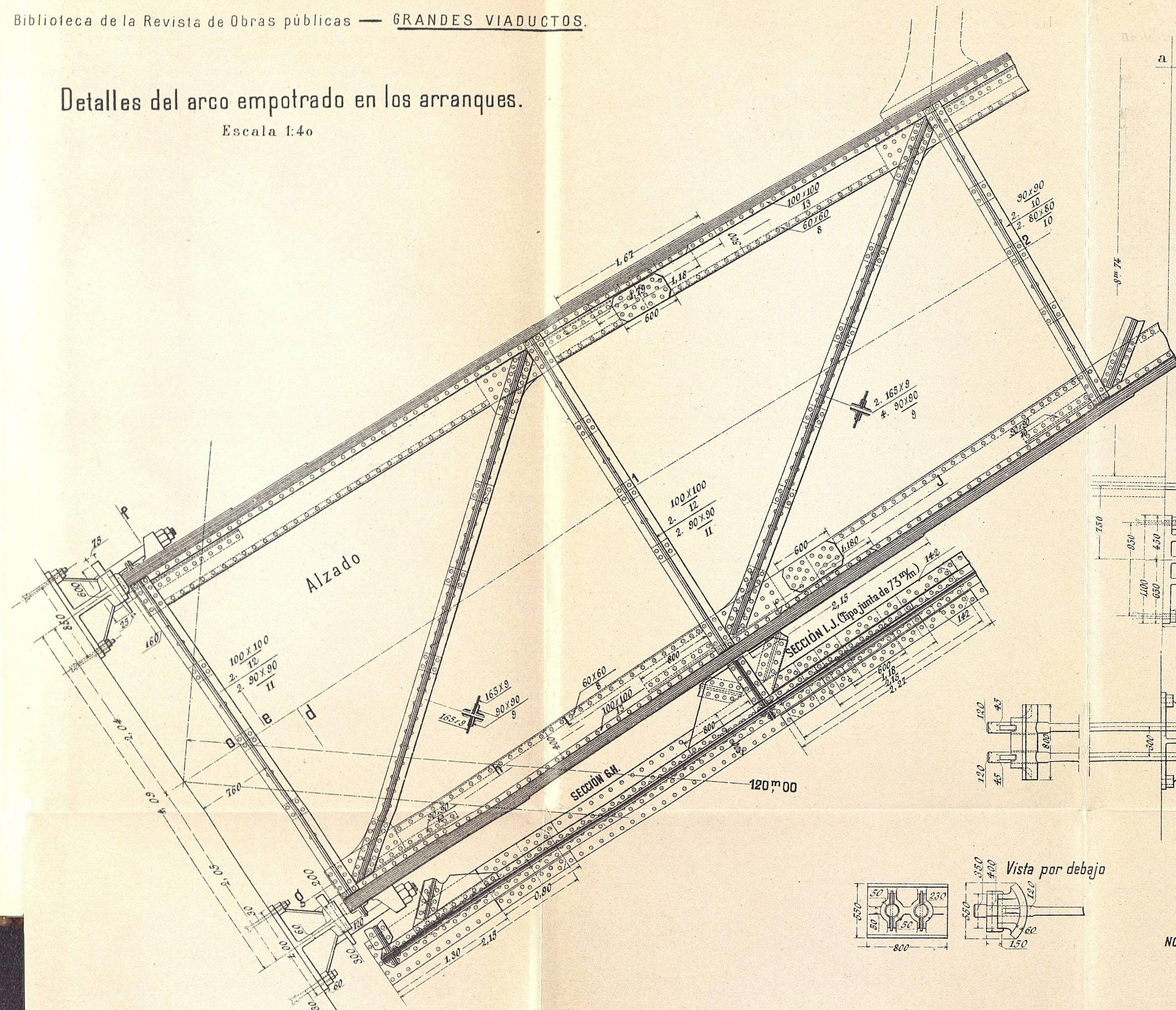
Arriostramientos longitudinales Desarrollo del intrados.



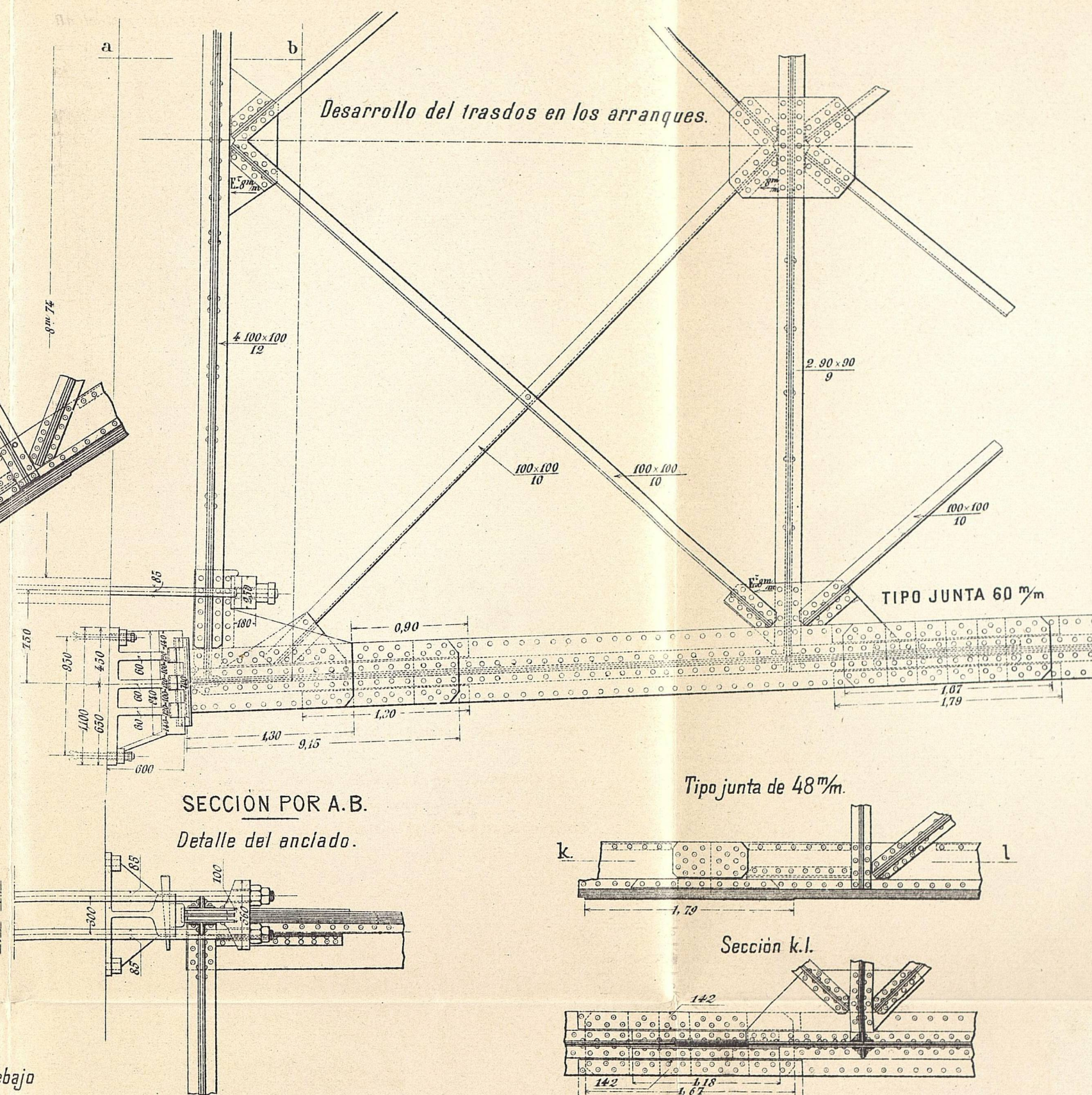
LIT.-MENDEZ-ISABEL LA CATÓLICA 25-MADRID

Detalles del arco empotrado en los arranques.

Escala 1:40



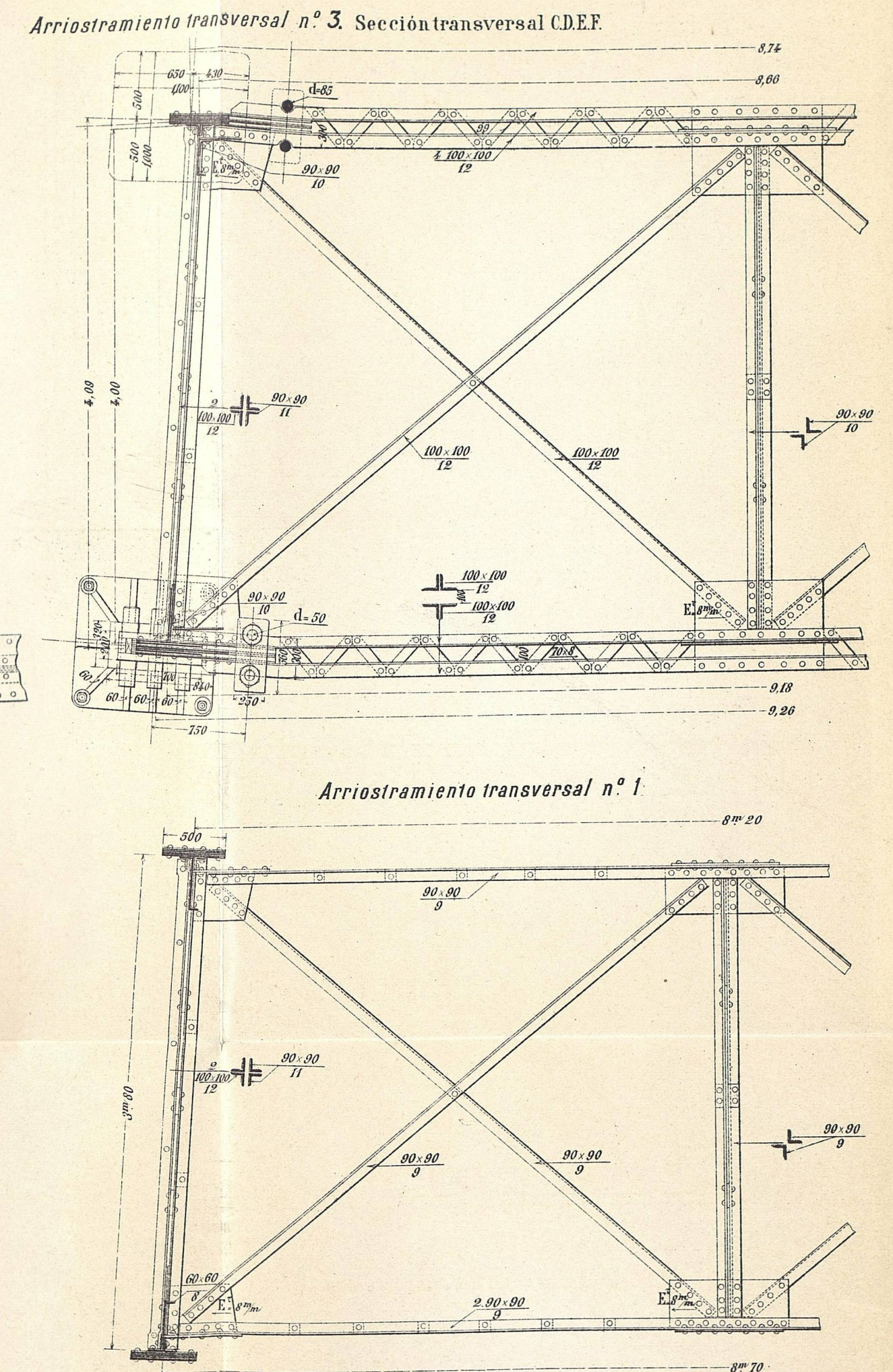
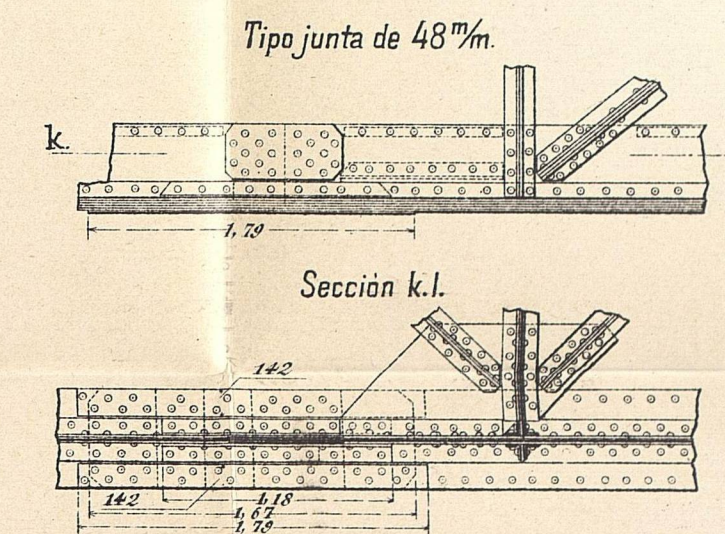
LIT-MENDEZ, ISABEL LA CATÓLICA 25-MADRID



NOTA: Los roblones son de 22 mm en agujeros de 23 mm salvo en los angulares de borde de las almas, cuyos roblones son de 17 mm.

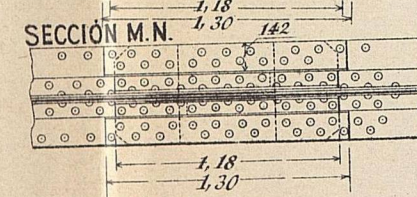
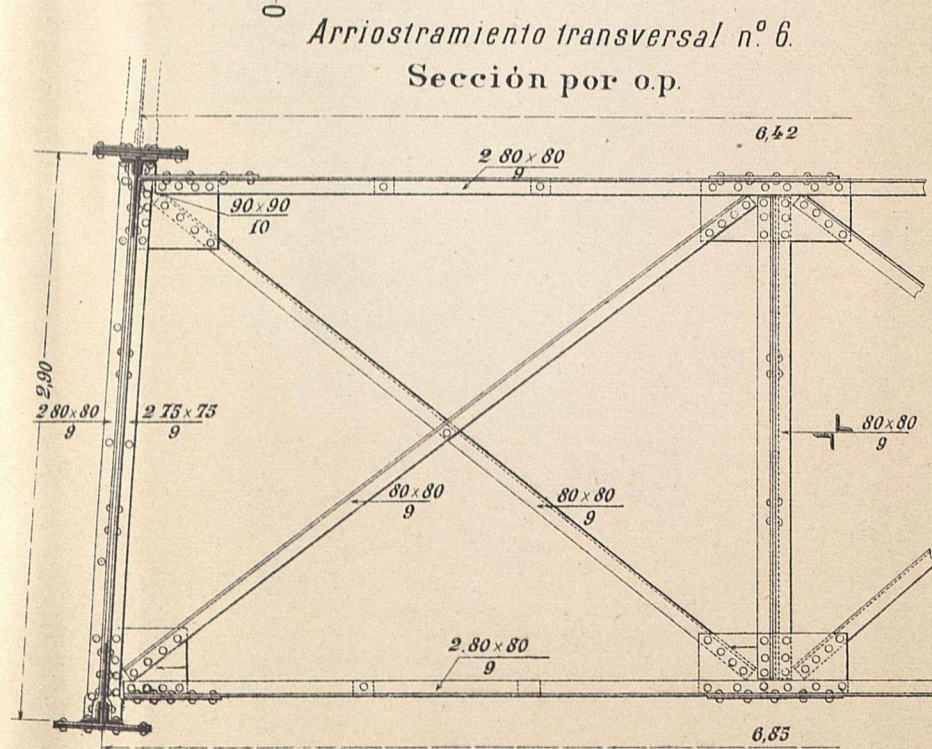
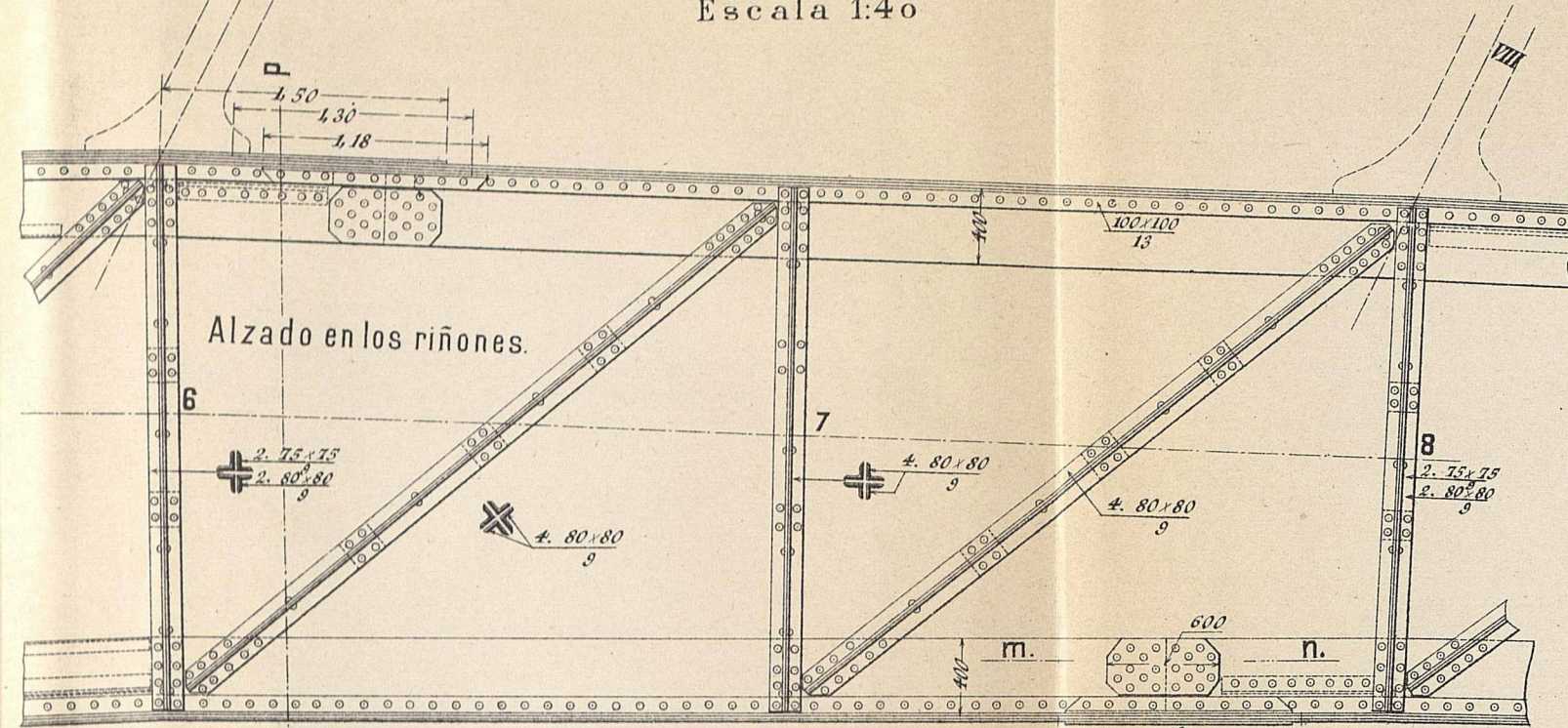
La separación de los roblones corrientes en las cabezas es de $5,5 d = 5,50 \times 22 = 121 \text{ mm}$

*Las cotas de longitud se han medido o calculado aproximadamente.
no son por lo tanto cotas de ejecución.*



Detalles del arco empotrado en los riñones y en la clave

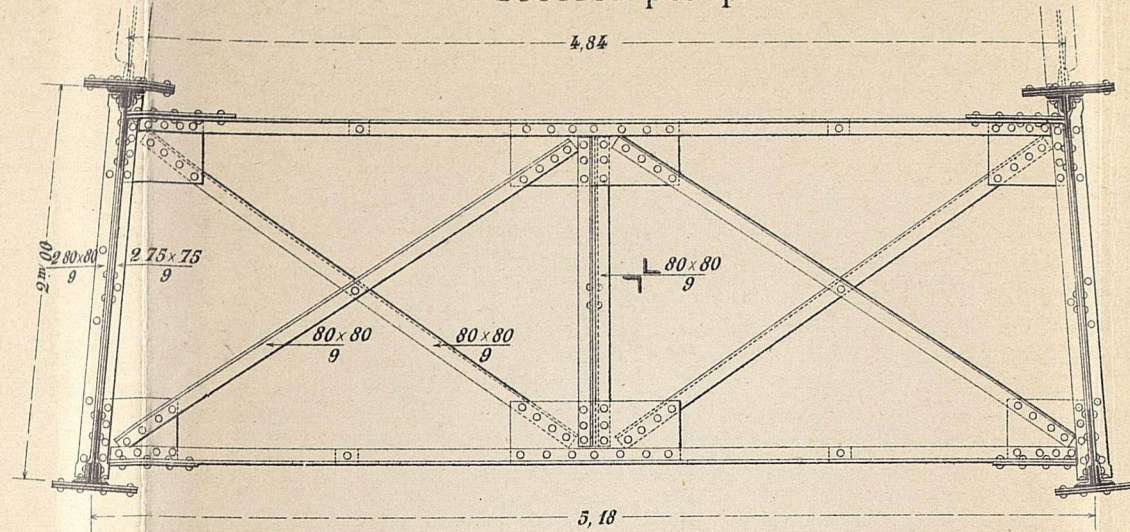
Escala 1:40



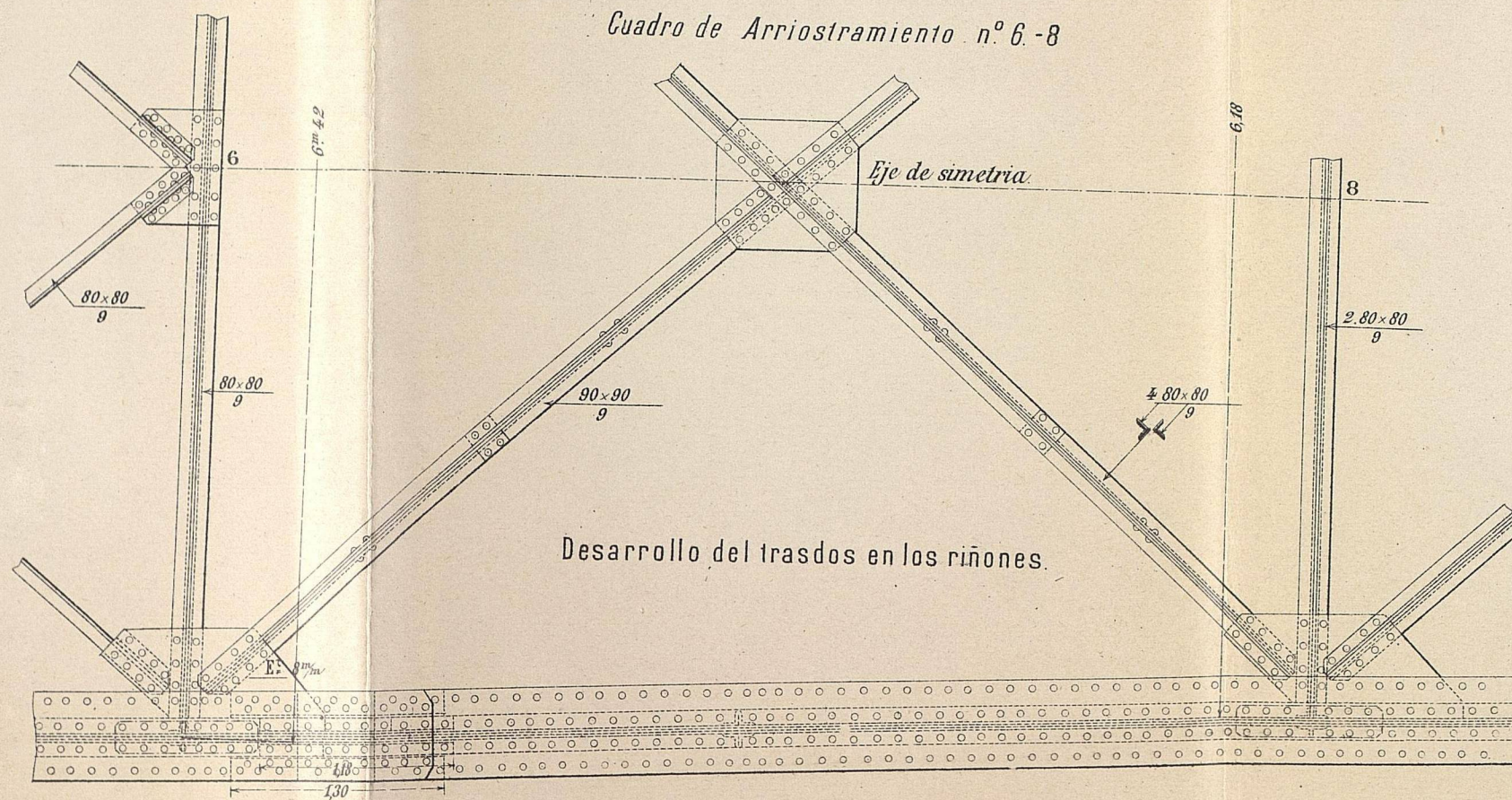
LIT-MENDEZ-ISABEL LA CATÓLICA 25-MADRID

Arriostramiento transversal n.º 18.

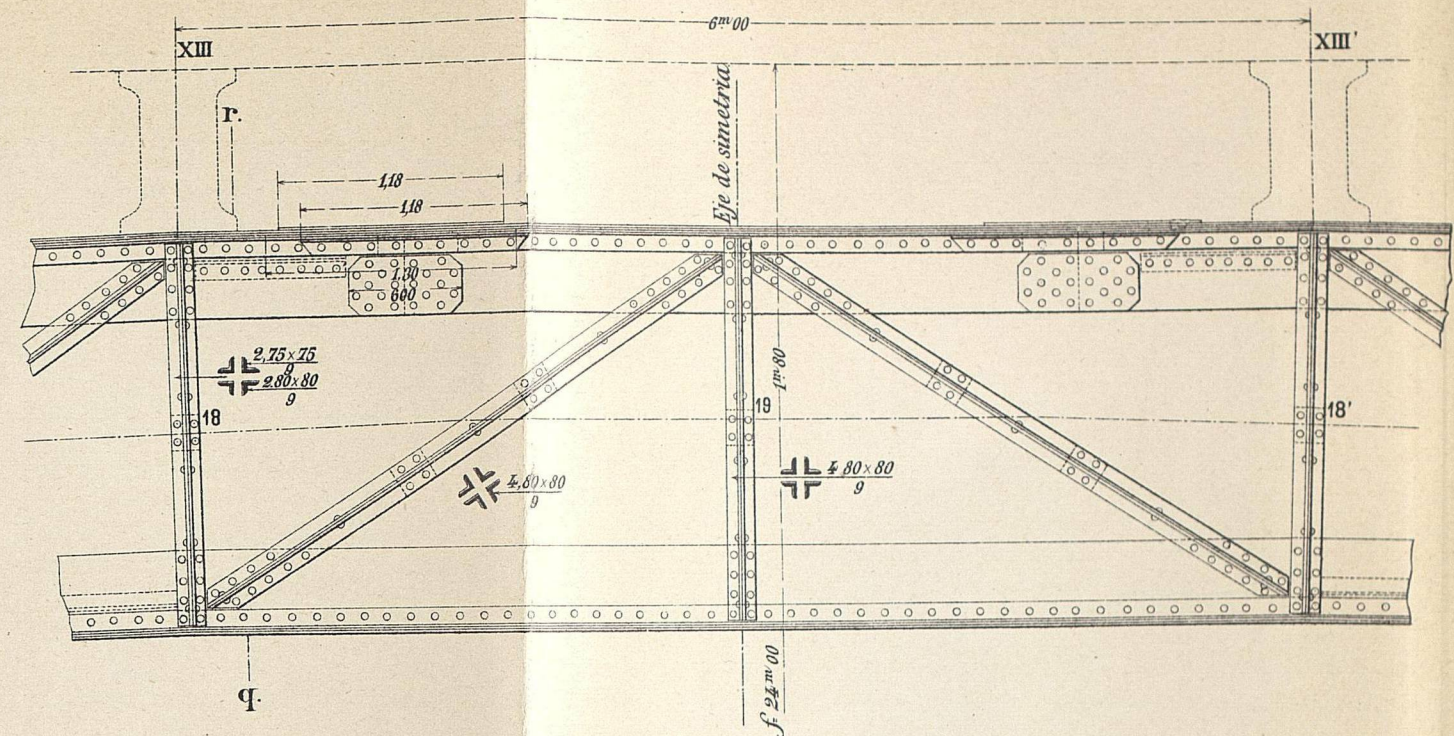
Sección por q.r.



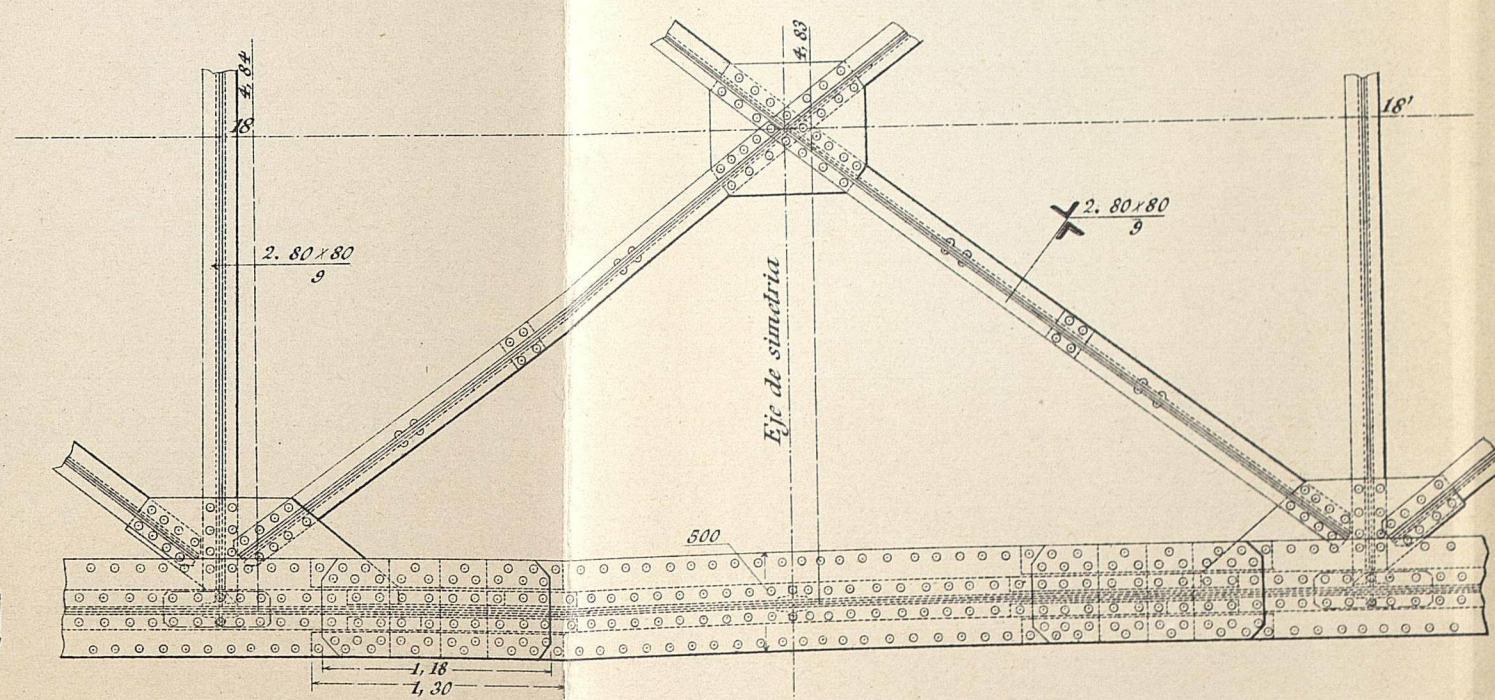
Cuadro de Arriostramiento n.º 6.-8



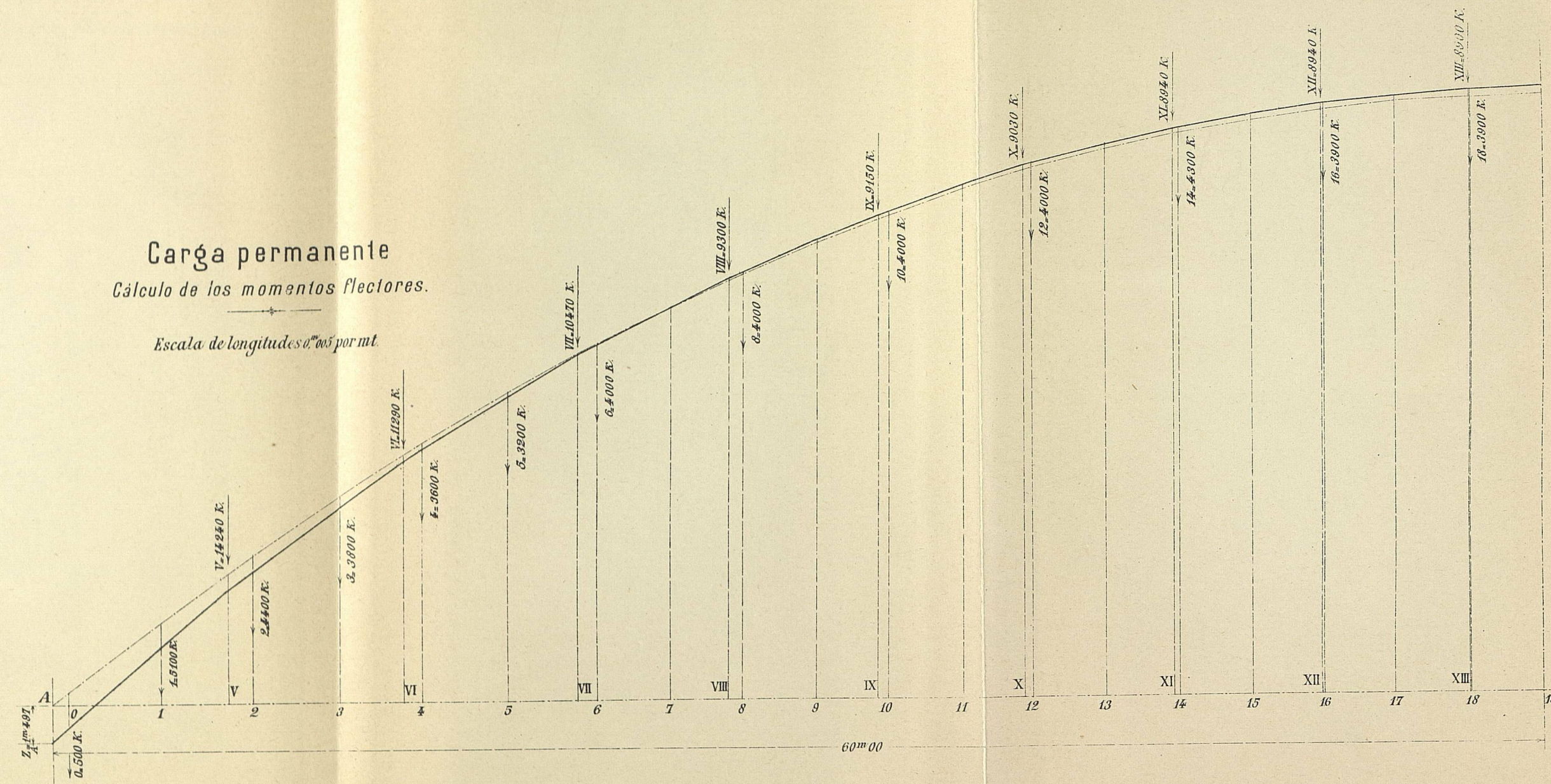
Alzado en la clave



Desarrollo del trasdos en la clave del arco.



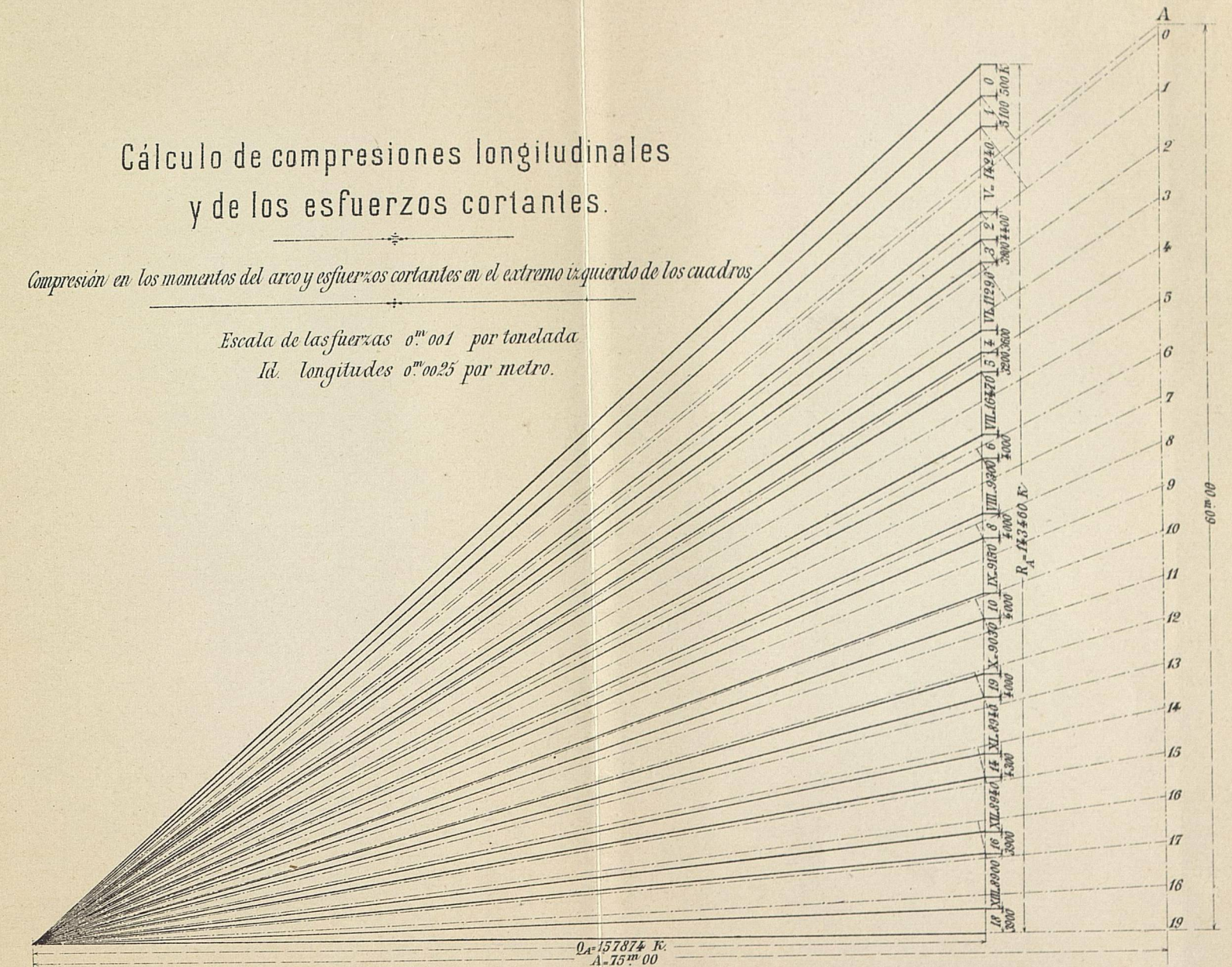
CÁLCULO GRÁFICO DEL ARCO EMPOTRADO. Carga permanente



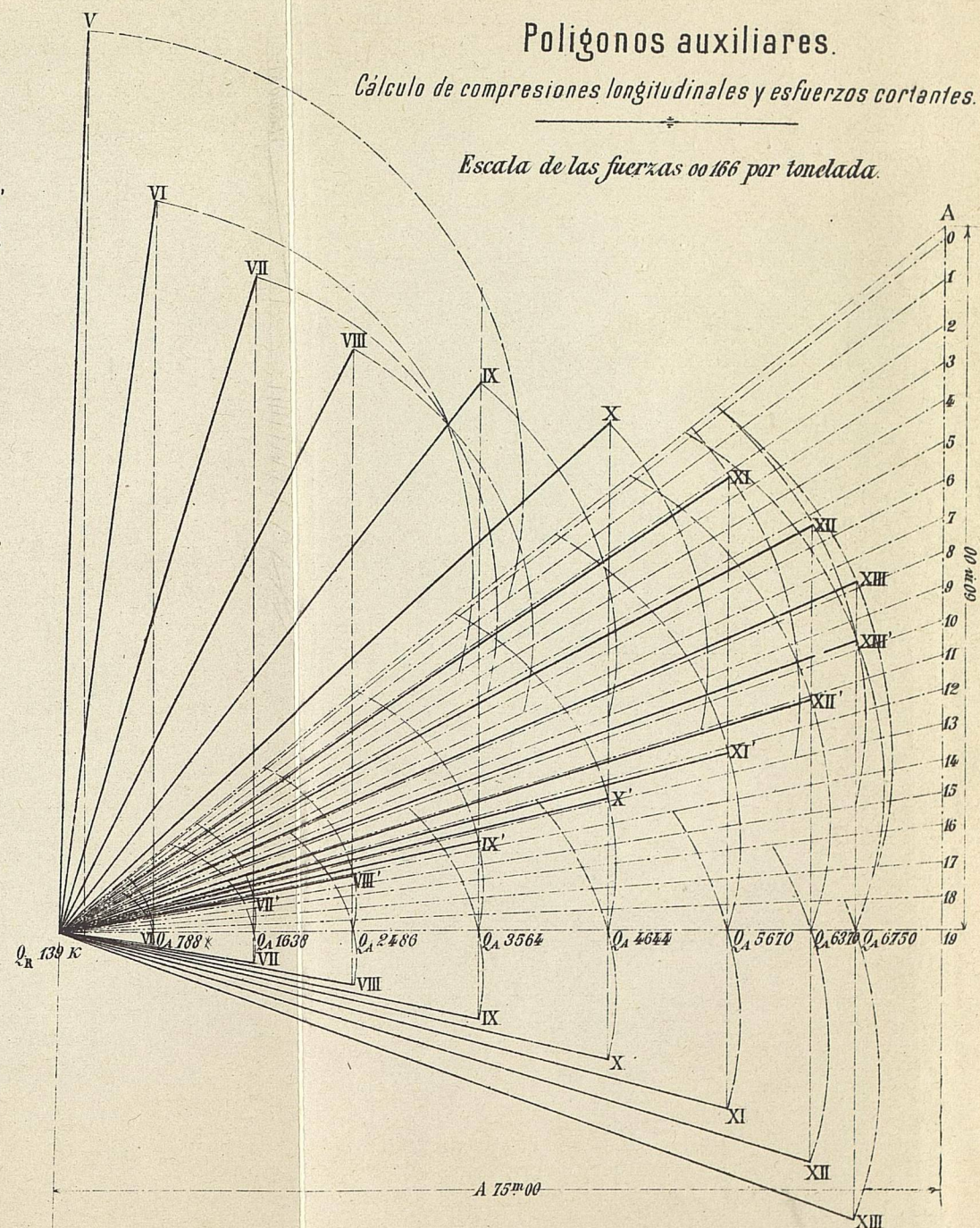
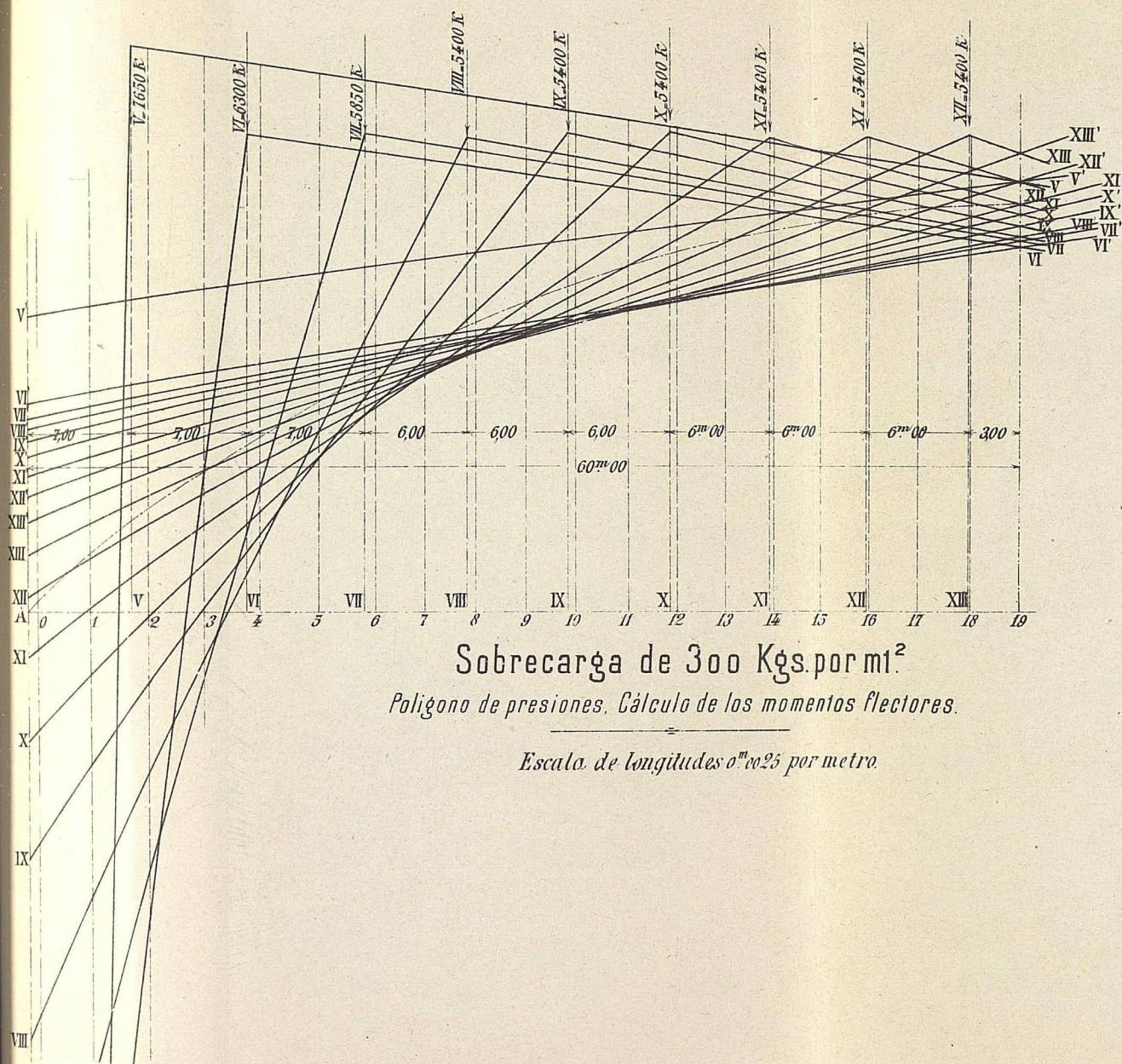
Cálculo de compresiones longitudinales
y de los esfuerzos cortantes.

Compresión en los momentos del arco y esfuerzos cortantes en el extremo izquierdo de los cuadros

Escala de las fuerzas 0^m001 por tonelada
Id. longitudes 0^m0025 por metro.



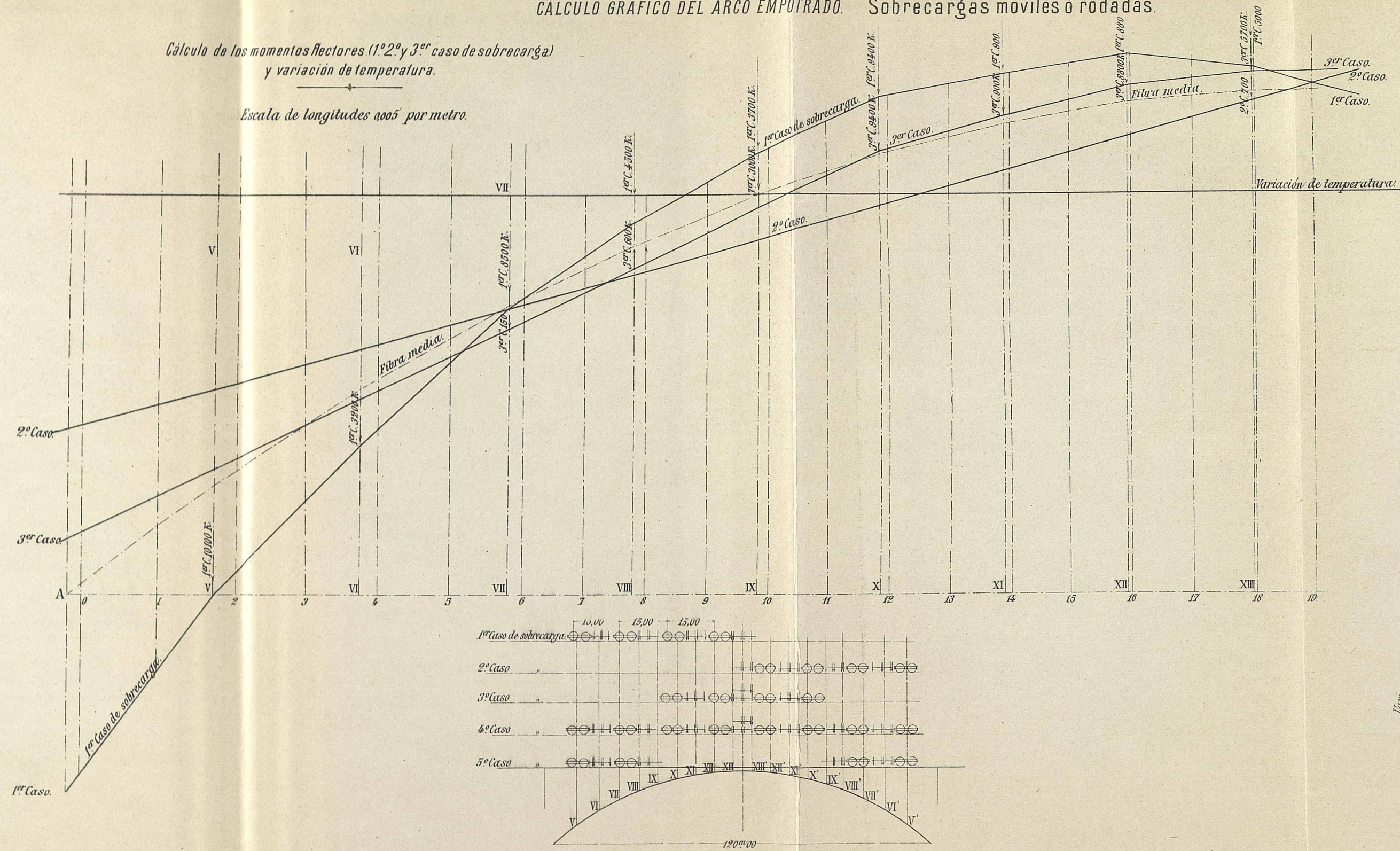
CALCULO DEL ARCO EMPOTRADO. sobrecarga de 300 K. por m²



CÁLCULO GRÁFICO DEL ARCO EMPOTRADO. Sobrecargas móviles ó rodadas.

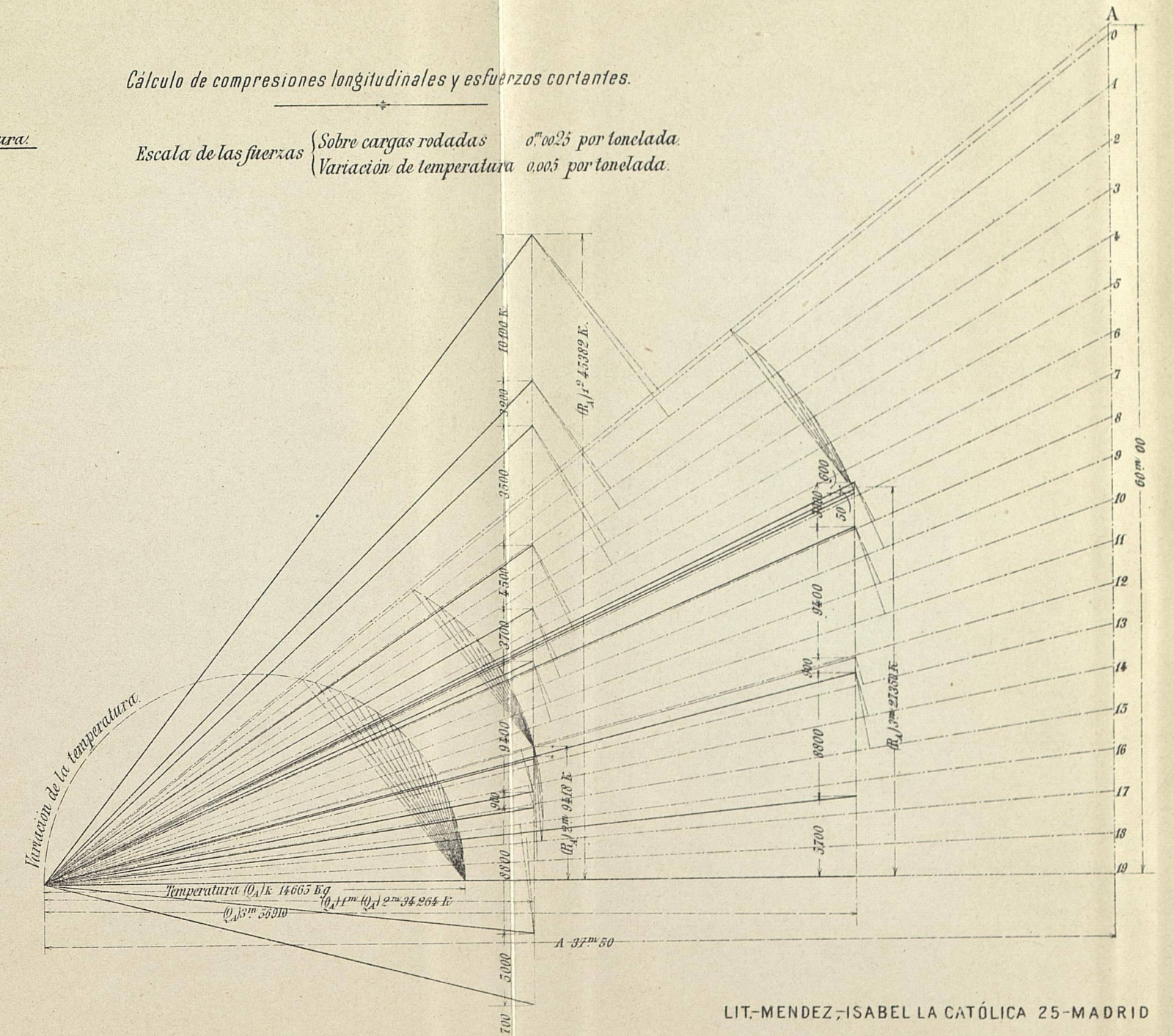
Cálculo de los momentos flectores (1.º, 2.º y 3.º caso de sobrecarga) y variación de temperatura.

Escala de longitudes 0,005 por metro.



Cálculo de compresiones longitudinales y esfuerzos cortantes.

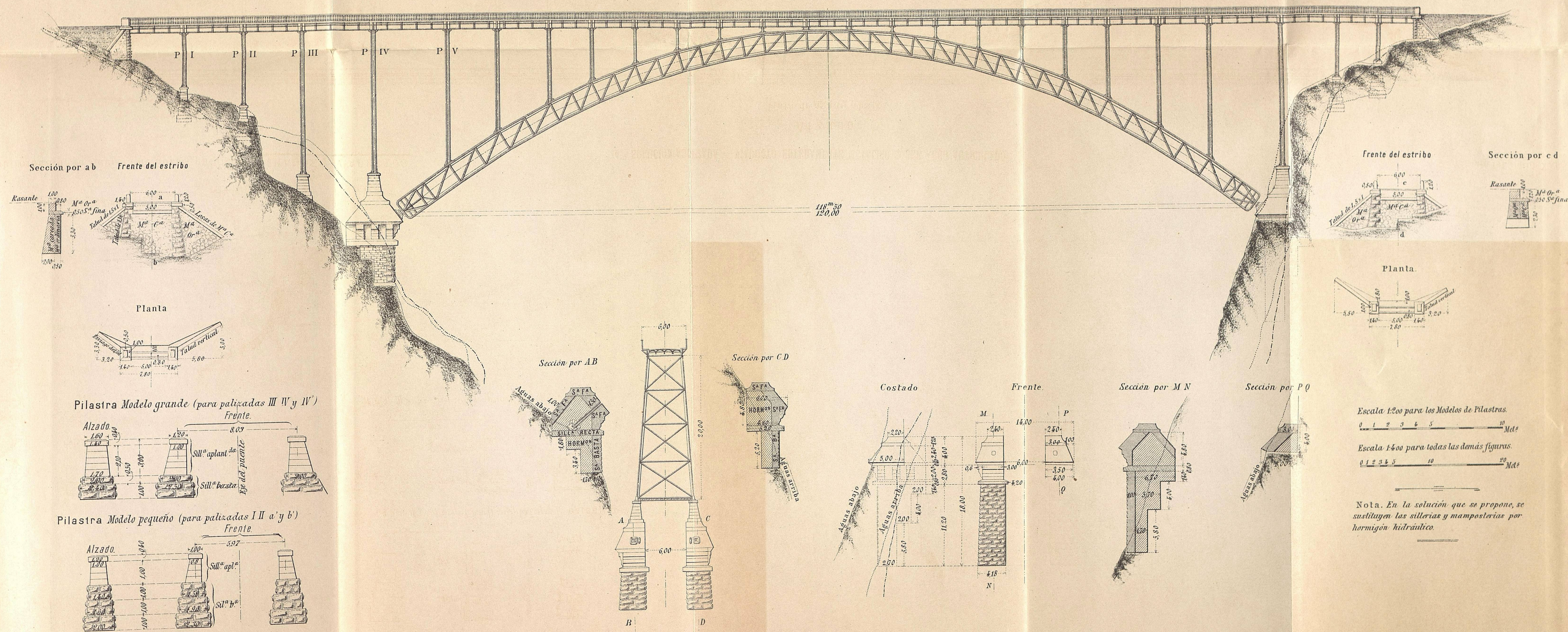
Escala de las fuerzas $\left\{ \begin{array}{ll} \text{Sobre cargas rodadas} & 0''.0025 \text{ por tonelada.} \\ \text{Variación de temperatura} & 0.005 \text{ por tonelada.} \end{array} \right.$



LIT-MENDEZ, ISABEL LA CATÓLICA 25-MADRID

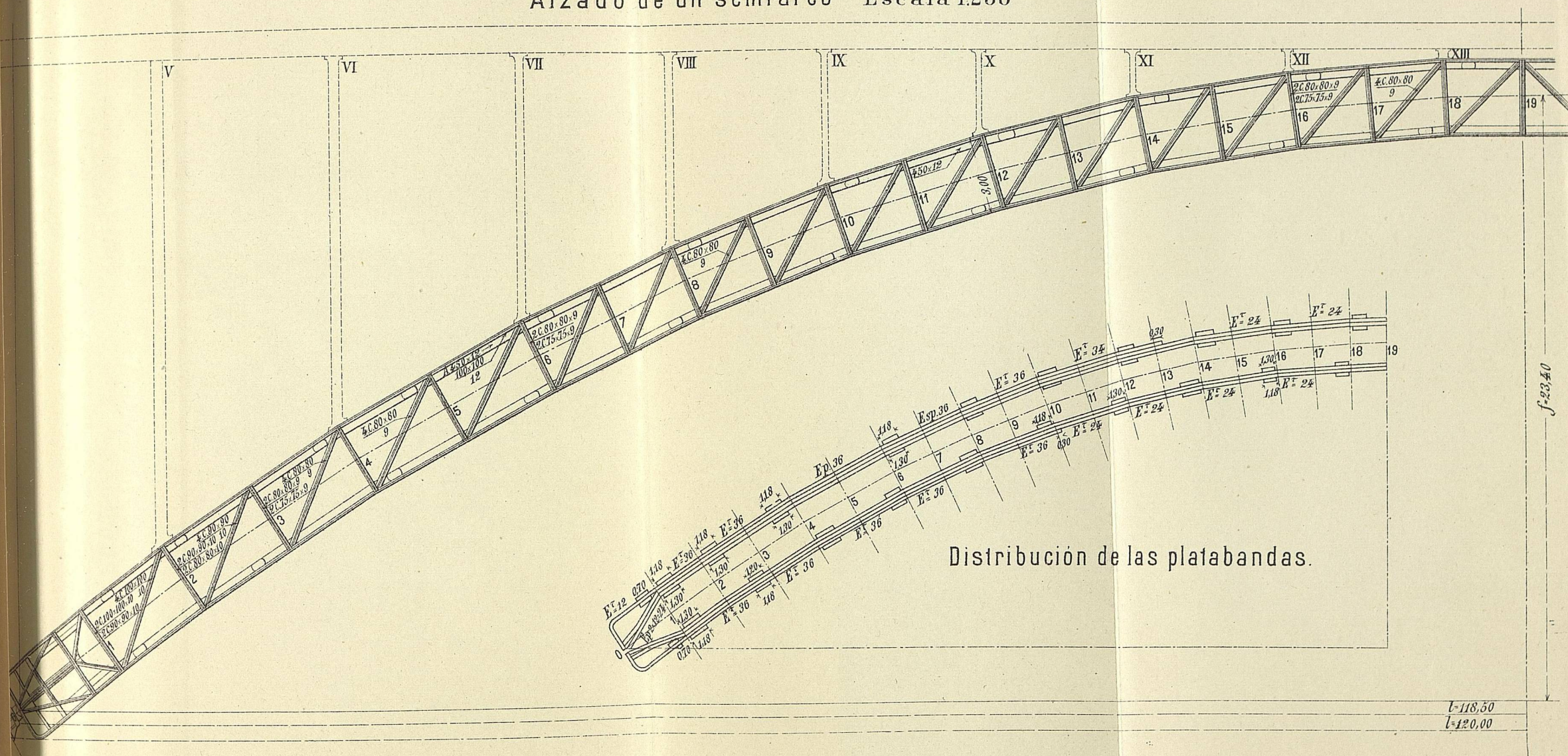
Alzado

Vista de aguas abajo.



DETALLES DEL ARCO ARTICULADO.

Alzado de un semi-arco Escala 1:200

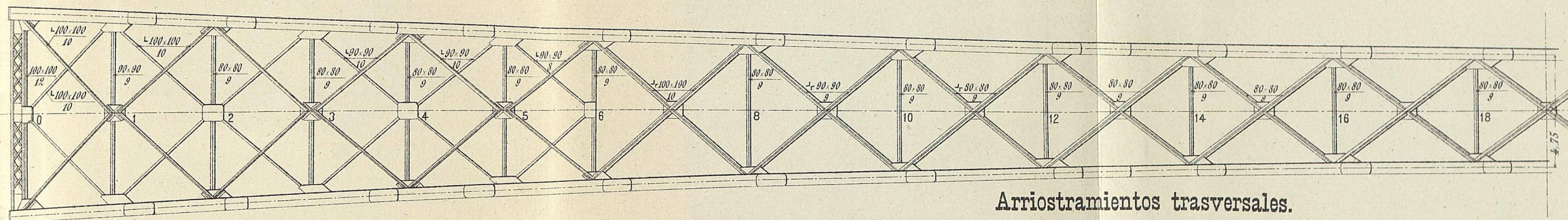


LIT-MENDEZ-ISABEL LA CATÓLICA-25-MADRID.

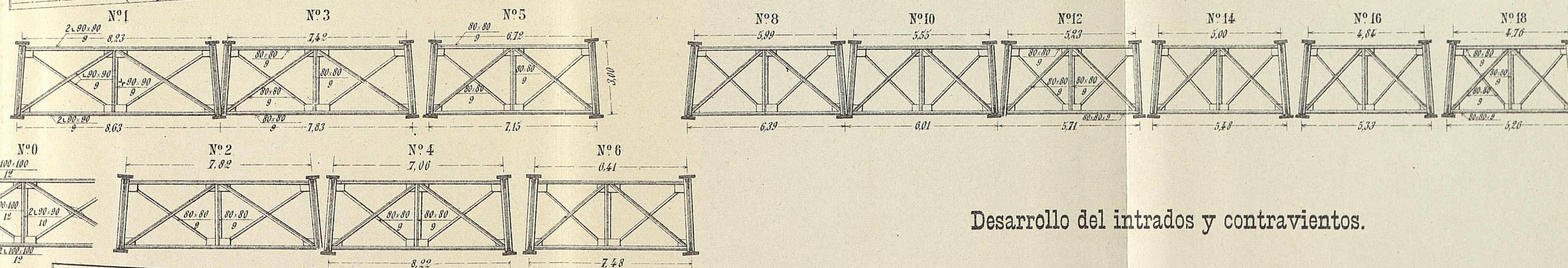
DETALLES DE LOS ARRIOSTRAMIENTOS

Escala de 1:200.

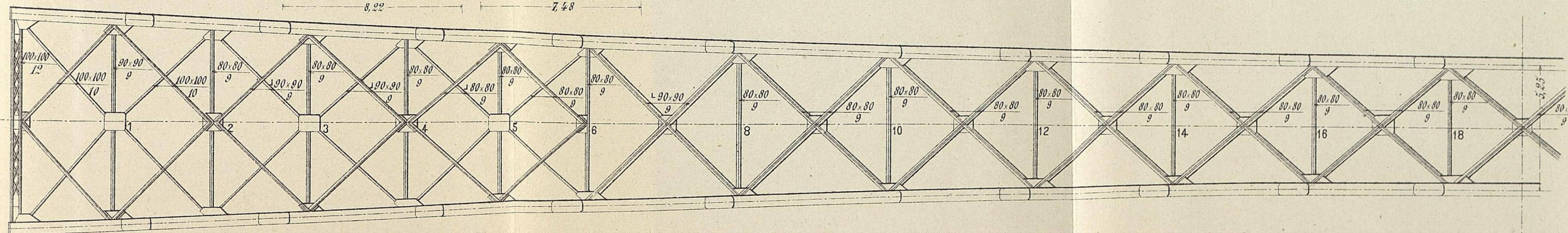
Desarrollo del trasdos y contravientos.



Arriostramientos transversales.

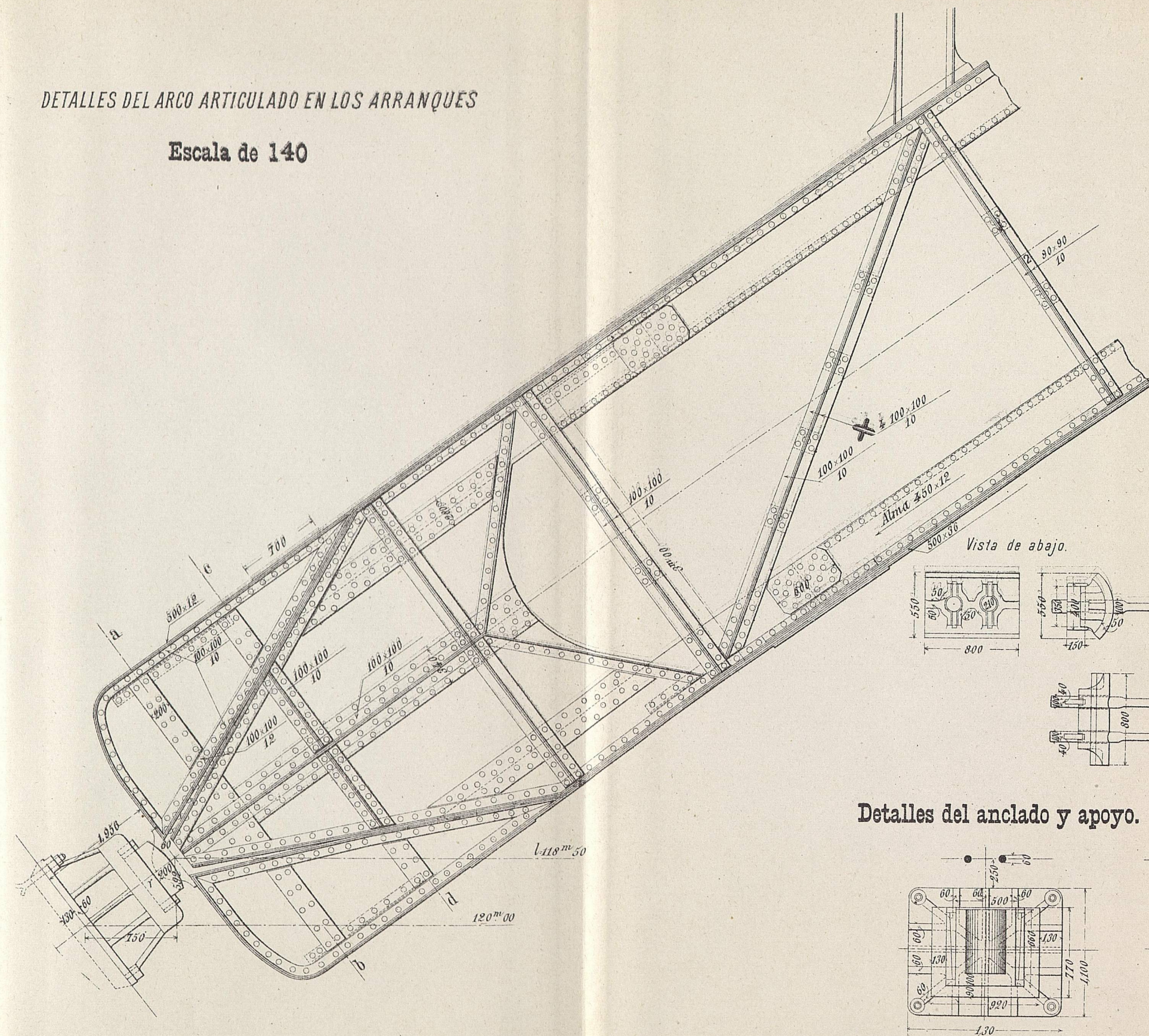


Desarrollo del intrados y contravientos.



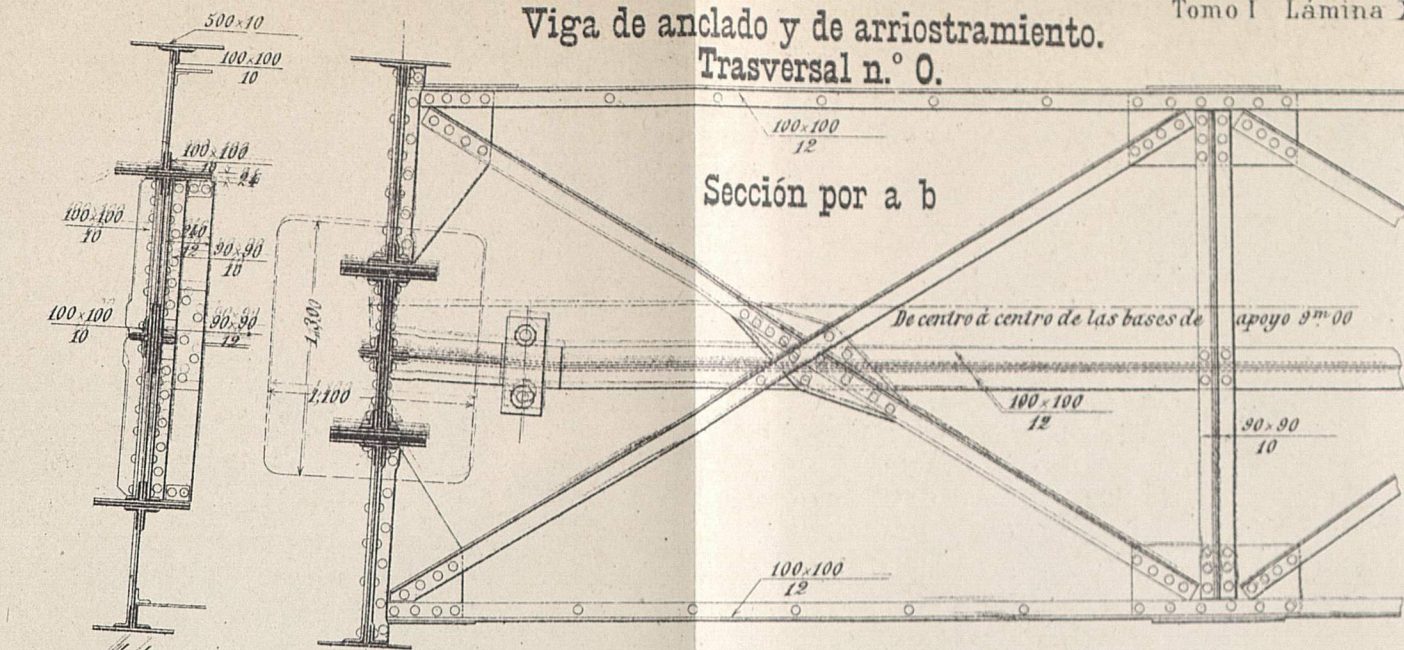
DETALLES DEL ARCO ARTICULADO EN LOS ARRANQUES

Escala de 140

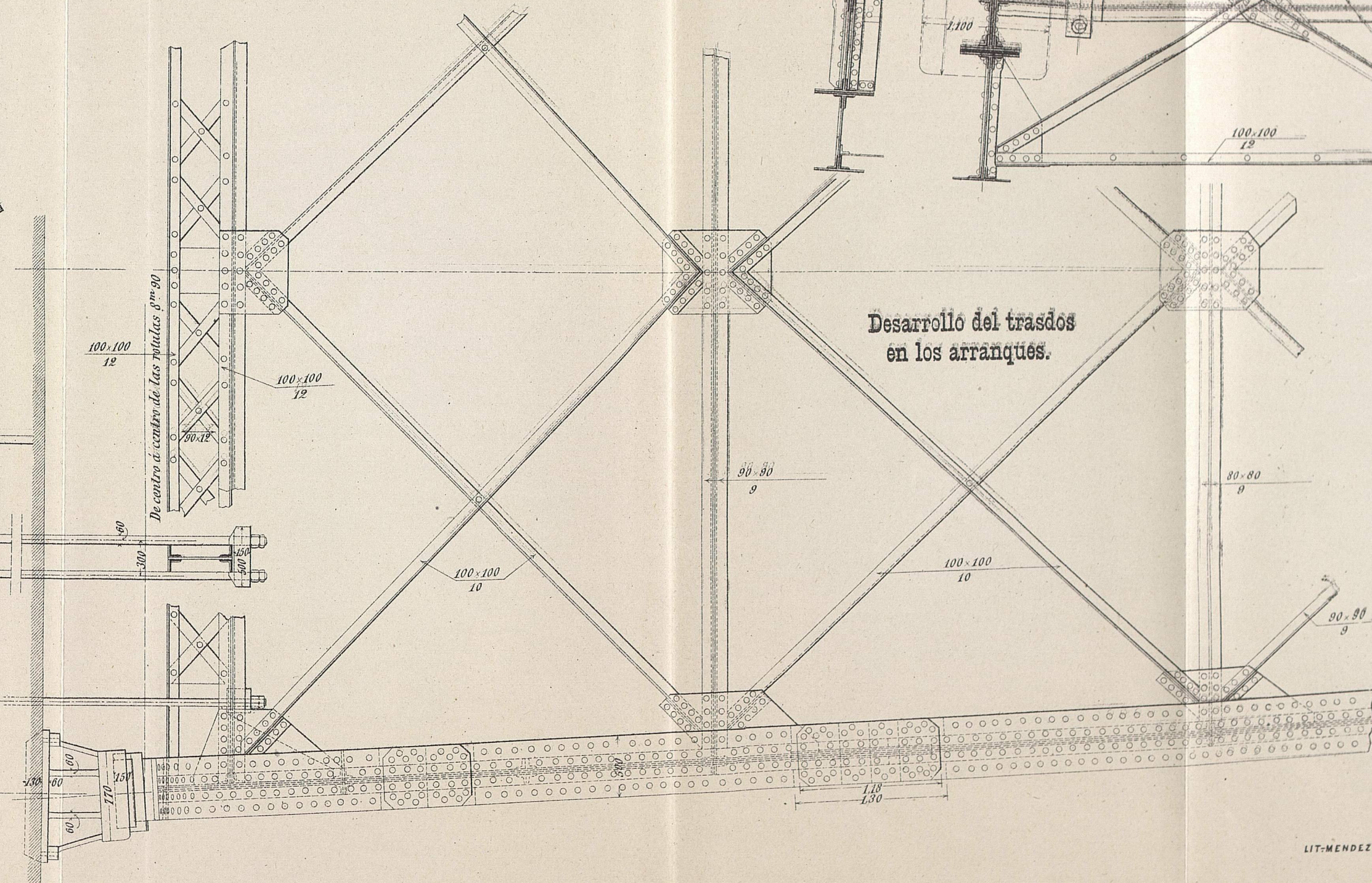


Viga de anclado y de arriostramiento.
Trasversal n.º 0.

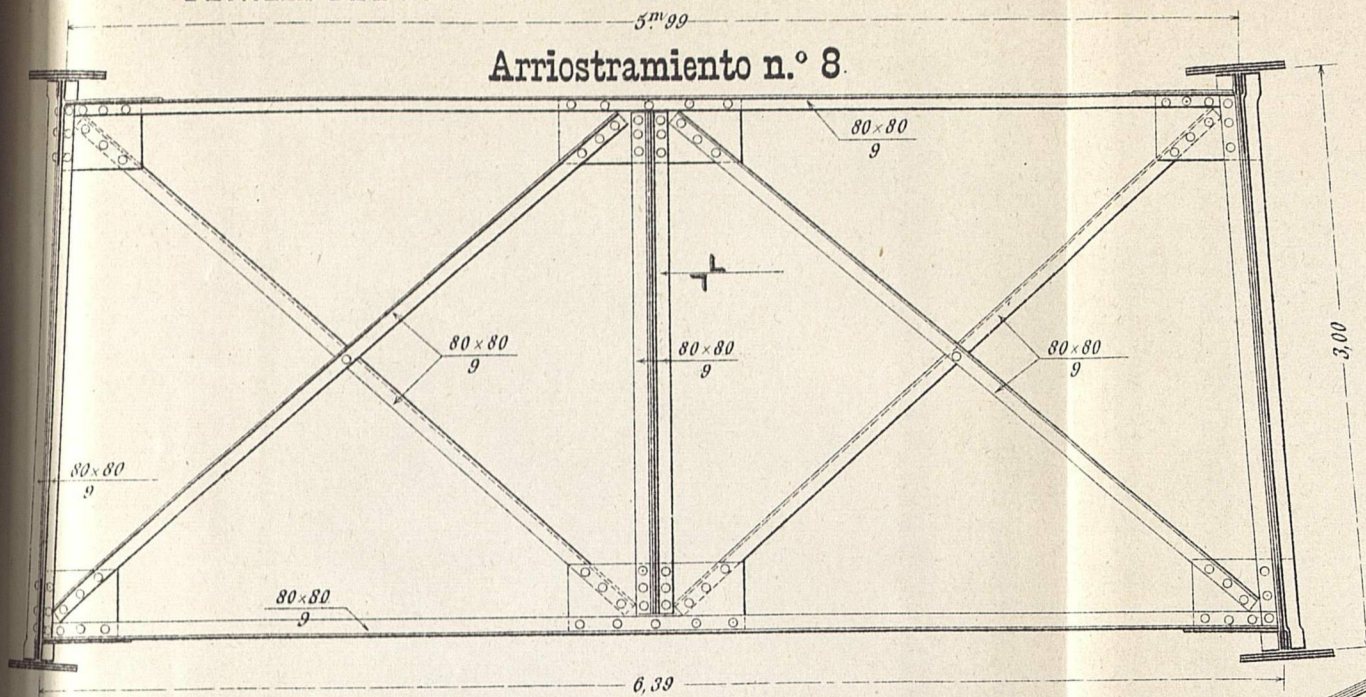
Sección por a b



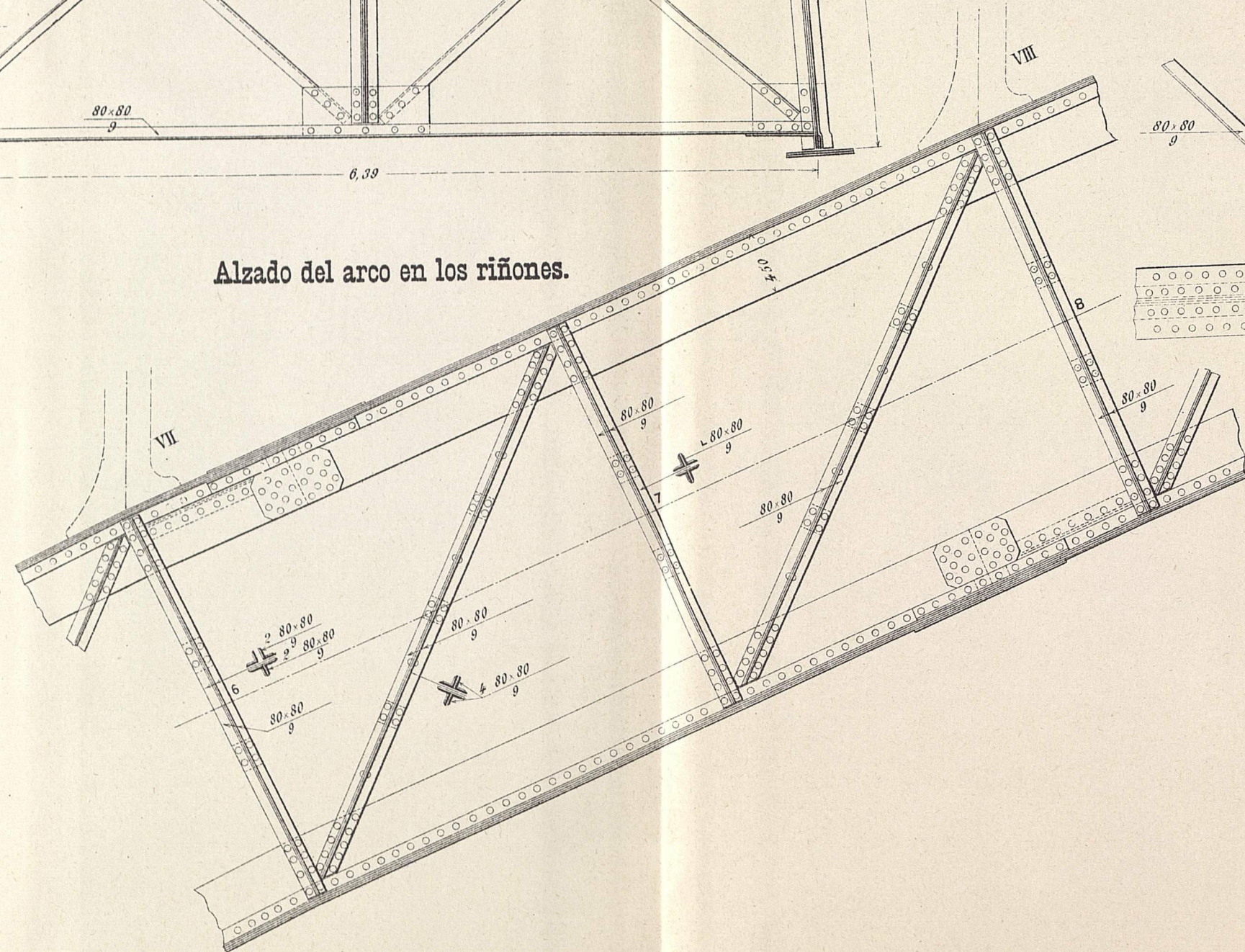
Desarrollo del trasdos en los arranques.



LIT-MENDEZ-ISABEL LA CATÓLICA-25-MADRID.

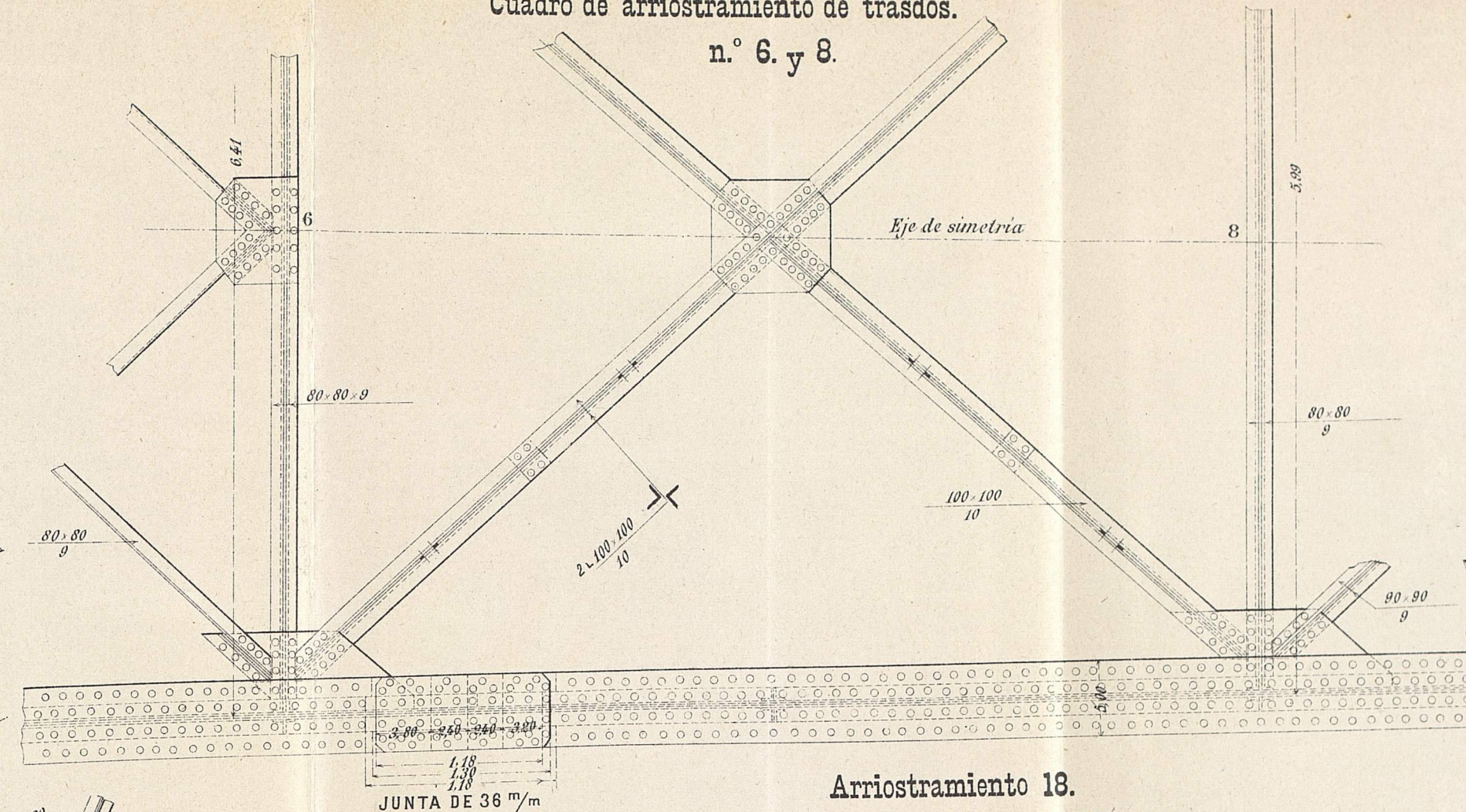


Alzado del arco en los riñones.

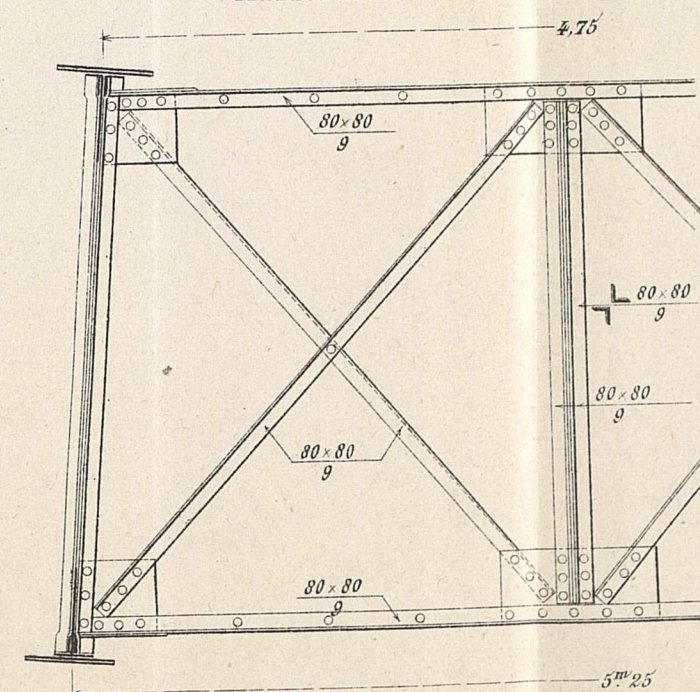


Cuadro de arriostramiento de trasdos.

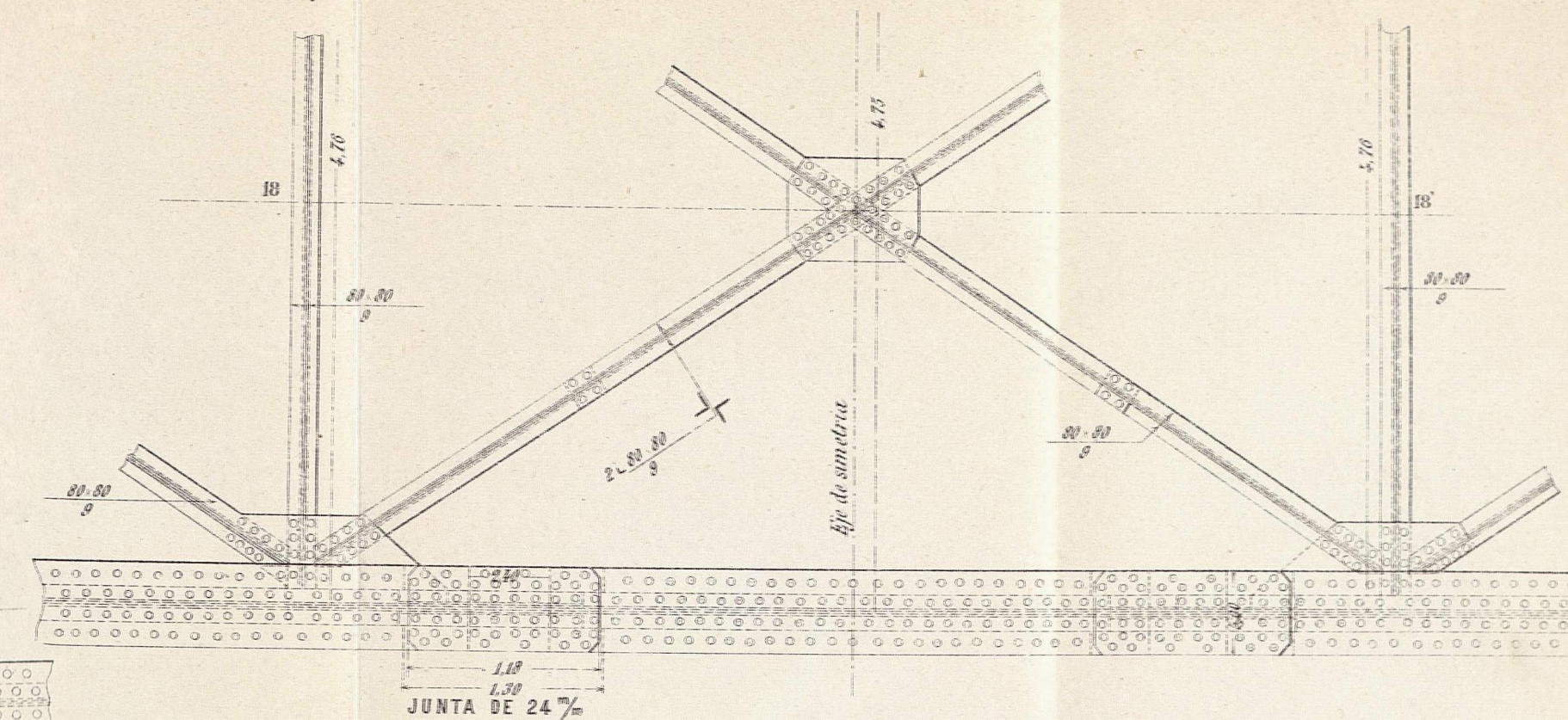
n.º 6. y 8.



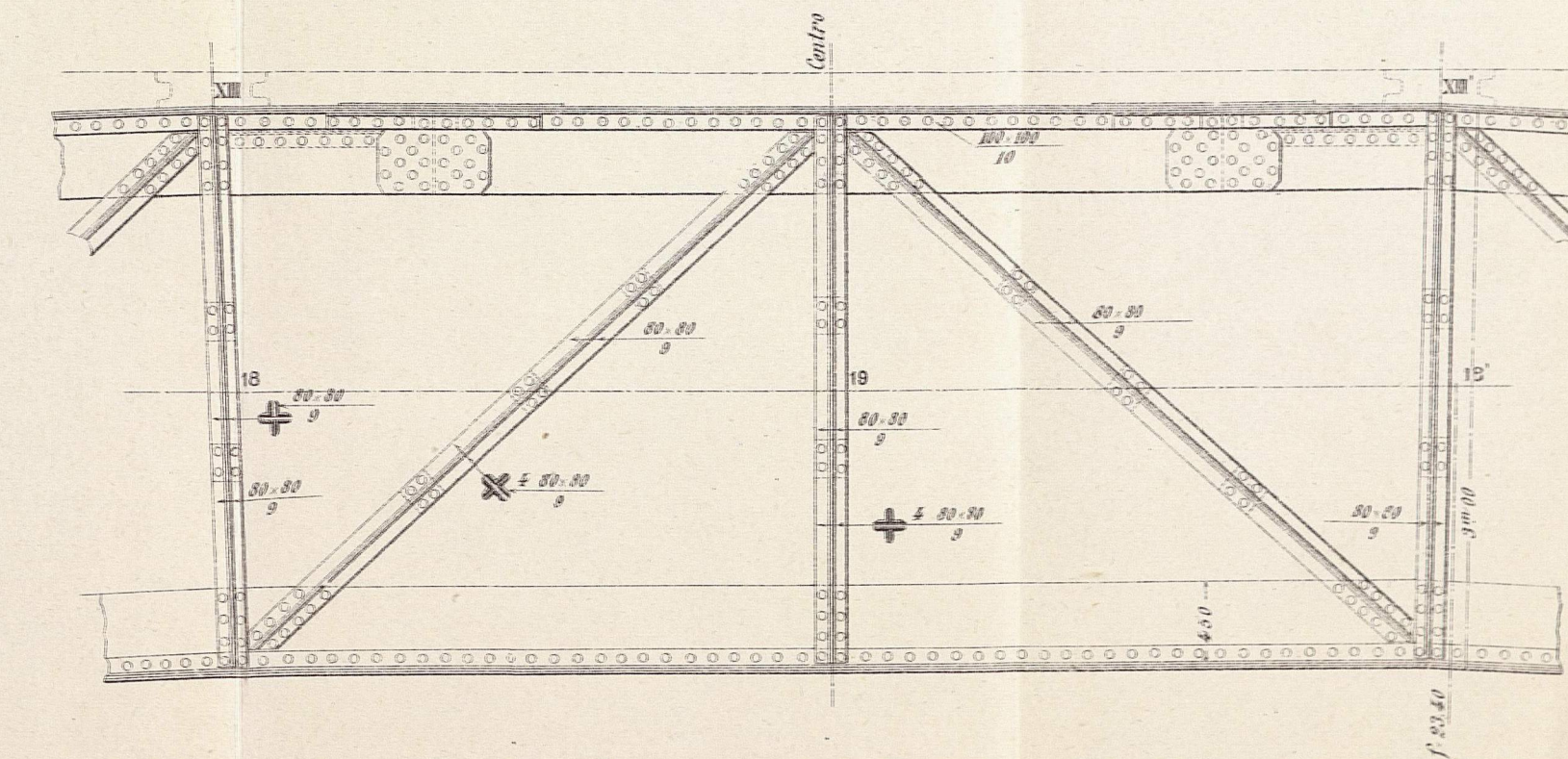
Arriostramiento 18.



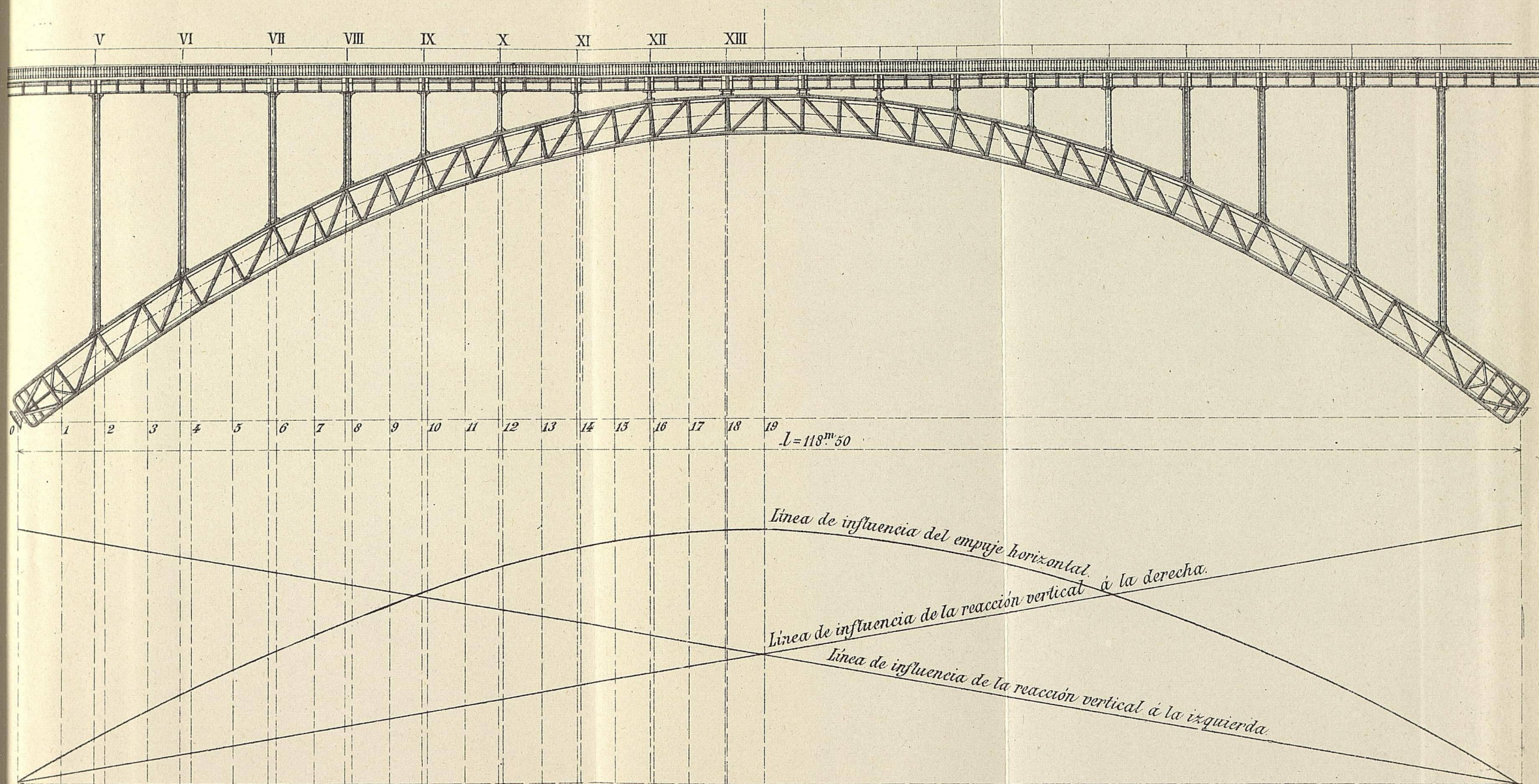
Desarrollo del trasdos en la clave del arco.



Alzado del arco en la clave.

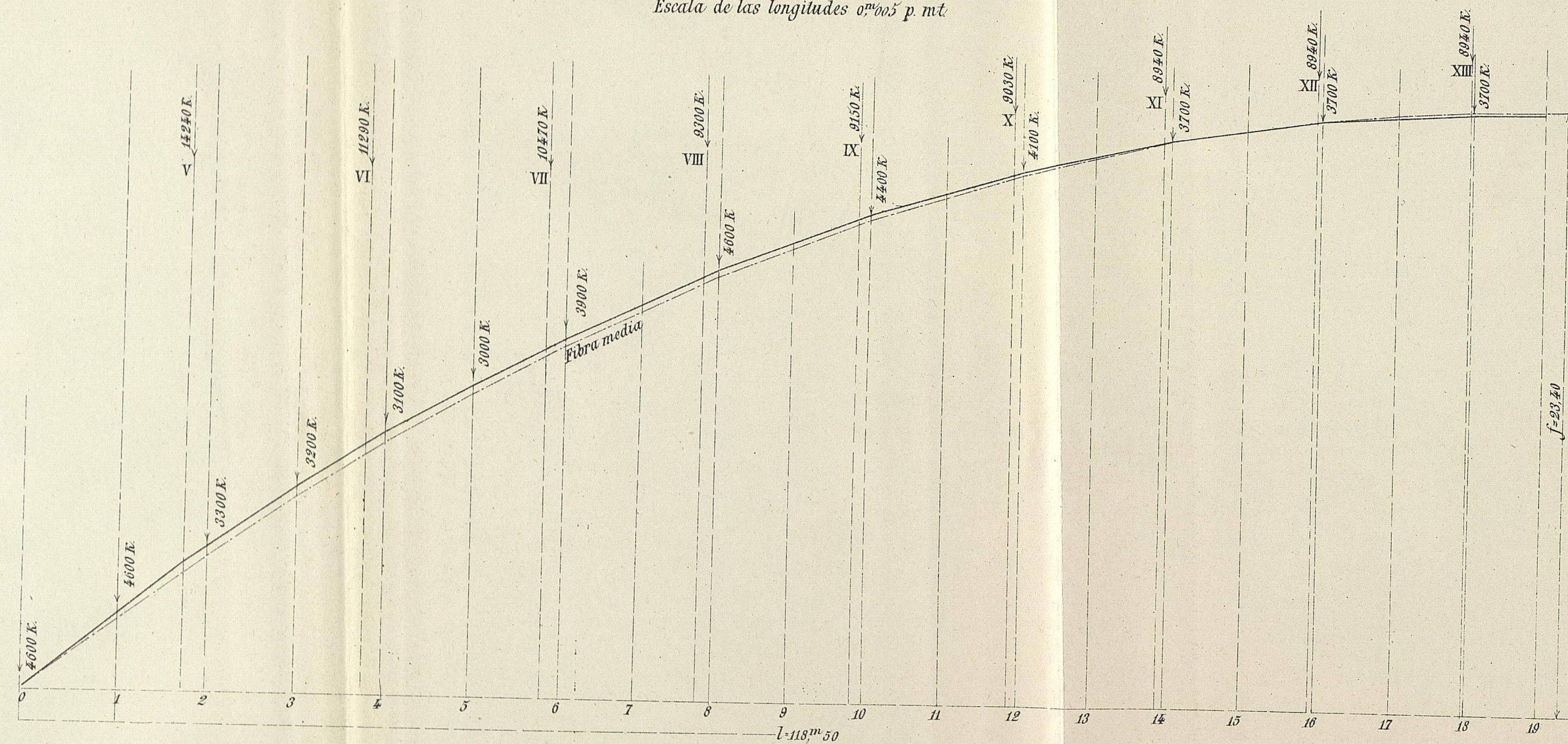


CÁLCULO GRÁFICO DEL ARCO ARTICULADO.

Elementos geométricos y líneas de influencia.

Línea de las presiones de la carga permanente.

Escala de las longitudes 0.^m005 p. mt.

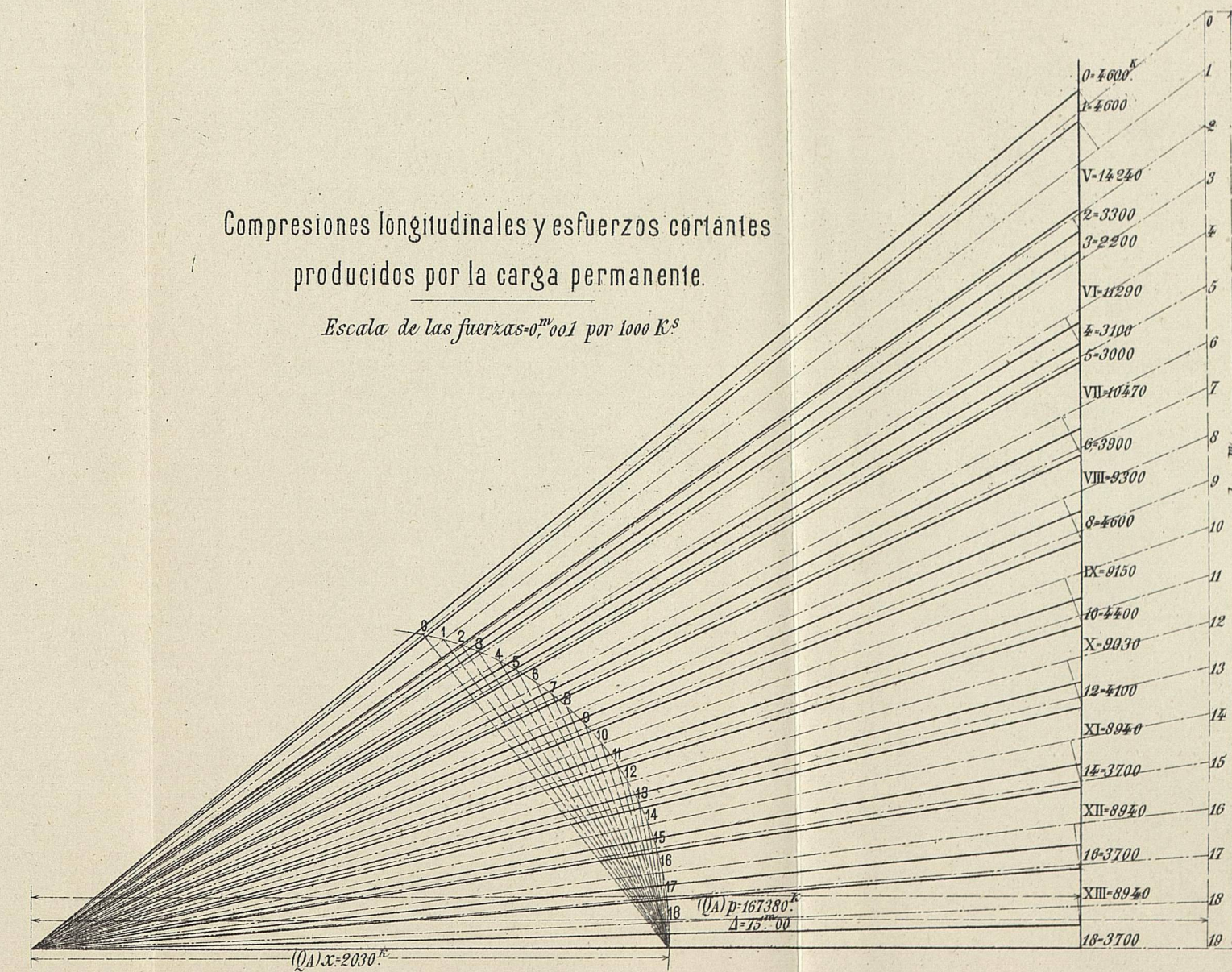


Trazado de las tangentes.

Escala de longitudes = 0.^m025 por metro.

Compresiones longitudinales y esfuerzos cortantes
producidos por la carga permanente.

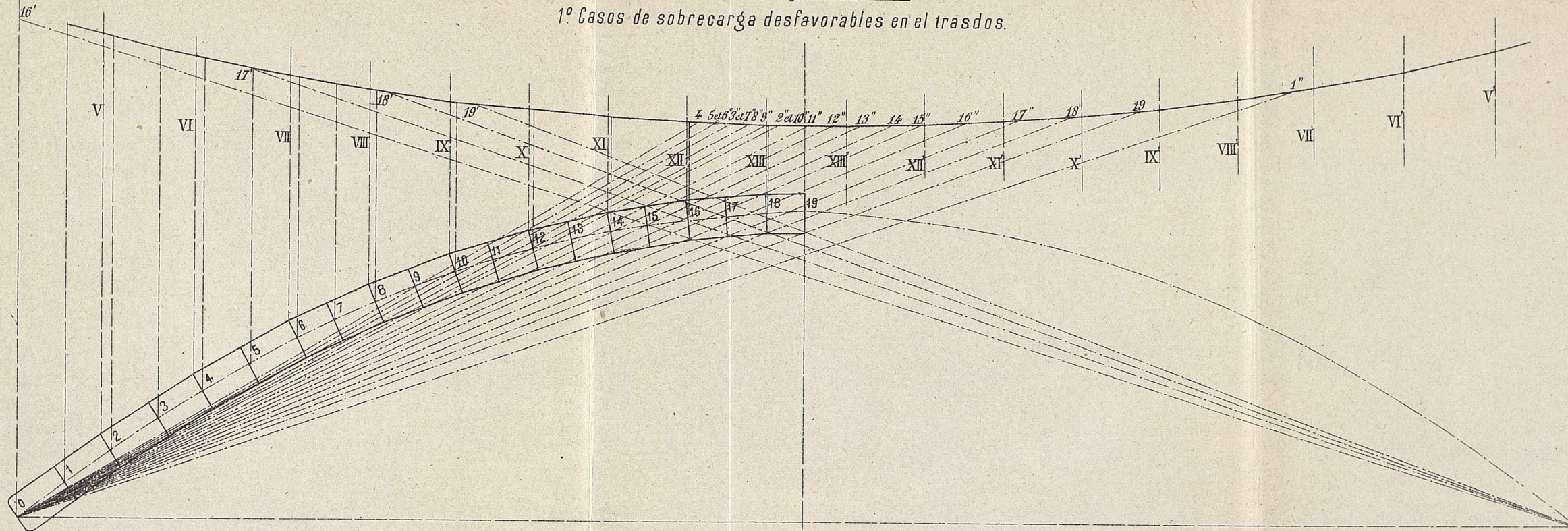
Escala de las fuerzas = 0.^m001 por 1000 K^s



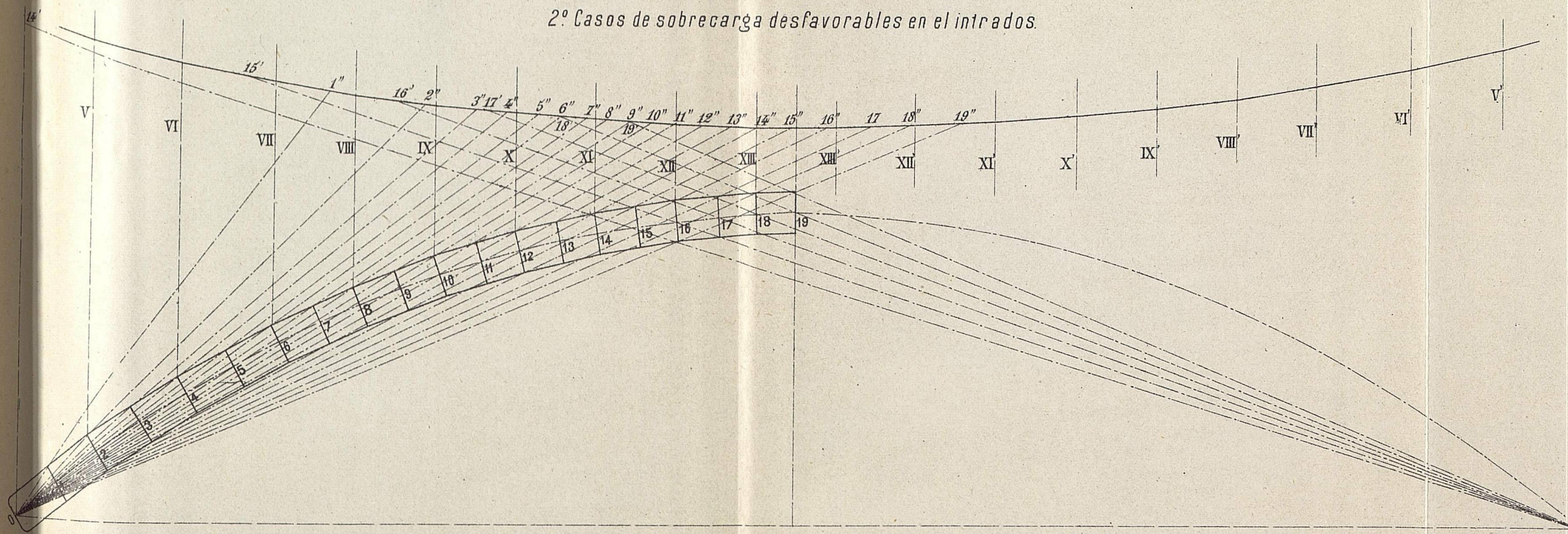
CÁLCULO GRÁFICO DEL ARCO ARTICULADO.
Sobrecarga estática de 300 Kg^s por m².

1.º Casos de sobrecarga desfavorables en el trasdos

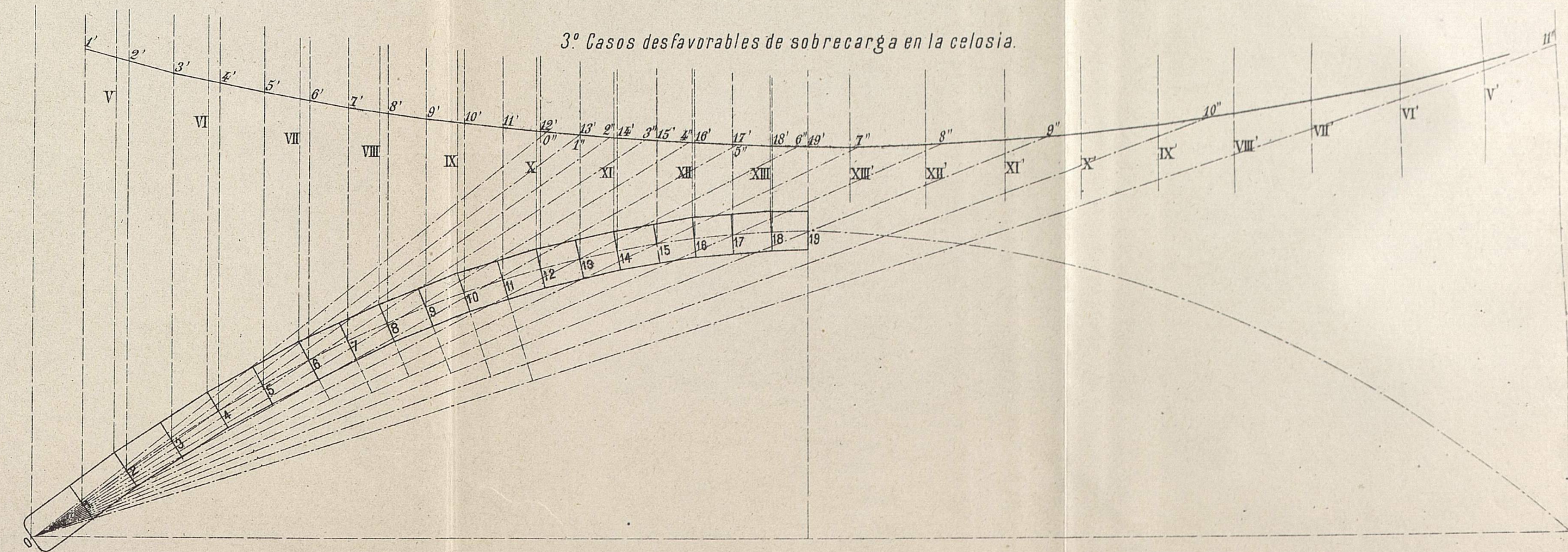
Tomo I Lámina XXVIII



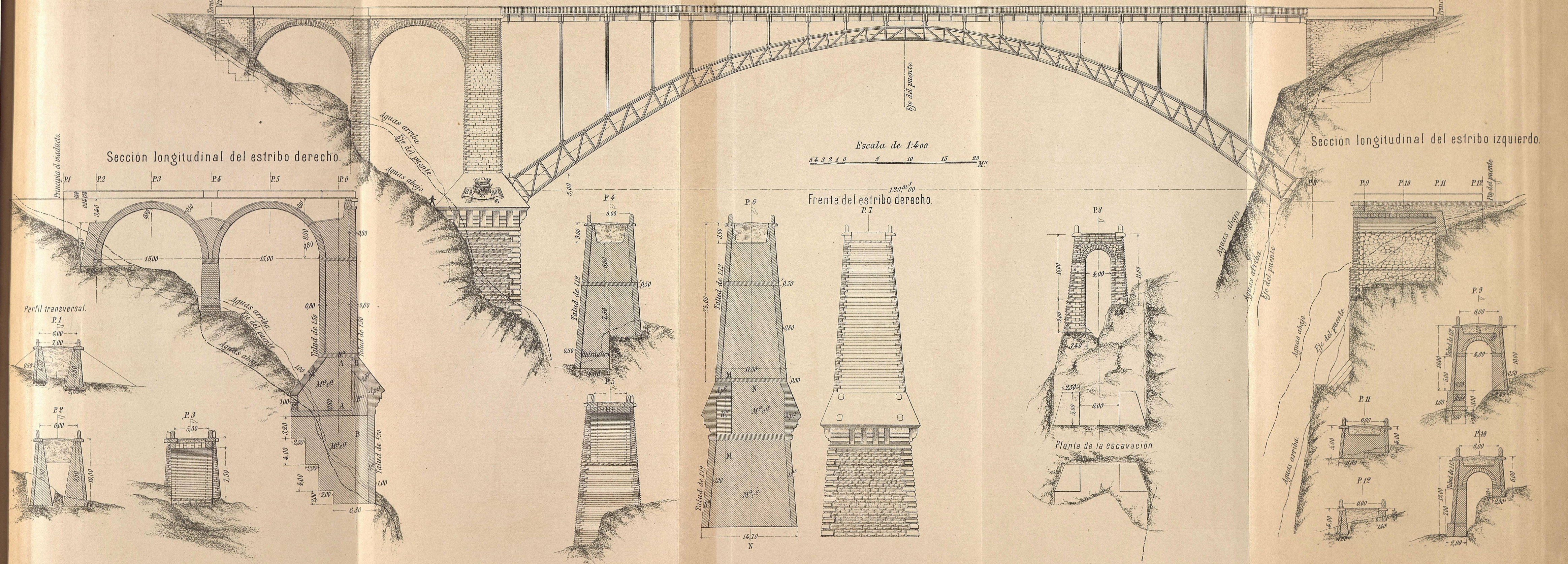
2º Casos de sobrecarga desfavorables en el intrados.



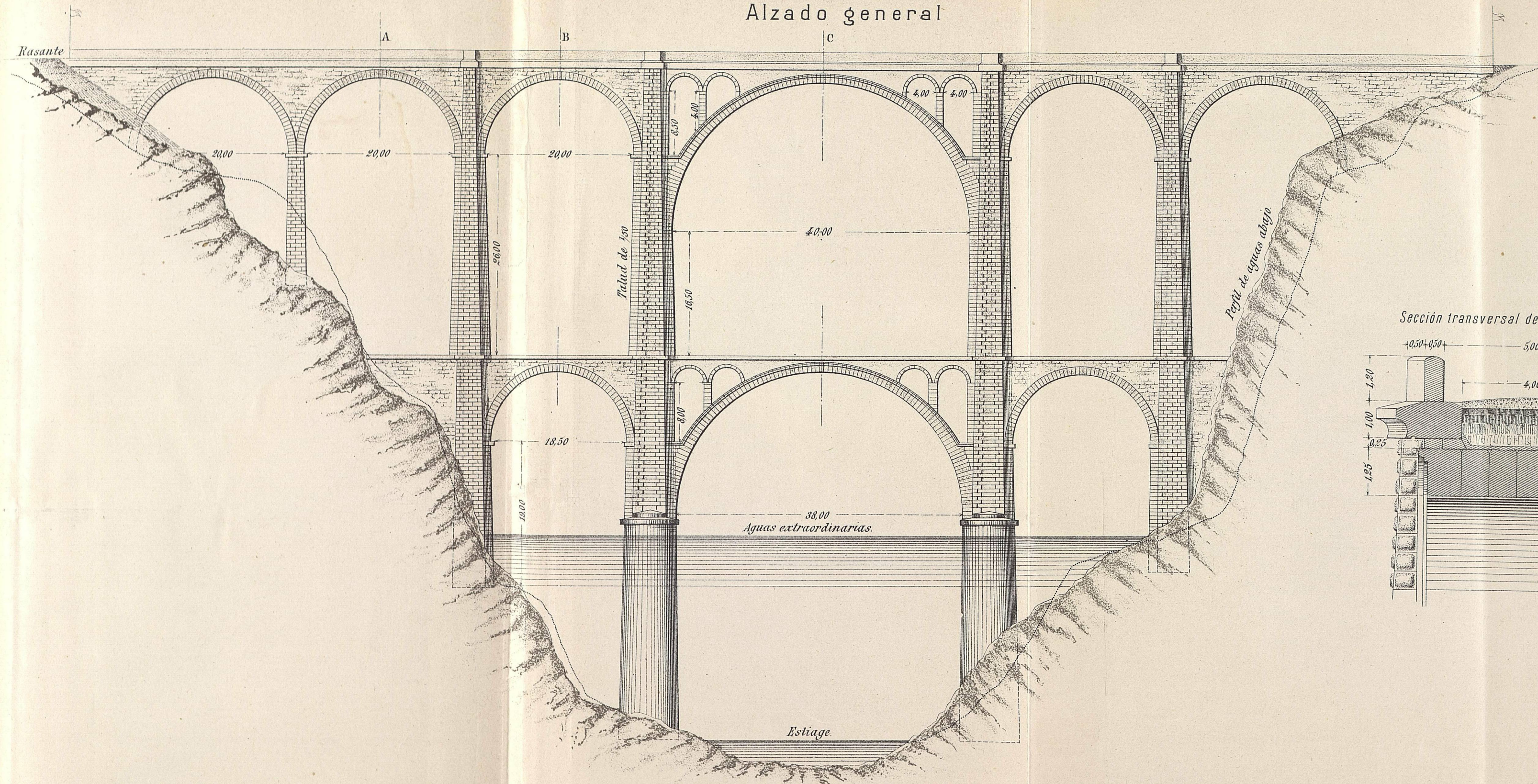
3.º Casos desfavorables de sobrecarga en la celosía.



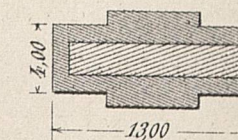
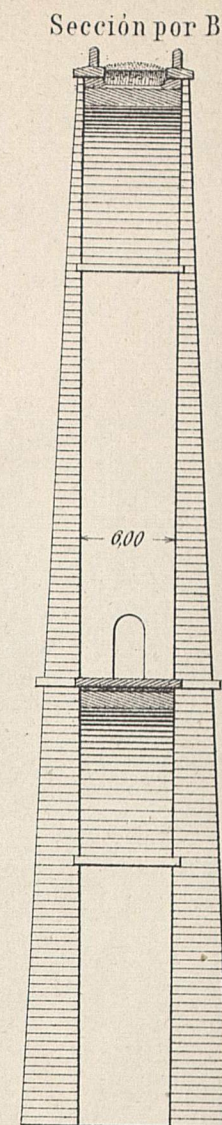
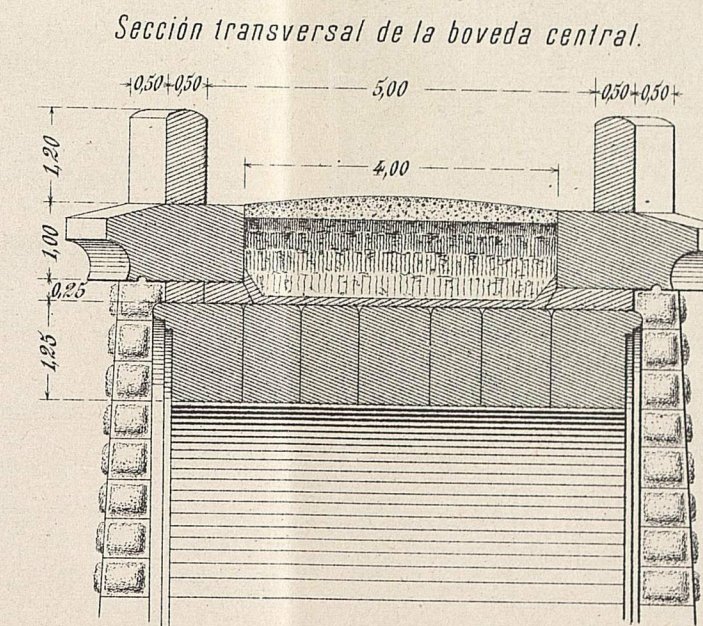
Alzado
Vista de aguas abajo.



Alzado general

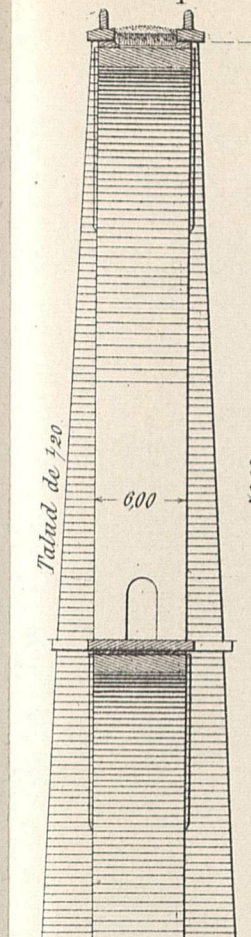


LIT-MENDEZ-ISABEL LA CATÓLICA-25-MADRID.

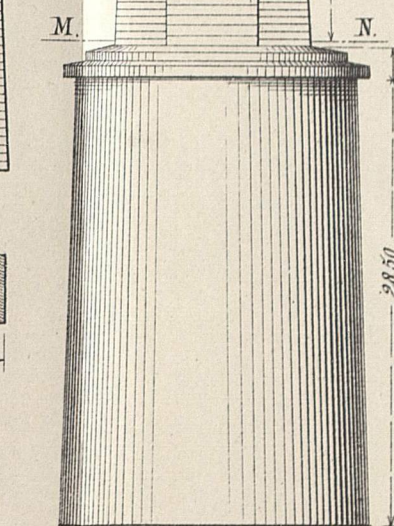
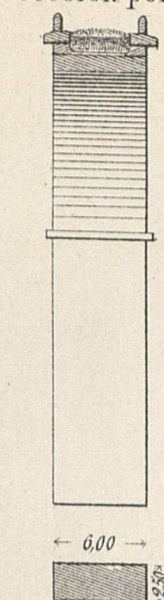


Secciones transversales.

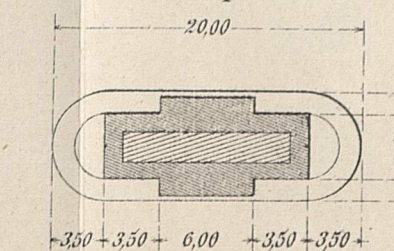
Sección por C.



Sección por A.



Sección por M.N.



PARTE SEGUNDA

PUENTES DE HORMIGÓN ARMADO



GUANAJUATO, MICH.



FUNDACIÓN
JUANELO
TURRIANO

INTRODUCCIÓN

Son ya numerosos los libros dedicados á puentes de fábrica y á tramos metálicos corrientes, y nada nuevo podría yo decir sobre asuntos tan manoseados.

También se han descrito en varios tratados los puentes de hierro con arco y los métodos generales de cálculo que á tales entramados puede aplicarse, y recientemente se han publicado algunos libros con planos y detalles de algunos puentes de hormigón armado. Pero no conozco autor ninguno que haya desarrollado estas dos últimas cuestiones desde el punto de vista práctico, enumerando con detalle los cálculos que son necesarios para proyectar puentes de hierro con arco inferior ó puentes de hormigón armado; y conocedor por experiencia de las dificultades que estos trabajos, si no difíciles, por lo menos laboriosos, producen al Ingeniero, que no siempre dispone del tiempo necesario para repasar los estudios que hizo, ni ordenar los antecedentes diseminados en libros, folletos ó revistas, he creído de alguna utilidad para mis compañeros y colegas, reunir en un libro un gran número de mis recientes proyectos, con todos sus detalles de construcción, y con todos los cálculos que he empleado para determinar sus dimensiones.

He dividido mi trabajo en dos partes.

En la primera, con el título de *Grandes viaductos*, estudio con minuciosidad el problema de los puentes de hierro de arco inferior, comparando las diversas soluciones que pueden adoptarse dentro de esta misma disposición, con los demás tipos de puentes de fábrica, de vigas rectas y colgados. En este estudio hago una deta-



llada comparación de los arcos articulados y empotrados, trabajo que hasta ahora sólo se había considerado desde el punto de vista teórico, y demuestra la ventaja económica que ofrece la articulación con arcos de gran luz.

Claro es que los métodos de cálculo que desarrollo y los resultados que evidencio en este estudio de un puente de 120 metros de luz, puede aplicarse á todos los puentes con arco inferior, y se deduce de mi trabajo, que esta elegante solución de puente merece ser por su economía, empleada con mayor frecuencia que lo ha sido hasta hoy, pues parece haberse reservado su aplicación para las ciudades en los que resultan de mal aspecto los tramos rectos á que tan apegados se muestran los Ingenieros.

Quizá influya en este abuso del tramo recto el terror que produce la aparente complicación del cálculo de los arcos metálicos, y á desvanecerlo en gran parte tiende mi trabajo, pues no debemos asustarnos ante las integrales que produce la elasticidad.

La segunda parte de mi libro la dedico á los puentes de hormigón armado, novísima cuestión que apasiona hoy á cuantos siguen con interés los progresos de la Ingenieria, y creo también de mi deber levantar la manta con que parecen querer cubrirse los pseudo-inventores del hormigón armado, envolviendo en un misterio casi impenetrable los métodos *prácticos* de cálculo que pueden aplicarse á los puentes de este material.

Los libros que sobre el hormigón se han publicado hasta ahora, enumeran las teorías con que los constructores y sabios de todos los países quieren justificar sus hipótesis ó puntos de vista; yo creo que casi todos tienen razón, y lo prueba el hecho de que, calculada una obra por sistemas ó teorías, al parecer muy distintos dentro de las racionales, por supuesto, resultan casi siempre pequeñas diferencias en cantidades de hierro ú hormigón.

Pero han tenido los constructores singular empeño en no publicar los cálculos detallados de sus obras, y yo quiero romper el encantamiento en que se ocultan, demostrando que para el hormigón armado, como para todas las construcciones, basta aplicar racionalmente los principios de la mecánica con que nos hemos amantado todos, sobre las hipótesis del sentido común, que todos también tenemos, en mayor ó menor grado.

Quizá consiga con esta vulgarización de los métodos de cálculo



del hormigón armado, aumentar la lista, ya numerosa, de mis competidores en la industria que introduje en España hace seis años; pero este disfavor que me proporciono voluntariamente, queda compensado con la satisfacción de ser útil á mis compañeros.

Conste, pues, que no pretendo enseñarles nada; pero si creo contribuir con este trabajo á reducir el de mis colegas en los muchos casos en que necesitan proyectar puentes en arcos metálicos ó de hormigón armado.

Si lo consigo, me daré por muy satisfecho.

JOSÉ EUGENIO RIBERA.

Madrid Mayo de 1903.



INTRODUCCIÓN

El presente trabajo tiene como finalidad
exponer los fundamentos de la
teoría de la probabilidad y su
aplicación en la estadística.
El autor desea agradecer a
los señores que han colaborado
en la realización de este
trabajo.

Madrid, 1900.



PUENTES DE HORMIGÓN ARMADO

CAPITULO PRIMERO

DISPOSICIONES GENERALES

Inconvenientes de los puentes de hormigón en masa.—A pesar de las evidentes ventajas que ofrece el empleo del hormigón en masa para puentes, no está exento de algunos inconvenientes que conviene poner en evidencia.

En primer lugar, el hormigón en masa lleva consigo la disposición de bóvedas que exige la construcción de estribos de gran espesor para contrarrestar los empujes oblicuos que siempre determinan estas bóvedas.

Como además el hormigón, ni tiene elasticidad sensible, ni resiste bien á los esfuerzos de tensión, un defecto de mano de obra, ó un choque, ó vibraciones violentas, que produzcan tensiones, puede determinar en la bóveda grietas ó desperfectos de consideración.

Como la resistencia de estas bóvedas está fiada á su perfecta homogeneidad, se precisa una selección minuciosa de materiales y una mano de obra cuidadosa é inteligente. pues un defecto en una de las partes de la bóveda, al producir una solución de continuidad en la masa, puede arrastrar su ruina.

Por último, los pesos de estas bóvedas, aunque menores que los ejecutados con sillerías ó ladrillos, son aún muy grandes, y no sólo requieren cimbras muy sólidas y bien arriostradas, sino que determinan empujes enormes en las pilas y estribos que obligan á dar á estos apoyos espesores muy considerables y, por ende, cimientos muy costosos.



Ventajas del hormigón armado en los puentes.—Sabida es la perfecta solidaridad que ofrecen los elementos hierro y cemento en los pilares y vigas de hormigón armado, y la aplicación de estos sistemas á la construcción de puentes evita en gran parte los inconvenientes que acabamos de señalar.

Claro es que entonces se precisa también una ejecución perfecta, pero se obtiene ésta encomendándola á constructores especialistas, con elementos y personal adecuados.

La armadura de hierro, al absorber *con un peso mucho menor* (1) una gran parte de los esfuerzos, permite reducir en considerable proporción el volumen del hormigón, y al disminuir el peso muerto, se obtiene una economía grande en los espesores de los apoyos y, por lo tanto, en el coste de los cimientos, factor que influye sensiblemente en los presupuestos de los puentes.

La economía es aún mayor en luces inferiores á 15 metros, para las que pueden emplearse tramos rectos, cuyos estribos pueden ser simples muros de pequeño grueso y pilas estrechas de muy reducido volumen, cuando no pilares de hormigón armado, formando simples palizadas. Estas soluciones compiten con ventaja con las de tramos metálicos, según más adelante demostraré.

Finalmente, la adición de barras metálicas á las bóvedas, no sólo evita el peligro de una solución de continuidad en la bóveda, por un defecto de materiales ó mano de obra en el hormigón, sino que determina un aumento en el *monolitismo*, por decirlo así, de dichas bóvedas. Y como en éstas se producen efectos de flexión al paso de las cargas dinámicas, á los que resiste mal el hormigón solo, el hierro de las armaduras absorbe y equilibra tales esfuerzos secundarios y presta á la bóveda una elasticidad de que carecía.

Disposiciones que se emplean.—La mayor parte de los inventores de cemento armado empezaron por aplicar sus sistemas á pequeños tramos rectos, con éxito siempre. Pero al querer apli-

(1) Las resistencias del hierro y del hormigón están en la relación de $\frac{1,000}{25} = 40$; la de sus pesos de $\frac{7,500}{2,300} = 3,5$; es decir, que a igual *ta* de peso, la resistencia del hierro es $\frac{40}{3,5} = 11,4$ veces mayor que la del hormigón.



car á las bóvedas las mismas disposiciones imaginadas para los pisos y vigas rectas, se tropieza con inconvenientes serios.

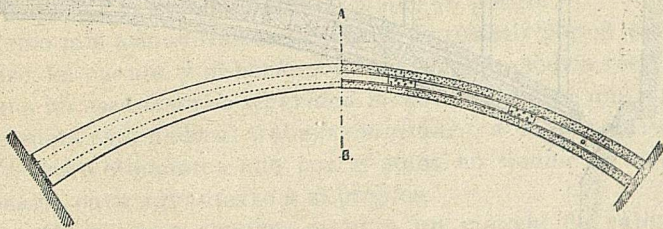
Verdad es que de esta manera han obtenido sensibles economías en la cantidad de materiales, pero también es cierto que el aumento de mano de obra y de cimbras y moldes, ha excedido á veces aquellas economías, y que el cálculo adolece también de la precisión y seguridad que convendría obtener.

Descripción de mi sistema.—Un minucioso estudio de la cuestión, me ha llevado á imaginar varias disposiciones, que á mi juicio mantienen toda la economía y ventajas inherentes á la combinación racional de hierro y cemento en las bóvedas, sin el inconveniente de un excesivo coste de mano de obra y cimbras.

Consisten en constituir la armadura metálica de las bóvedas por vigas en doble T, sencillas ó armadas (véase figuras 1.^a á 5.^a), que tengan por sí solas resistencia y solidaridad suficiente para sostener el peso muerto del hormigón en que han de envolverse.

El hormigón entonces, una vez fraguado, tendrá que resistir á los esfuerzos producidos por el peso muerto del tablero y el de las sobrecargas.

Como las armaduras metálicas así constituidas resultan de poco peso, su montaje sólo requiere la instalación de un *andamio muy ligero*. Una vez montadas estas cerchas ó armaduras metálicas,

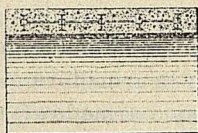
F. g. 1.^aFig. 2.^a

fácil es suspender de ellas los moldes corredizos que han de servir para verter el hormigón, y esta misma operación resulta entonces muy económica, puesto que no es necesario preocuparse de la situación de los hierros, ni sostener éstos durante el apisonado.

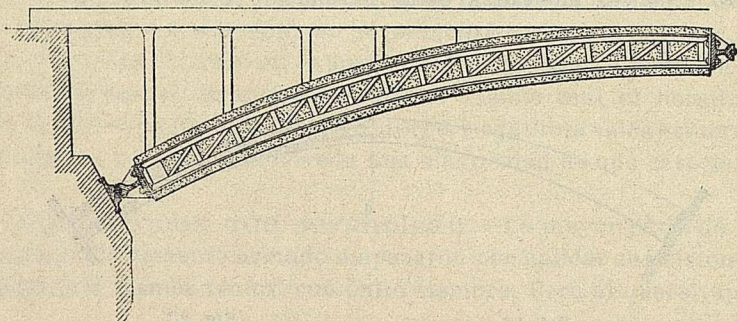
Hasta 30 metros de luz convendrá dejar á las armaduras de los

arcos una sección constante y constituir las por simples viguetas, cuyos extremos se roblonen entre sí y empotrarlas en los apoyos por el intermedio de una chapa de palastro (figuras 1.^a y 2.^a)

A partir de 30 metros de luz, las presiones, siendo ya grandes, convendrá articular las cerchas en arco en los arranques y en la clave, para reducir así las oscilaciones de la curva de presiones, y asimismo se podrán sustituir las viguetas ordinarias de hierro por vigas armadas (fig. 4.^a). cuyas secciones pueden calcularse con más precisión, no poniendo en cada punto más que el hierro necesario.

Fig. 3.^a

La bóveda de hormigón puede ser continua en todo el ancho de la obra (fig. 3.^a) ó formada por varias cerchas, sobre las que se apoyan los pilares y un tablero (fig. 5.^a)

Fig. 4.^a

En este caso deberá rodearse toda la cercha en hormigón con un tejido metálico empotrado en la masa y á pequeña distancia del paramento, para evitar que el hormigón se desprenda de los paramentos del hierro, cuando éste sufra esfuerzos de flexión.

Tales son las disposiciones que, perfeccionando el sistema Melan en algunas de ellas, y adoptando un sistema completamente original, como lo es el de la fig. 5.^a, han de resolver el problema, á mi juicio, de la manera más práctica.

Mi sistema, por el que he obtenido patente de invención (número 29.936), llevará quizá más hierro que otros, pero este aumento

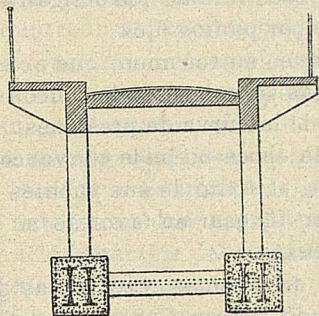


Fig. 5.ª

de gasto queda á favor de la obra. En cambio, suprimo en gran parte el coste y los peligros de las cimbras, que es un gasto muerto muy superior al aumento de hierro que yo pongo.

Como mis armaduras son capaces de resistir por sí solas todo el peso del puente, y el hormigón solo también podría resistirlo, se obtiene un *coeficiente de seguridad muchísimo mayor* que cuando la resistencia está fiada al trabajo *simultáneo*, á la absoluta *solidaridad*, entre elementos que por sí solos no tienen la resistencia necesaria para aguantarse á sí propios.

Por último, este sistema permite un método de cálculo muy racional y sencillo, y que nos da una seguridad absoluta, sobre todo cuando se emplean articulaciones en la clave y los arranques, como creo debe hacerse, siempre que la luz de las bóvedas exceda de 30 metros de luz.

Ventajas de las articulaciones.— Desde hace tiempo vengo sosteniendo las ventajas que ofrecen las articulaciones, y en

mi libro *Grandes viaductos*, y en mi proyecto de puente de Las Segadas (1), las enumeré ya con alguna extensión.

A raíz de la construcción del puente de Chatellereault, sostuve con el distinguido inventor M. Hennebique, una interesante discusión de carácter particular en favor de las ventajas que ofrecería la articulación de los grandes arcos de hormigón armado, que han permitido construir bóvedas de simple hormigón de 50 metros de luz, con dimensiones excepcionales, que no pudieran ni soñarse siquiera, á no existir esas rótulas que obligan á la tan voluble curva de presiones á pasar por puntos fijos.

Cree M. Hennebique, en resumen, que el empotramiento de los arcos produce ventajas superiores á los inconvenientes que puede ofrecer la movilidad de la curva de presiones.

Aunque en aquella época no pude convencer á M. Hennebique, que se apoyaba sobre el éxito de sus puentes empotrados, me satisface hoy día poder invocar en favor de mi opinión las de otros distinguidos especialistas.

El Ingeniero jefe de puentes y calzadas de Bélgica, M. Paul Cristophe, comisionado por su Gobierno para estudiar las obras de hormigón y cemento armado, y que ha escrito en 1899 una extensa Memoria, publicada en los *Annales des Travaux Publics de Belgique*, asistió conmigo al Congreso de París del hormigón armado de aquel año, y no nos ocultó el entusiasmo que le producían las obras ejecutadas, y, sobre todo, el proyecto del puente de Chatellereault, que se presentó en aquel Congreso. Pero, á pesar de las simpatías evidentes que le ha inspirado M. Hennebique y sus trabajos, manifiesta bien claramente en su Memoria las ventajas que ofrecen la articulación de los arcos.

En la segunda edición de su interesante libro *Le Béton armé et ses applications*, pág. 654, resume del siguiente modo las ventajas que ofrece la triple articulación en las grandes bóvedas de hormigón armado:

1.º Permite corregir un asiento de las cimbras, acuñando las rótulas.

2.º Evita las grietas que pudiera provocar el descimbramiento en una bóveda continua, pues las articulaciones permiten un asiento de las bóvedas, sin perjuicio de la obra.

(1) *Revista de Obras públicas*, números de 18 y 25 de Abril de 1901.



3.º Asimismo el empleo de rótulas evita el peligro que pudiera ocasionar un ligero movimiento en los estribos, que sería fatal en una bóveda rígida.

4.º En las bóvedas articuladas, la temperatura no ejerce ninguna influencia sobre el trabajo elástico de la construcción. En puentes de gran luz, estos efectos pueden ser de mucha importancia.

5.º La triple articulación permite suprimir en el cálculo de los esfuerzos debidos á la carga, las condiciones de deformación. Para tener éstas en cuenta, se precisa establecer hipótesis generalmente poco verosímiles, que introducen una incertidumbre peligrosa.

6.º Es inexacto que resulten más económicas las bóvedas continuas, por lo menos en condiciones iguales de seguridad.

En resumen, deduce M. Cristophe: *La triple articulación, es, pues, para los puentes de hormigón armado, como para los arcos metálicos y para las bóvedas ordinarias, el tipo más racional.*

Pero, además de esta autoridad científica, nos acompaña en nuestra opinión la sanción práctica del Ingeniero austriaco M. Melan, que es, sin disputa, el constructor que ha ejecutado mayor número de puentes de hormigón armado.

Después de haber empleado, con éxito también, armaduras rígidas en sus primeros puentes, al tener que proyectar uno de 42 metros de luz sobre el río Steyr, se ha decidido también por la articulación de los arcos.

¿Qué duda cabe que esta disposición permite una gran precisión en el cálculo, tan hipotético siempre, de las piezas prismáticas curvas?

Pero no sólo desde el punto de vista *estático*, por decirlo así, ofrecen las rótulas de las bóvedas una seguridad inconcusa, sino también para los efectos de la elasticidad de estos grandes arcos, puesto que al anular los momentos flectores en la clave y en los arranques, quedan sólo las zonas medias de los semiarcos influenciadas por los esfuerzos de flexión, y en esas zonas es donde se aumentan los espesores de las bóvedas y pueden reforzarse las secciones de las armaduras metálicas.

En cambio, ignoramos los inconvenientes que pueden ofrecer las articulaciones. Numerosos ejemplos hay ya de puentes y armaduras metálicas; díganlo, si no, los puentes de Garabit y Oporto, la cubierta del palacio de las máquinas de la Exposición, los grandes puentes de hormigón alemanes, que no se mueven á pesar de apo-



yarse sobre rótulas libres. En ninguna de estas obras se ha acusado la menor deformación ni movimiento.

Puede, pues, asegurarse, que en estos grandes puentes, el empotramiento de sus apoyos abre el campo á los efectos de la elasticidad, que son los más peligrosos, por lo mismo que son más sutiles y menos precisos, y, *aunque parezca paradógico, afirmamos que el equilibrio estático más completo de un entramado, y á igualdad de masa, se obtiene dejando en libertad de giro á tres de sus puntos.*

Sentadas estas consideraciones generales, voy á desarrollarlas aplicándolas á varios proyectos que he redactado, y daré al mismo tiempo cuenta de los resultados prácticos que he obtenido en la ejecución de varios puentes de mi sistema.



CAPITULO II

DESCRIPCIÓN Y CÁLCULO DE LOS TRAMOS Y PILARES DEL PUENTE DE MIERES (ASTURIAS)

Descripción y presupuesto de este puente.—Justificadas en el capítulo anterior las disposiciones que preconizo para las grandes bóvedas, no necesitare describir con extensión el proyecto cuyos detalles se aprecian con las láminas 1.^a, 2.^a y 3.^a

Este puente ha de sustituir al actual de madera, para la carretera de Mieres á su estación.

Consta el puente de dos arcos de 35 metros de luz, rebajados al $\frac{1}{10}$, y de tres tramos rectos de avenidas de 10^m,50 de luz, iguales á los que se representan en la lámina 1.^a Es decir, una longitud total de 110 metros y una anchura de 7 metros. Hubiera podido proyectar otro tercer arco, para mayor simetría del conjunto; pero aparte de que resultaba más caro, tampoco disponia de altura suficiente, por efecto de la pendiente en que está el puente y de la elevación del nivel de las márgenes, en el emplazamiento de los tramos.

Si bien por su aspecto, la decoración del puente quizá parezca excesiva, aunque sea para una obra situada en una villa importante y en sitio muy visible, téngase presente que todas las pilas y estribos son de hormigón en masa y que los motivos de adorno se repiten; así es, que con el mismo molde pueden ejecutarse todas esas molduras sin aumento sensible de coste, como lo demuestra el presupuesto de la obra, que se resume del siguiente modo (1):

(1) No se incluyen en estas partidas el pavimento de asfalto, ni los puentes de servicio que hay que ejecutar para sostener el tránsito público, pues son obras independientes del puente.



	Pesetas.
Pilas, estribos y pretilos.....	58.172,81
Arcos de hormigón armado.....	48.865,04
Tablero y sus pilares.....	38.142,98
Andamios y obras accesorias.....	6.500
Total.....	151.680,83

Como el puente tiene 770 metros superficiales, resulta un precio por metro cuadrado de puente de 196 pesetas de ejecución material, que es muy reducido, si se tiene en cuenta que están incluidos en él los cimientos y agotamientos de las cuatro pilas (1).

Comparación de su coste con tramos metálicos.— Sin necesidad de calcular detalladamente la solución enteramente metálica, podemos comparar ambas, deduciendo los pasos de los tramos de hierro de igual luz, por medio de las conocidas fórmulas de Croizette-Desnoyers, puesto que las condiciones de cálculo de nuestro puente son análogas á las de las obras que han servido para deducir aquéllas.

La superficie que han de tener los tramos es la siguiente:

Dos tramos de 11^m,40 de longitud y 7 metros de ancho, 159,6 metros cuadrados.

Dos tramos de 37 metros de longitud y 7 metros de ancho, 518 metros cuadrados.

Los pesos por metro cuadrado de puente, correspondiente á las luces de 10 y 35 metros son, según Croizette-Desnoyers, de 121 y 257 kilogramos por metro cuadrado, respectivamente; pero, como es sabido, en estos pesos no está incluido el de los hierros zorés ó placas bombeadas para pisos, que se considera como parte del pavimento.

Si suponemos que se adopten placas bombeadas de 8 mm. de grueso, que pesan 64 kilogramos por metro cuadrado, los pesos de la parte metálica de los tramos de 10 y 35 metros de luz, serán

(1) Los estribos extremos están ya cimentados y podrán aprovecharse en gran parte.



de 185 kilogramos y 321 respectivamente, y los pesos totales del puente serán:

	Kilogramos.
159m. ² ,6 × 185 kilogramos.....	29.526
518m. ² ,0 × 321 idem.....	166.278
Total.....	193.794

Según los datos que hemos podido adquirir en las fábricas de Asturias, el precio de ejecución material á que podría ejecutarse este puente, sería de 680 pesetas tonelada, por lo que el coste de la parte metálica sería de 133.135,92 pesetas.

Como, según hemos dicho, el presupuesto de ejecución material de los arcos y tablero de hormigón armado que proyecto es de 93.508,02 pesetas (1), resulta una economía de 40.627,90 pesetas; es decir, que los tramos metálicos costarían 43 por 100 más que lo que se calcula para la solución de hormigón armado, sin contar la economía de la conservación, que es nula con esta última solución, y prescindiendo también de la estética, que no cabe dudar queda mejor servida con la disposición proyectada.

Descripción del tablero.—Con objeto de disminuir el peso muerto que actúa sobre los arcos, he dispuesto el tablero de hormigón armado, pues de esta manera los tímpanos pueden sustituirse por simples pilares de hormigón armado.

El detalle de este tablero se aprecia con claridad en la lámina 2.^a, y no creo necesario extenderme aquí describiendo y justificando el sistema y método de cálculo que he adoptado para el entramado y forjado, que he descrito con amplitud en el número 7 de la revista *El Cemento Armado*, y en un folleto que acabo de publicar.

La lectura de este folleto, en el que describo un gran número de obras ejecutadas por mi sistema, evidencia que el éxito ha sancionado ya repetidas veces la disposición y el método de cálculo que preconizo.

(1) No incluimos en esta cifra, para la debida comparación, más que el coste de ejecución material de los tramos y arcos de hormigón armado, pues el resto es factor común de cualquier solución.



Propongo como pavimento el de asfalto, que hoy está dando muy buen resultado, directamente extendido sobre el forjado y andenes de hormigón, pues no sólo se reducen así las vibraciones del puente, sino que se disminuye su peso muerto.

El tablero estará formado por un forjado que se apoyará en sentido longitudinal sobre cuatro largueros separados $1^m,666$ de eje á eje, y que á su vez se apoyarán sobre viguetas transversales á $1^m,50$ de distancia.

Los andenes estarán volados con relación á los largueros continuos. El tablero estará sostenido por pilares de hormigón armado que irán desde los arcos á las viguetas.

Datos para el cálculo.—El puente ha de estar calculado para resistir la más desfavorable de las dos cargas siguientes:

- 1.^a Una sobrecarga estática de 400 kilogramos por metro cuadrado repartida uniformemente sobre el firme y los andenes.
- 2.^a El paso simultáneo sobre la calzada de dos filas de carros de 8 toneladas cada uno sobre un solo eje, y un tren, estando al mismo tiempo cargado los andenes con 400 kilogramos por metro cuadrado.

La disposición de estas cargas móviles será la siguiente:

Fig. 6.^a—Carros de 8 toneladas sobre un eje.

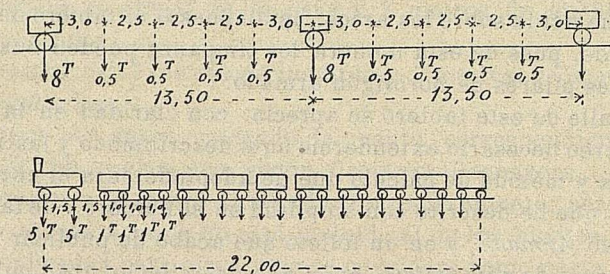


Fig. 7.^a—Tren de locomotora y diez vagones de un tranvía minero.

Los coeficientes de los materiales de trabajo serán:

Acero.....	{	A la tracción.....	10 ^k por mm.
		A la compresión.....	10 ^k por idem.
		Al tronchamiento.....	8 ^k por idem.
Hormigón á la compresión.....			25 ^k por cm. ²

Forjado.—El forjado de la calzada tendrá un espesor de 0^m,17 en el centro y 0^m,12 en los bordes, resultando para el tramo central un espesor medio de 0^m,16 y de 0^m,14 para los laterales.

Con la disposición adoptada de viguetas y largueros quedan unos recuadros para el forjado, que se armarán en los dos sentidos con barras cruzadas.

Así en el cálculo del forjado como en el de los largueros y viguetas, hay que determinar el momento correspondiente á la carga estática y el que corresponde á la carga móvil, y calcular las armaduras con arreglo al que sea mayor. Luego hay que comprobar si las secciones así obtenidas son suficientes para contrarrestar el efecto del esfuerzo cortante. En algunos casos emplearemos el método inverso, pues las cargas móviles determinan esfuerzos cortantes que exigen mayor sección de hierro que los momentos flectores.

Consideremos uno de los forjados laterales por ser de menor grueso que los centrales.

Espesor medio del forjado: 0^m,14:

$$\text{Luz media:} = \frac{1^{\text{m}},25 + 1^{\text{m}},32}{2} = 1,42.$$

Peso propio por m. ²	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Del forjado: } 2.500 \text{ k} \times 0,14 = 350\text{k} \\ \text{Del asfalto (espesor } 0,03) = 50\text{k} \end{array} \right.$
	Total..... 400k
Sobrecarga estática por m. ²	400k
	Carga total..... 800k

Carga móvil.—Sobre uno de los recuadros ó entrepaños del forjado pueden venir á apoyarse las dos ruedas de un carro, en total 8 toneladas.

Como estos forjados armados en los dos sentidos pueden considerarse como láminas elásticas, cuyas propiedades, desde el punto de vista de la resistencia de materiales, no ha conseguido conocer aún la Mecánica aplicada, tenemos que fundarnos para calcularlos en los datos que hasta ahora nos suministra la experiencia. Esta

ha comprobado la fórmula del momento flector $\frac{p l}{36}$ para el caso de



una *carga uniforme*, suponiendo empotrada la lámina en todo su contorno. El momento originado por una carga aislada en una tal lámina, no tiene aún expresión conocida; pero la experiencia también ha confirmado que no es separarse mucho de la verdad sustituir, para los efectos del momento flector, la carga aislada por una uniforme equivalente.

Esta sustitución no es necesaria cuando se trata del esfuerzo cortante que puede determinarse directamente sin recurrir á este artificio. Tal vez convendría recurrir á él, si fuese posible; pero invirtiendo los términos, porque la expresión del esfuerzo cortante debido á una carga uniforme no es conocida en las láminas empotradas en su contorno.

La carga uniformemente repartida por m.² y equivalente á las 8 toneladas de carga aislada, será

$$\frac{1,52 \times 1,32}{8.000k} = \frac{8.000k}{2,0064} = 4.000k.$$

Como esta carga es muy superior á la sobrecarga estática, claro es que el momento que debemos calcular es el que á ella corresponde; tenemos, pues,

Peso propio por m. ³	400k
Sobrecarga equivalente á la móvil.....	4.400k
Total.....	<u>4.400k</u>

El momento flector será

$$Mf = \frac{4.400 \times 1,42}{36} = \frac{4.400 \times 2,0164}{36} = 246,4 = 250 \text{ kgs.}$$

La altura de la parte comprimida tendrá por valor

$$2He = \frac{2}{10^3} \sqrt{250} = 0,0316, \text{ ó sea } 0^m,032.$$

El brazo de palanca de la armadura será

$$Ht = 140 - (32 + 25) = 0^m,083.$$



y la sección necesaria de acero.

$$S = \frac{250}{2 \times 0,083 \times 10^7} = 151 \text{ mm.}^2$$

Veamos si esta sección es suficiente para el

Esfuerzo cortante.—Suponiendo que la transmisión de las presiones se haga en el hormigón armado según líneas á 45° (seguramente son más tendidas estas líneas en la realidad), resulta que para un espesor de forjado de $0^m,17$, la parte interesada por el peso de una rueda en la cara inferior del forjado, tiene en un sentido $0,17 + 0,16 +$ la anchura de la llanta, ó sea por lo menos, $0,34$ centímetros en cada sentido (1). Esta sección interesada de $0,34$, se reduce á $0,30 \times 0,30$, ó algo más, á la altura en que está colocada la armadura. Si armamos el forjado con 8 barras por metro en cada sentido, que estarán á $0^m,125$ de separación, se ve en el croquis que el esfuerzo cortante encuentra dos barras en cada sentido, ó sean cuatro secciones en cada sentido, ó, en total, 8 secciones de hierro. La sección de estas barras con la separación adoptada, tendrá por valor

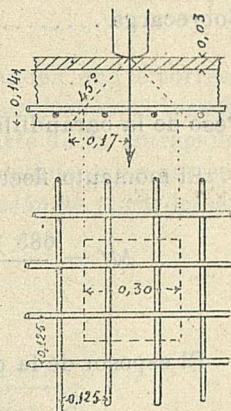


Fig. 3 *

$$S = \frac{4.000k}{8 \times 8} = 63 \text{ mm.}^2;$$

se emplearán barras de 9 mm., que tienen 64 mm.^2 . La sección total por metro en cada sentido, será $64 \times 8 = 512 \text{ mm.}^2$, muy superior á la que hemos visto necesitaba el momento flector.

Andenes.—Estarán volados sobre los largueros laterales.

$$\text{Vuelo} = 1,00 - 0,075 = 0^m,93.$$

(1) Pues aunque en el sentido del movimiento la zona de contacto no fuese más que una línea, siempre habría en la cara inferior los $0,34 \text{ m.}$

Espesor.....	En el extremo.....	0 ^m ,08
	En el arranque.....	0 ^m ,12
	Medio.....	0 ^m ,10

Sobrecarga: 400^k por m.²

Peso propio por m.²: $2500 \times 0,10$ = 250^k

Idem id. del asfalto (espesor 0^m,02)..... = 35^k

Sobrecarga 285
400

Peso total..... 685

Peso de la barandilla por m. 1..... 60^k

El momento flector valdrá

$$M_f = \frac{685 \times 0,93^2}{2} + 60 \times 0,93 = \frac{685 \times 0,8649}{2} + 6 \times 9,3 = 353 \text{ kgs.}$$

El espesor de la parte inferior comprimida será

$$2hc = \frac{2}{10^3} \sqrt{\frac{353}{2}} = \frac{2 \times 12,4609}{2} = 0,0249 = 0,025.$$

El brazo de palanca de la armadura superior es

$$Ht = 100 - (25 + 25) = 0^m,050.$$

Y la sección de acero por m. 1.

$$S = \frac{353}{2 \times 0,05 \times 10^7} = \frac{0,00353}{10} = 353 \text{ mm.}^2$$

Se armarán los andenes con 6 barras por metro de 9 mm., que dan 382 mm.², y bastan; mas para mayor solidaridad, se prolongarán á los andenes las 8 barras por metro de los forjados correspondientes. Esta sección es más que suficiente para resistir el esfuerzo cortante. Este tiene por valor en el arranque

$$E = \frac{1}{2} 685 \text{ k} \times 0,93 = 315^k \text{ por m. 1.}$$

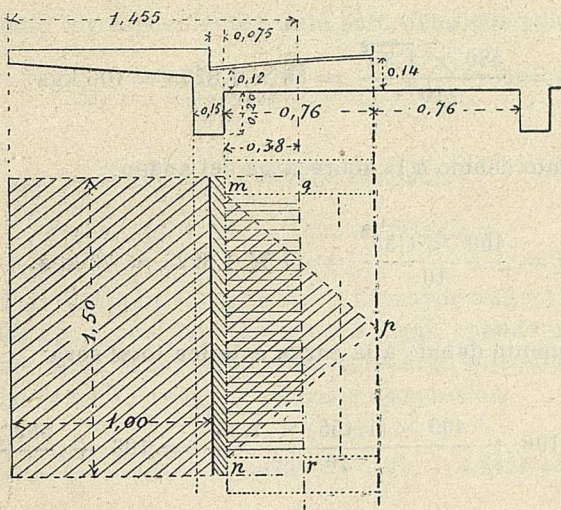


necesitando una sección de $\frac{315}{8} = 40 \text{ mm.}^2$, muy inferior á la que exige la flexión.

Largueros laterales —Aunque la luz exacta de estos largueros es 1^m,32, tomaremos en el cálculo 1^m,35, para tener en cuenta las diferencias que resultan siempre en la práctica al replantear obras de tanto cuidado como esta.

Sección: 15 $\times$ 20.

Cada larguero lateral soporta la parte de andén que le corresponde, con su barandilla; parte del forjado de la calzada que insiste directamente sobre el larguero, y la cuarta parte de un entrepaño del forjado. Además del peso propio de cada una de estas partes, hay que considerar las sobrecargas. Sobre el andén no puede haber

Fig 9.^a

más sobrecarga que la estática; en el resto habrá que estudiar si es más desfavorable la estática ó la dinámica.

El peso propio por m. l. de larguero se compone así:

Peso propio del larguero $2,500 \times 0,15 \times 0,20 \dots \dots \dots$	$=$	75k
Idem id. del andén (suponemos 0m,105 de espesor medio por tener en cuenta una pequeña porción que insiste sobre el larguero) $= 2,500 \times 0,105 \times 1,00 \dots \dots \dots$	$=$	263k
Peso propio de la barandilla.	$=$	60k
Idem id. del forjado que insiste sobre el larguero y del que no insiste (la parte <i>m q r n</i> es equivalente á <i>m p n</i> ; $m q = \left(\frac{0,76}{2} = \frac{1,52}{4} \right) = 400 \times \left(\frac{1,52}{4} + 0,075 \right) \dots \dots \dots$	$=$	482k
Peso propio total por m. l.	$=$	580k

Momento debido á la carga permanente:

$$(1) \quad M_r = \frac{580 \times \overline{1,35}^2}{10} = 58 \times 1,8225 = 106 \text{ kgs.}$$

Momento debido á la sobrecarga del andén:

$$(2) \quad M_r = \frac{400 \times \overline{1,35}^2}{10} = 40 \times 1,8225 = 73 \text{ kgs.}$$

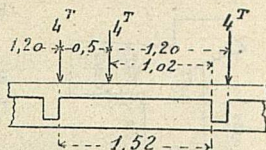
El momento debido á la carga estática total será:

$$M_r = 106 + \frac{400 \times (1,455) \times \overline{1,35}^2}{10} = 106 + \frac{582 \times 1,8225}{10} = 212 \text{ kgs.}$$

El momento debido á la carga dinámica se obtendrá aumentando á la suma de las expresiones (1) y (2) el momento producido por la carga móvil más desfavorable. Este momento será evidentemente producido cuando una de las ruedas de un carro esté junto al lar-



guero, al borde del forjado y á la mitad de la luz de aquél. En este caso, suponiendo lo más desfavorable que pueda ocurrir, á saber, que el peso del carro esté repartido por el forjado como si éste estuviese armado sólo por líneas normales á los largueros, el peso aislado que gravita en la mitad de la luz del larguero no es sólo de 4.000k, sino que hay que añadirle la parte que corresponde á la otra rueda; tomando momentos resulta peso total sobre el larguero, llamándole X,

Fig. 10.^a

$$X \times 1,52 = 4.000 \times 1,52 + 4.000 (1,52 - 1,20)$$

ó sea

$$X = 4.000 + \left(4.000 \times \frac{0,32}{1,52} \right) = 4000 + 843 = 4843k$$

El momento correspondiente á este peso tiene por valor

$$M_r = \frac{4.843 \times 1,35}{4} = 1.635 \text{ kgs.}$$

El momento total más desfavorable es, pues,

$$M_r = 106 + 73 + 1.632 = 1.814 \text{ kgs.}$$

Esfuerzo cortante máximo.—El mayor esfuerzo cortante en uno de los apoyos del larguero tendrá lugar cuando una rueda de 4.000k esté cerca de él, estando la sobrecarga entendida sobre el andén; dicho esfuerzo cortante tendrá por expresión:

$$E_r = \frac{(580 + 400) \times 1,35}{2} + 4.843k = 652k + 4.843k = 5.495k$$

La sección necesaria para restir este esfuerzo será:

$$\frac{5.495}{8} = 687 \text{ mm.}^2,$$

necesitándose una barra de 30 mm., que da 707 mm.²



Veamos cuánto resiste la viga-larguero, armándola con esta barra.

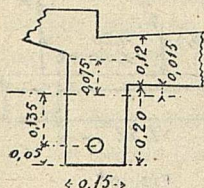


Fig. 11.

El brazo de palanca necesario para que esta armadura resista la mitad del momento flector es

$$H_t = \frac{1.814}{2 \times 0,000093 \times 10^7} = \frac{181,4}{1.386}$$

$= 0^m,135$. Entonces el brazo de palanca de la zona comprimida es 0,075. La presión que resiste la zona comprimida es $0,12 \times (0,76 + 0,15) \times 25 \times 10^4$ y el momento es $0,12 \times (0,91) \times 25 \times 10^4 \times 0,075$ kgs. $= 12 \times 91 \times 25 \times 0,075 = 2047,5$ kgs., número muy superior, no sólo a la mitad, sino a todo el momento flector.

Para que contrarreste los efectos que el semiempotramiento produce cerca de los apoyos, colocaremos en la parte superior de los largueros una barra de 15 mm., que además se opondrá a los efectos de la dilatación.

Como se habrá observado en el cálculo anterior, no se ha hecho trabajar al andén asociando su sección a la de la mitad del forjado.

Largueros centrales.—Luz $= 1^m,32$, y tomaremos $1^m,35$. Sección: 15×20 .

Aunque los largueros centrales no soportan más carga propia que la que corresponde a la cuarta parte de cada forjado adyacente, como hemos de considerar para la compresión la mitad de cada forjado, supondremos que toda la carga que corresponde a estas mitades es soportada por el larguero. Con esto, las dimensiones quedarán calculadas con exceso. El espesor medio del forjado interesado en la compresión es de $0^m,15$ y la anchura $1,52 \times 0,15 = 1,67$.

El peso propio por m. l. es el siguiente:

Peso del larguero.....	=	75 ^k
Idem del forjado $375 \times 1,67$	=	627 ^k
Idem del asfalto $50 \times 1,67$	=	84 ^k

Peso propio total.....	=	<u>786^k ó 790^k</u>
------------------------	---	--



El momento correspondiente á este peso vale

$$M_f = \frac{790 \times \overline{1,35}^2}{10} = 79 \times 1,8225 = 145 \text{ kgs.}$$

El momento correspondiente á la sobrecarga estática vale:

$$M_f = \frac{(790 + 400 \times 1,67) \times \overline{1,35}^2}{10} = 145,8 \times 1,8225 = 270 \text{ kgs.}$$

El que corresponde á la sobrecarga dinámica tendrá su valor máximo cuando estén en medio de la luz del larguero dos ruedas correspondientes ó dos carros, ó sea un peso aislado de 8.000^k.

El momento correspondiente á este peso vale

$$M_f = \frac{8.000 \times 1,35}{4} \quad 2.000 \times 1,35 = 20 \times 1,35 = 2.700 \text{ kgms.}$$

Este momento es mayor que el de la sobrecarga estática, y el momento máximo más desfavorable se obtendrá añadiendo á éste el del peso propio; así resulta

$$M_f = 145 + 2.700 = 2.845 \text{ kgms.}$$

$$2 H_c = \frac{M_f}{l E R_c} = \frac{2.845}{1,67 \times 0,15 \times 25 \times 10^4} = 0^m,041;$$

lo que demuestra que el espesor del hormigón es excesivo, puesto que el brazo de palanca de la compresión sólo necesita ser de 0,0205; es decir, que la fibra neutra queda por encima de la cabeza inferior del forjado, que por lo tanto estaría sometido á un esfuerzo de tensión.

Esto no conviene, pues ya sabemos que el hormigón trabaja entonces en malas condiciones, y como en estado de flexión hay equilibrio constante entre los trabajos de compresión y tracción, para que la fibra neutra quede por debajo del forjado basta dar á los hierros la sección necesaria para que resista al máximo momento con el brazo de palanca correspondiente.



Pongamos, pues, la fibra neutra á 0^m,01 por debajo del forjado

$$H_t = 0,20 - (0,05 + 0,01) = 0,14$$

$$S = \frac{2.845}{2 H_t R_t} = 0,001010, \text{ ó sean } 1010 \text{ mm.}^2$$

Para los momentos máximos basta, pues, una barra de 36 mm., que da 1.018 mm.²

Esfuerzo cortante.—El máximo corresponderá al caso en que las mismas ruedas que daban el mayor momento flector cuando estaban colocadas en medio de la luz, estén en uno de los extremos del larguero; teniendo además en cuenta el esfuerzo correspondiente al peso propio, resulta

$$E_c = 8.000k + \frac{786 \times 1,35}{2} = 8.000k + 531k = 8.531k.$$

Este esfuerzo exige una sección de acero de

$$\frac{8.531}{8} = 1.067 \text{ mm.}^2,$$

que, como vemos, es casi igual á la barra de 36 mm. para los momentos; y como además de esto añadimos una barra de 15 mm. en la parte superior de las vigas y la celosía de tela metálica, resulta un exceso de resistencia para el esfuerzo cortante.

Viguetas.—Aunque la luz es 1^m,52, tomaremos en los cálculos 1^m,55 por el mismo motivo indicado al tratar de los largueros laterales.

Calcularemos la vigueta del tramo central, que es la que estará en peores condiciones, y le daremos una sección uniforme de 18 × 25 en todo el ancho del puente, y barras de igual diámetro en toda su longitud.

Anchura de la cabeza de compresión: 1,32 + 0,18 = 1^m,50.

Espesor del forjado: 0^m,17.



Peso propio por metro lineal de vigueta:

Peso de la vigueta.....	=	113 ^k
Idem del forjado y asfalto (450 + 50) × 1,50.....	=	750 ^k
Total.....		<u>863^k</u>

Momento correspondiente:

$$M_f = \frac{863 \times 1,55^2}{10} = 86,3 \times 2,4025 = 210 \text{ kgs.}$$

Momento de la sobrecarga estática:

$$M_f = \frac{(863 + 400 \times 1,50) \times 1,55^2}{10} = 146,3 \times 2,4025 = 355 \text{ kgms.}$$

Se demuestra fácilmente que la posición más desfavorable de las cargas es la que se indica en el croquis del margen, y es aquella en que una de las ruedas está a 0,125 del centro de la viga.

Hallando para esta posición la reacción total X , se tiene:

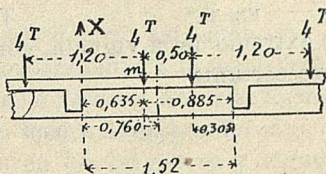


Fig. 12.

$$X + 1,52 = 4.000 \times 0,885 + 4.000 \times 0,385 = 4.000 \times 1,270$$

ó sea

$$X = 4.000 \times \frac{127}{152} = 3.342^k, 1.$$

El momento flector en el punto m de apoyo de la rueda más próxima al centro de la luz es:

$$M_f = 3.342,1 \times 0,635 = 2.122 \text{ kgms.}$$

El momento máximo total será:

$$M_f = 210 + 2.122 = 2.332 \text{ kgms.}$$

Haciendo un cálculo igual al que antes expusimos para los largueros tenemos:

$$S_t = \frac{M_f}{2 H_t R_t} = \frac{2.332}{2 \times 0.19 \times 10^7} = 0.000610;$$

es decir, 610 mm.², que equivalen á una barra de 28 mm., que da 616 mm.²

El momento resistente de la zona comprimida es $1.50 \times 0.17 \times 0.095 \times 25 \times 10^4 = 6.056$ kilogramos, muy superior al semimomento flector que le corresponde, que es de $\frac{2.332}{2} = 1.666$ kgms.

Esfuerzo cortante.—El esfuerzo cortante máximo sobre la vigueta tendrá lugar cuando una de las ruedas de uno de los carros esté en uno de los extremos de la vigueta y la correspondiente del otro carro á 0^m,50 de la anterior.

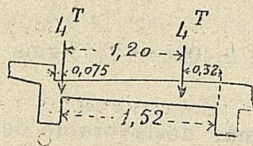


Fig. 13.*

Tomando momentos con relación al otro extremo de la vigueta, conoceremos la reacción X , ó sea el esfuerzo cortante:

$$X \times 1,52 = 4.000k \times 1,52 + 4.000k \times 1,02,$$

de donde

$$X = 4.000k + 4.000k \frac{102}{152} = 4.000k + 2.685k = 6.685k$$

Agregando á este número el esfuerzo cortante debido á la carga propia, que es:

$$\frac{863 \times 1,55}{2} = 1.340k$$

resulta

$$E_c = 6.685k + 1.340k = 8.025k$$

Que exige una sección de hierro de

$$\frac{8.025}{8} = 1.004 \text{ mm.}^2$$

La barra inferior de 28 mm., tiene ya una sección de 616 mm.² Faltan, pues, 376 mm.², que se completan con la celosía y las barras superiores que siempre ponemos.

La celosía está formada por tela metálica de simple torsión de Rivière, con malla de 60 mm. y alambre de acero recocido número 17, que tiene un diámetro de 3.00 mm.

La sección de éstos es, pues, de 7,00 mm.²; pero como están inclinados á 45°, la sección eficaz que debe tenerse en cuenta para resistir el esfuerzo cortante, es

$$\frac{7,00}{\cos 45^\circ} = \frac{7,60}{1,41} = 5 \text{ mm.}^2$$

Como en cada sección vertical se encuentran 14 alambres, la sección resistente de la celosía, es pues, $14 \times 5 = 70,00$.

Si le añadimos una barra superior de 25 mm., que da una sección de 491 mm., resulta una sección total de $616 + 70 + 491 = 1.177 \text{ mm.}$, que es superior á la necesaria para el esfuerzo cortante.

Hasta ahora no hemos calculado, por decirlo así, más que las partes del entramado del puente correspondiente á la superficie de rodadura de los carros; para nada hemos hablado del tren formado por la locomotora y sus diez vagones. Pero se comprueba muy fácilmente que los momentos dinámicos en los largueros y viguetas correspondientes á esta zona del puente son inferiores á los obtenidos en la otra zona; así es, que los largueros y viguetas correspondientes se armarán lo mismo que los otros.

CÁLCULO DE LOS TRAMOS DE AVENIDAS DE 10^m,50 DE LUZ

Siendo la disposición general para los tramos rectos la misma que para los tramos sobre arcos, nos limitaremos á calcular los elementos diferentes, que son las vigas que sustituyen á los largueros; pues las viguetas, forjados y andenes son iguales á los elementos ya calculados.

Vigas laterales.—Luz = 10^m,50 — Sección: 25 × 70 cm. Cada una de las vigas laterales soporta la parte de andén que le corresponde con su barandilla; parte de las viguetas; parte del for-



jado de la calzada que insiste directamente sobre la viga y la cuarta parte de un entrepaño de forjado en cada recuadro.

Además del peso propio de cada una de estas partes, hay que considerar las sobrecargas.

Sobre el andén no puede haber más sobrecarga que la estática; en el resto habrá que estudiar si es más desfavorable la estática ó la dinámica.

Por el cuadro de la pág. 214 del Gaztelu, se ve que es desde luego más desfavorable la sobrecarga móvil de carros de 8 toneladas, pues suponiendo que á cada viga le corresponda la carga de medio carro, para luces de 10 m., la carga uniforme equivalente será $\frac{2.020}{2} = 1.010^k$ por metro lineal, en lugar de $400 \times 0,83 = 252^k$ que produciría la sobrecarga estática.

El peso propio por m. l. de viga se compone así:

Peso propio de la viga ($0,25 \times 6,70$) $2.500 \dots = 437^k,50$

Peso propio de las viguetas $\frac{113 \times 0,71}{1,50} \dots = 54^k,00$

Peso propio del andén (supondremos 0,105 de espesor medio, para tener en cuenta una pequeña porción que insiste sobre la viga
($0,105 \times 1,00$) $2.500 \dots = 263$

Peso propio de la barandilla. $\dots = 60$

Idem id. del forjado que insiste sobre la viga. $\dots = 182$

Peso propio total por m. l. $\dots = 997 \quad \text{ó} \quad 1.000^k$

El momento debido al peso propio será

$$(1) \quad M_r' = \frac{1.000 \times \overline{10,50}^2}{8} = 13.781 \text{ kgms.}$$

El momento debido á la sobrecarga sobre el andén (simultánea con la carga dinámica) es:

$$(2) \quad M_r'' = \frac{400 \times \overline{10,50}^2}{8} = 5.512 \text{ kilográmetros.}$$



El momento debido á la sobrecarga dinámica será

$$M_{r'''} = \frac{1.010 \times \overline{10.5^2}}{8} = 13.919 \text{ kgms.}$$

El momento máximo total será, pues,

$$M_r = 13.781 + 5.512 + 13.919 = 33.212.$$

De modo que

$$H_c = \frac{33.122}{2 \times 1.83 \times 0.14 \times 250.000} = \frac{33.212}{128.100} = 0,26$$

$$H_t = 70 + 7 - (26 + 5) = 0,46$$

$$S_c = \frac{33.212}{2 \times 0,46 \times 10^7} = 3.708 \text{ mm.}^2$$

Harán, pues, falta 3 barras de 40 mm., que dan 3.770 mm.²

El esfuerzo cortante máximo se producirá al paso sobre el extremo de la viga, de una de las ruedas del carro de 8 toneladas, á cuyo peso hay que añadir el correspondiente al peso propio y á la sobrecarga de 400^k sobre el anclén.

Tendremos, pues, que este esfuerzo cortante máximo será

$$T = 4.000 + \frac{10,50 \times 1.000}{2} + \frac{10,50 \times 400}{2} = 11.350^k$$

que necesitaría para resistirlo una sección de hierro de

$$\frac{11350}{8} = 1418 \text{ mm.}^2,$$

sección muy inferior á la que tenían las barras.

A pesar de esto, y para obtener la solidaridad completa que se necesita en estas vigas, ponemos dos barras superiores de 20 mm., de las cuales una de ellas sólo corre en los dos primeros metros de las vigas; el tejido metálico de 60 × 18 y horquillas de 9 mm. en la forma representada por los planos de detalle.



Vigas centrales.—El peso propio por m. l. de viga es el siguiente:

Peso de la viga: $(0,25 \times 0,70) 2.500.$	=	437,50
Peso del forjado: $400 \times 1,67 \dots \dots$	=	668
Peso del asfalto: $0,04 \times 2.000 \dots \dots$	=	80
Peso de las viguetas: $\frac{113 \times 1,67}{1,50} \dots$	=	110
		1.295,50 ó sean 1.300k

El momento correspondiente á este peso es

$$M_f = \frac{1.300 \times 10,50^2}{8} = 17.916 \text{ kilográmetros.}$$

El momento correspondiente á la sobrecarga estática es:

$$M_r = \frac{(400 \times 1,67) 10,50^2}{8} = 9.206 \text{ kilográmetros.}$$

El momento correspondiente á la sobrecarga dinámica es, admitiéndose que sobre una viga actúen dos ruedas de carros de 8 toneladas (Gaztelu, pág. 214),

$$M_r = \frac{2.020 \times 10,50^2}{8} = 25.338.$$

El momento máximo (correspondiente á la sobrecarga dinámica) será, pues,

$$M_{max} = 17.911 + 25.338 = 43.254 \text{ kgms.}$$

$$H_c = \frac{43.254}{2 \times 0,15 + 1,67 + 250.000} = 0,35$$

$$H_c = 70 + 7 - (35 + 5) = 37 \text{ cm.}$$

$$S = \frac{43.254}{2 \times 0,37 \times 10^7} = 5.845 \text{ mm.}^2,$$

ó sean 4 barras de 43 mm., que dan 5.809 mm.²



El esfuerzo cortante máximo será en estas vigas:

$$T = 8.000 + \frac{10,50 \times 1.030}{2} = 14.225^k$$

que necesita una sección de hierro de

$$\frac{14.825}{8} = 1.853 \text{ mm.}^2$$

sección muy inferior á la que tienen las barras, á pesar de lo que ponemos como siempre dos barras de 25 mm. en la parte superior y la celosía de tejido metálico de 60×18 .

CÁLCULO DE LOS PILARES SOBRE LOS ARCOS

Pilares de las dos filas laterales.—Sección 15×10 .
Pesopor m. l. = 70^k .

El peso propio que soportan estos pilares, es, además del suyo, el que corresponde á una semivigueta y dos semilargueros; en el de éstos irá comprendido el del andén.

Peso muerto:

Peso correspondiente á una vigueta..... $\frac{713 \times 1,67}{2} = 1.191^k$

Idem id. á los semilargueros..... $2 \times \frac{580 \times 1,50}{2} = 870^k$

Peso propio del más largo $70 \times 3^m,50$ = 245^k

Peso muerto total..... = 2.306^k

El peso correspondiente á la sobrecarga se compone del estático producido sobre el andén por 400^k por m^2 y del móvil más desfavorable.

Peso dinámico:

Peso correspondiente á la sobrecarga del andén: $400 \times 1,00 \times 1,50$ = 600^k

Peso de la carga móvil (en la misma posición que la que produce el máximo esfuerzo cortante sobre la vigueta)..... = 4.843^k

Peso móvil total..... = 5.443^k



Peso total soportado por uno de estos pilares: $= 2.306 + 5.443 = 7.749 \text{ k}$.

Pilares de las dos filas centrales.—Soportan el peso muerto correspondiente á dos semilargueros y dos semiviguetas; además el de la sobrecarga más desfavorable.

Peso muerto:

Peso correspondiente á dos semiviguetas.....

$$\frac{863 + 713}{2} \times 1,67 = 1.320 \text{ k}$$

$$\text{Idem id. á dos semilargueros.....} \quad 790 \times 1,50 = 1.185 \text{ k}$$

$$\text{Peso propio del pilar.....} \quad 70 \times 3,50 = 245 \text{ k}$$

$$\text{Peso muerto total.....} = \underline{2.750 \text{ k}}$$

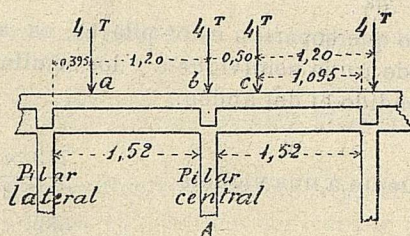


Fig. 13.

La disposición más desfavorable de las sobrecargas móviles es la que se indica en la fig. 13.

Peso dinámico:

Peso producido sobre A por la car-

$$\text{ga a.....} = \frac{4.000 \text{ m } 0,395}{1,52} = 1.040 \text{ k}$$

$$\text{Idem id. id. id. b.....} = \frac{4.000}{1,52} = 4.000 \text{ k}$$

$$\text{Idem id. id. id. c.....} = \frac{4.000 \times 1,095}{1,52} = 2.882 \text{ k}$$

$$\text{Peso móvil total.....} = \underline{7.922 \text{ k}}$$

$$\text{Peso total que ha de soportar un pilar central} = 2750 \text{ k} + 7.922 \text{ k} = 1.067 \text{ k}.$$

Siendo todos los pilares de 15×18 , el hormigón soporta una carga de $15 \times 18 \times 25 = 6.750^k$; siendo necesaria para los pilares centrales una sección de acero que resista la diferencia 10.672

— $6.750 = 3922^k$; para esto hace falta una sección de $\frac{3.922}{10} = 393$ mm.², que puede obtenerse con 4 barras de 12 mm., que dan 452 mm.²

Los pilares laterales se armarán también con 4 barras de 12 milímetros, con lo cual tendrán una resistencia excesiva, pues la economía que se obtendría reduciéndolas es insignificante, y no conviene reducir esta sección.



CAPITULO III

CÁLCULO DE LOS ARCS ARTICULADOS DEL PUENTE DE MIERES

Justificación de los espesores.—Ya justificamos en la primera parte de esta Memoria las razones que nos han aconsejado para proyectar las bóvedas con triple articulación.

Para determinar sus dimensiones *à priori*, hemos procedido á algunos tanteos, y, por fin, hemos fijado los espesores de la bóveda en las cifras siguientes: espesor en la clave, 0^m,50; en los riñones, 0^m,70; en los arranques, 0^m,60.

Posteriormente á la redacción de este proyecto, se ha publicado la segunda edición del libro *Le Beton armé et ses applications*, por Paul Cristophe, y en sus págs. 241 á 257 se presentan numerosos ejemplos de puentes con bóvedas parecidas á las que proponemos.

Muy particularmente los puentes sobre la Steyr, de que hablamos, tiene, para 42 metros de luz, los espesores siguientes: 0^m,70, 0^m,80 y 0^m,60 en la clave, riñones y arranques respectivamente, y con tres articulaciones.

El puente Francisco José, del mismo Ingeniero Melan, é igualmente articulado, tiene, para 33 metros de luz, los espesores 0^m,50, 0^m,68 y 0^m,65.

Vemos, pues, que los espesores que hemos adoptado se aproximan mucho á los de obras ejecutadas que prestan inmejorables servicios.

Método de cálculo empleado.—No hemos podido conocer oportunamente los procedimientos de cálculo que ha empleado Melan para sus bóvedas; pero teniendo en cuenta la gran masa que tienen estas bóvedas, cada una de las que cubica 120 metros de hormigón, y la circunstancia de disponer las tres articulaciones, creemos que

no puede haber inconveniente alguno en calcularlas estáticamente empleando el método de la curvade presiones.

Esta curva tiene forzosamente que pasar por las rótulas de articulación, con lo que el problema queda perfectamente determinado y la influencia de la elasticidad no puede ser sensible en tan grandes masas, sobre todo teniendo en cuenta que dentro de ellas hemos de empotrar armaduras metálicas, que no sólo darán homogeneidad á los arcos, sino que absorberán los esfuerzos de tensión que puedan producir las sobrecargas móviles, al mismo tiempo que suplirán, con su resistencia á la compresión, las debilidades que en la bóveda de hormigón pueda señalar el estudio de la curva de presiones.

Estudiaremos, pues, las condiciones de resistencia y equilibrio estático de la bóveda de hormigón, prescindiendo de las armaduras metálicas, y para ello limitaremos nuestro cálculo al de una zona de un metro de los frentes, que, como se ve por la sección transversal de la lámina 3.^a de los planos, es la que está en peores condiciones, por tener menos ancho la bóveda que el que corresponde á las zonas centrales.

Datos.—Se ha hecho todo el cálculo para un ancho de bóveda de un metro.

La dovela núm. 1 corresponde á media clave.

La bóveda y sobrecarga tienen un peso específico de 2.500 kilogramos por metro cúbico de fábrica de cualquier clase.

Peso del metro lineal de armadura de hierro en la bóveda, 140 kilogramos, que es mayor de lo que resulta de la cubicación, por la que se obtiene:

Peso de una armadura, 3.202	} Total, 3.360, ó sea por m. l. de bó-
kilogramos.....	
Peso de cuatro marcos de	
arriostramiento, 160 kilo-	veda, $\frac{3.360}{35,90} = 95.$
gramos.....	

Peso propio del tablero y barandilla que actúa en cada pilar para cada dovela de las en que se ha considerado dividido el arco, 1.350 kilogramos, deducido del modo siguiente: para el arco de un frente en un ancho de un metro:



	Metros cúbicos
Andén..... $1,10 \times 0,10 \times 1,50 =$	0,165
Forjado.... $0,83 \times 0,15 \times 1,50 =$	0,187
Larguero... $0,20 \times 0,15 \times 1,50 =$	0,045
Vigueta.... $0,76 \times 0,25 \times 0,18 =$	0,034
	0,431 m. ³ de hormigón, á
2.500 kilogramos.....	1.077
Asfalto..... $[(1,00 + 0,83) \times 1^m,50] \times 50 =$	137
Barandilla.. 1,50 á 60 kilogramos.....	90
Total.....	1.304
Tomamos para el cálculo.....	1.350

Peso del pilar por metro lineal: = 70 kilogramos, deducidos del siguiente modo:

Dimensiones, $0,18 \times 0,15 \times 2.500$ kg. = 68,50 kg.; se toman para el cálculo 70 kg.

Peso propio del tablero sobre cada pilar en los arcos centrales:

	Metros cúbicos.
Forjado.... $1,66 \times 0,16 \times 1,50 =$	0,410
Larguero... $0,20 \times 0,15 \times 1,50 =$	0,045
Vigueta.... $1,66 \times 0,25 \times 0,18 =$	0,075
	0,530 m. ³ de hormigón, á
2.500 kilogramos.....	1.325
Asfalto.... $(1,66 \times 1,50) \times 50$ kg.....	124,50
	1.449,50
Tomamos para cálculo.....	1.500



La sobrecarga dinámica máxima equivale á una sobrecarga de 450 kilogramos por metro cuadrado, uniformemente repartida sobre el pavimento, quedando los andenes cargados á razón de 400 kilogramos por metro cuadrado.

La sobrecarga dinámica correspondiente á un pilar del arco de un frente es

$$(1 \times 1,50 \times 400) + (0,833 \times 1,50 \times 4,50) = 600 + 562 \\ = 1.162 \text{ kg.}$$

La idem id. id. para un pilar de un marco central, será

$$1.666 \times 1,50 \times 450 = 1.124,5 \text{ kg.}$$

Hemos considerado para el cálculo de la bóveda, como si toda ella estuviera sometida á las cargas correspondientes al arco de un frente calculado para el ancho de un metro.

En la lámina III de los planos se presenta con toda claridad el cálculo de esta bóveda, que se ha descompuesto en las superficies que aparecen en el dibujo.

Desarrollo del cálculo.—Seguiremos el método de la *curva de presiones ó de Mery*, que es el más indicado.

Se han hallado los pesos de cada dovela y de su sobrecarga correspondiente, determinando después el punto de aplicación de la resultante de esos dos pesos, ó sea el centro de gravedad de cada una de esas porciones, y se han marcado en el dibujo con un pequeño círculo.

En estos centros de gravedad se han aplicado los pesos de cada porción de bóveda y de su sobrecarga correspondiente, y se ha determinado la resultante de todos los pesos por medio de un polo y el polígono funicular.

En los dos cuadros adjuntos, se consignan los resultados de este cálculo, que se ha efectuado determinando las curvas de las presiones en los dos arcos y las reacciones en los apoyos en el caso más desfavorable para la obra, que es, suponiendo uno de los arcos sin sobrecarga solamente, y el otro arco, además, con su sobrecarga dinámica máxima.

Conocidas así las posiciones de las resultantes en los dos arcos y sus intensidades, que son respectivamente 50.000 k. para el arco



sin sobrecarga dinámica y 65.000 con esta sobrecarga, se han prolongado sus direcciones hasta encontrar la horizontal respectiva, en cuya dirección actúan los empujes Q de las claves, siendo esos puntos los de aplicación de las resultantes, y unidos estos puntos con los de las articulaciones de los arcos en sus arranques sobre el apoyo, se han fijado las direcciones de las componentes de los pesos totales respectivos, cuyas componentes determinan las reacciones en el apoyo común a los dos arcos; pues por efecto de las articulaciones, el empuje en la clave, producido por la semibóveda, actuará en su punto medio en lugar del tercio desde el trasdós, como había que suponer en las bóvedas rígidas.

Asimismo las secciones en el apoyo pasarán por el centro de la articulación respectiva, en vez de suponerlo al tercio de la junta contado desde el intradós.

Por último, claro está que en el caso presente la junta de rotura está en el arranque del arco.

Descompuestas esas resultantes (pesos totales en cada uno de los dos arcos) en las dos direcciones citadas por medio del paralelogramo de las fuerzas, resulta gráficamente para el empuje Q en la clave del arco que suponemos sin sobrecarga dinámica 120.500 k., y para la otra componente, ó sea la sección en el apoyo 130.500 k.; y para el arco que hemos supuesto con sobrecarga dinámica, el empuje en la clave resulta gráficamente igual a 163.500 k. y la reacción en el apoyo de 176.200 k.



(Cuadro núm. 1.)
 Datos para el cálculo de la curva de las presiones. (Arco de un frente.)

Número de orden	DOVELAS				PESOS PROPIOS DE TABLERO Y PILARES		PESOS PROPIOS TOTALES DE TABLERO, PILARES Y ARCO		OBSERVACIONES
	Áreas. — M ² .	Peso del hormigón corres- pondiente.	Peso de la armadura corres- pondiente.	Peso total propio de cada dovela.	Sin sobrecarga. — Kilogs.	Con sobrecarga. — Kilogs.	Sin sobrecarga. — Kilogs.	Con sobrecarga. — Kilogs.	
		Kilogs.	Kilogs.	Kilogs.					
1	0,37	925	105	1030	1350	2512	2380	3542	Para el cálculo del arco de un frente se toma 1m de ancho. La dovela núm 1 corresponde a media clave Para el cálculo de este cuadro se han su- puesto los siguientes pesos: Egs Peso del metro oblicuo de hormigón. 2500 Idem del metro lineal de armadura de hierro en la boveda. 140 Peso propio de tablero y barandilla que actúa en cada pilar para cada dovela en el arco de un frente... 435 Peso del pilar por metro lineal ... 70 Peso propio del tablero sobre cada pilar en los arcos centrales ... 4500 La sobrecarga dinámica máxima equivale a una sobrecarga de 450 kilogramos por m. ² uniformemente repartida sobre el pavimento, quitando los andenes carga- dos a razón de 400 kilogramos por m. ² La sobrecarga dinámica coorespondiente a un pilar de arco de un frente es igual a 1.162 kilogramos, y para un pilar del arco central, igual a 1.124,5 kilogramos
2	0,76	1900	210	2110	1350	2512	3460	4622	
3	0,86	2150	210	2360	1357	2519	3717	4879	
4	0,93	2325	210	2570	1365	2527	3935	5097	
5	0,98	2450	210	2660	1378	2540	4038	5200	
6	1,02	2550	210	2760	1392	2554	4152	5314	
7	1,03	2575	210	2785	1412	2574	4197	5359	
8	1,07	2675	210	2885	1434	2596	4319	5481	
9	1,07	2675	210	2885	1461	2623	4346	5508	
10	1,08	2700	210	2910	1490	2652	4400	5562	
11	1,07	2675	210	2885	1521	2683	4406	5568	
12	0,86	2150	210	2360	1553	2715	3213	5075	
13	0,35	875	98	973	1581	2743	2554	3716	
							49817	64923	

(Cuadro núm. 2.)

Comprobación de la estabilidad de los arcos.

CON LA CARGA DINÁMICA							SIN SOBRECARGA DINÁMICA				
Número de orden de las juntas.	REACCIONES	Longitud de las juntas	Presiones medias	Distancias de la curva al trasdoso o al intrados	Presiones máximas	REACCIONES	Ángulos de las reacciones con las normales a las juntas	Longitud de las juntas	Presiones medias	Distancias de la curva al trasdoso o al intrados	Presiones máximas
	Kilogramos.	Mts.	Kg. por cm ²	Metros.	Kg. por cm ²	Kilogramos.		Mts.	Kg. por cm ²	Metros.	Kg. por cm ²
1 Q	= 163500	0,50	32,70	t 0,25	65,40	Q = 120500	Menores de 27°	0,50	24,10	0,25	48,20
2 R ₁	= 163600	0,52	31,46	t 0,25	31,46	R ₁ = 120750		0,52	23,22	0,26	23,22
3 R ₂	= 163750	0,55	29,77	t 0,27	29,77	R ₂ = 121000		0,55	22,00	t 0,23	35,20
4 R ₃	= 164000	0,60	27,33	t 0,27	27,33	R ₃ = 121250		0,60	20,20	t 0,23	40,40
5 R ₄	= 164500	0,64	25,70	t 0,27	25,70	R ₄ = 121750		0,64	19,02	t 0,23	38,04
6 R ₅	= 165000	0,67	24,62	t 0,33	24,62	R ₅ = 122250		0,67	18,24	t 0,23	36,48
7 R ₆	= 166000	0,68	24,41	t 0,34	24,41	R ₆ = 123000		0,68	18,09	t 0,23	36,18
8 R ₇	= 167000	0,70	23,85	t 0,35	23,85	R ₇ = 123750		0,70	17,68	t 0,23	35,36
9 R ₈	= 168250	0,72	23,37	t 0,32	i 31,08	R ₈ = 124750		0,72	17,32	t 0,23	34,64
10 R ₉	= 169500	0,70	24,21	i 0,30	i 34,38	R ₉ = 126000		0,70	18,00	t 0,23	36,00
11 R ₁₀	= 171200	0,68	25,17	i 0,27	i 40,77	R ₁₀ = 127250		0,68	18,71	t 0,23	37,42
12 R ₁₁	= 172750	0,67	25,78	i 0,22	i 51,56	R ₁₁ = 128750		0,67	19,21	t 0,30	24,20
13 R ₁₂	= 174500	0,62	29,08	i 0,18	i 64,63	R ₁₂ = 130250		0,62	21,00	t 0,30	22,89
14 R ₁₃	= 176200	0,60	29,36	i 0,30	58,72	R ₁₃ = 130500		0,60	21,75	0,30	43,50

Comprobando el empuje en la clave por la ecuación de momentos resulta: que el momento de Q empuje en la clave, con relación al apoyo del arco en el arranque, cuya distancia llamaremos y , debe ser igual al momento de la resultante P con relación al mismo punto, cuya distancia llamaremos d :

$$Q y = P d ; Q = \frac{P d}{y} .$$

Sustituyendo valores tendremos:

Para el arco sin sobrecarga dinámica:

$$Q = \frac{50.000 \times 8,50}{3,50} = 121.428 \text{ k.}$$

Para el arco con la sobrecarga dinámica

$$Q = \frac{65.000 \times 8,20}{3,33} = 165.915 \text{ k.}$$

Valores que se aproximan por exceso á los que gráficamente se aprecian por exceso con la escala del dibujo, que es de 1 por 50.

Admitimos en números redondos los que respectivamente consignamos antes por el dibujo.

Comprobando de la misma manera las componentes R en las direcciones del apoyo, tendremos:

Para el arco sin sobrecarga dinámica:

$$R = \sqrt{50.000^2 + 120.500^2} = 130.461 \text{ k}$$

Para el arco con la sobrecarga dinámica:

$$R = \sqrt{65.000^2 + 165.915^2} = 178.093 \text{ k.}$$

Admitimos los resultados bastante aproximados que se obtienen gráficamente, y antes consignamos para estas reacciones en el apoyo, que son al mismo tiempo las secciones en las respectivas juntas de rotura en los dos arcos.

Para calcular las reacciones en las diferentes juntas se ha trazado para cada uno de los dos arcos que consideramos la perpendicular Q á las verticales que representan en cada caso el peso



total, en uno de los extremos, ó sea una horizontal, cuya dirección es la del empuje de la clave; por el extremo inferior de la vertical que representa el peso total de la semibóveda se ha trazado una paralela á la reacción en el apoyo; el encuentro de esta recta con la horizontal Q, determina un punto que, unido con los puntos de división que en el peso total marcan los pesos parciales, fijan en las respectivas figuras la dirección é intensidad de las reacciones en las diferentes juntas, cuyas reacciones son las resultantes del empuje, con los pesos de las porciones de bóveda que actúan sobre la junta, cuya reacción buscamos.

Con el auxilio de estas figuras y de los polígonos funiculares correspondientes, hemos determinado para cada arco la dirección y punto de aplicación de esas reacciones sobre las juntas, según se indica con líneas rojas en el dibujo, y sus puntos de aplicación en las juntas se han marcado con pequeños círculos.

A fin de no recargar la figura, hemos omitido trazar el lugar geométrico de todos esos centros de presión, que es el *polígono de las presiones*, puesto que la simple inspección del dibujo evidencia que la dirección de ese polígono no se separa demasiado de la línea mediana de la bóveda.

En el cuadro anterior, núm. 2, se expresan las distancias en los arcos al trasdós ó al intradós de los puntos calculados de la curva de presiones que se consignan en una de sus columnas.

Presiones medias y máximas en las bóvedas.—En el cuadro núm. 2 aparecen calculadas estas presiones para los dos arcos, considerado, como ya hemos dicho, uno de ellos con la sobrecarga dinámica y otro sin esta sobrecarga.

Los resultados que se consignan en el cuadro se han obtenido aplicando las fórmulas correspondientes consignadas por el Ingeniero Sr. Gaztelu, en su obra *Práctica usual de cálculos de estabilidad en los puentes*; para las presiones medias $P = \frac{R}{\omega}$; y las pre-

siones máximas que sufren las diferentes juntas de la bóveda, según el punto de aplicación de la reacción en la junta, por las fórmulas $R_{máx} = \frac{P}{\omega} \left(1 + \frac{6a}{h} \right)$ ó $R_{máx} = \frac{2p}{3db}$ cuando en punto

cae dentro ó fuera del núcleo central; en la que $\frac{P}{\omega}$ es la presión



media que actúa sobre la junta considerada; a es la distancia del punto de paso de la curva de presiones al centro de gravedad de la sección; h el lado del rectángulo paralelo á la mediana en que se aplica la fuerza, ó sea, en este caso, la longitud de la junta en la primera de estas dos fórmulas; d distancia del punto de aplicación de la reacción á la arista en centímetros; y $b = 100$.

Observando los resultados de aplicación de estas fórmulas en cada uno de los dos arcos, vemos que las presiones máximas, que son de 38, 40, 51, 58, 64 k. por cm.², corresponden á las juntas inmediatas á las claves y á los arranques.

Débesse tener presente, además, que hemos admitido para toda la fábrica y sobrecarga un peso de 2.500 k. por metro cúbico, que nunca podrá alcanzar; pues el hormigón no excede de 2.300 k. Es, pues, seguro que si se hubiera calculado la curva de presiones con pesos específicos verdaderos, hubieran resultado unas presiones máximas más reducidas.

No hemos consignado los ángulos de las reacciones con las normales á las juntas correspondientes, por no creerlo necesario, á causa de que la simple inspección de la figura demuestra que el ángulo mayor es muy inferior á 27°, que es el ángulo de rozamiento por lo que se refiere á la condición relativa al deslizamiento de las dovelas.

Además, siendo la bóveda de hormigón un monolito, la fuerza de rozamiento aumenta, y no puede admitirse que ocurra un deslizamiento de dovelas, sobre todo estando armada la bóveda con los arcos metálicos que vamos á justificar.

Armaduras metálicas de las bóvedas.—Como hemos dicho, y se ve en el cuadro núm. 2, las presiones máximas en la bóveda sólo exceden de 30 k. por cm. cuadrado en las zonas inmediatas á la clave, y sobre todo, á los arranques, en donde se ve que la curva de presiones se separa algo más de la fibra neutra del arco, alcanzando presiones de 65 y 64 k. por cm.² en algunos puntos.

El hormigón de las bóvedas estará formado por 0,800 m.³ de piedra machacada, 0,400 m.³ de arena y 250 k. de cemento Portland artificial, y, según experiencias que yo mismo he practicado en el laboratorio de la Escuela de caminos, con hormigones de igual composición, he podido comprobar que esta mezcla no se aplasta sino



bajo compresiones superiores á 180 k. por cm^2 , ó sean tres veces superiores á la presión máxima que tendrán que resistir.

Es decir, que en rigor, pudiera prescindir se de la armadura metálica, pudiéndose entonces enriquecer la mezcla del mortero de cemento en aquellas zonas más comprimidas, con lo que pudiera llegar á obtenerse un verdadero sólido de igual resistencia.

Pero esta operación sería difícil de regular en la práctica de las obras, y es preferible reforzar la bóveda por medio de armaduras metálicas.

Como hemos dicho, hay que tener presente que en estos grandes arcos siempre se producen, por el paso de las cargas móviles, momentos que determinan esfuerzos de tensión, y para éstos conviene poner las armaduras.

Disponiendo éstos en forma de vigas de celosía de doble T, la sección resistente de los hierros se aproxima al trasdós é intradós, que es donde resultan peligrosas las tensiones, cuando la curva de presiones se aproxima al lado opuesto. Por último, esta sección de hierro absorbe una parte de los esfuerzos de compresión que sufre la bóveda y auxilia en la misma proporción su resistencia.

Así por ejemplo, con la armadura que hemos proyectado, se obtiene una sección de hierro de:

$$4 \text{ angulares de } 100 \times 100 \times 10 = 4 \times 1.900 = 7.600 \text{ mm}^2$$

Trabajando el acero á 12 k. á la compresión, cifra nada exagerada, esta armadura, resiste por sí sola una compresión de 91.200 k., que es más de la mitad de la presión total á que está sometida la bóveda (véase cuadro núm. 2), cuya máxima reacción es de 176.200 k. Es decir, que en caso necesario bastaría la armadura para resistir todo el peso del puente.

Pero, además, podemos también reforzar la sección de la armadura en las zonas en que la curva de presiones tiende á separarse del eje, y á este efecto, disponemos una platabanda de 6^m,95 de longitud y 210 $\times$ 10 de sección en la cabeza inferior del arco, inmediata á los arranques, y dos platabandas de 0^m,92 de largo, y 210 $\times$ 10 en las dos cabezas del arco junto á la clave.

Con este suplemento, la resistencia del arco aumento aun en los arranques en 25.200 k., y se refuerza muy sensiblemente las zonas en que tiene más movilidad la curva de presiones.

Los demás elementos de la armadura metálica se han proyectado por analogía con las de los puentes de Steyr y Francisco José.



En el primero, los cuatro angulares son de $120 \times 120 \times 15$, pero la luz es de 42^m. En el segundo, que tiene 33^m de luz, la sección de cada uno de los cuatro angulares es de $\frac{90 \times 90}{13}$.

Hemos, pues, adoptado un término medio.

Asimismo se ha hecho con las celosías, marcos de arriostramiento transversales, y con las rótulas en acero fundido, cuyas dimensiones no creemos necesario justificar, puesto que están sancionadas por la práctica.

Presión transmitida al suelo.—Después de haber determinado los empujes que producen las bóvedas, los hemos compuesto con los pesos de la pila y de la pila-estribo, para tener en magnitud y en dirección la presión transmitida por el puente al terreno, en cada uno de dichos apoyos, habiendo tenido los resultados que claramente se expresan en la lámina III; y teniendo en cuenta que el punto de intersección de las dos reacciones sobre la pila está sensiblemente en la vertical del eje de la misma en el que actúa su peso, puesto que la diferencia en la situación de ese punto producida por la carga dinámica en uno de los arcos es muy pequeña con relación al peso muerto total de la bóveda y de su sobrecarga estática.

Para hallar el peso de la pila la hemos descompuesto en dos volúmenes, uno correspondiente a la fábrica de cimientos y otro al alzado, obteniendo el siguiente resultado:

Peso de la fábrica de cimientos.	$12^m3,36 \times 2.500 \text{ k.} = 30.900 \text{ k.}$
Idem id. del alzado sobre id....	$12,29 \times 2.500 \text{ k.} = 30.225$

Peso total de la pila.....	61.525
----------------------------	--------

Resultante de las reacciones de las bóvedas sobre la pila, y del peso total de ésta igual a 183.000 k. obtenida gráficamente. Punto de aplicación de esta resultante en el terreno de fundación a 1^m,75 de la arista exterior.

Componente vertical de dicha resultante igual a 177.000 k.

Según estos datos, tendremos que la presión media sobre el



terreno de fundación será: $\frac{177.000}{6 \times 10.000} = 2,95$ k por centímetro cuadrado.

Para hallar la presión máxima tendremos en cuenta que en el caso presente, la resultante de todas las presiones actúa fuera del tercio central, y por lo tanto, aplicaremos la fórmula ya antes citada $P_{máx} = \frac{2p}{3db}$ y obtendremos:

Presión máxima sobre el terreno de fundación

$$= 2 \times \frac{177.000}{3 \times 175 \times 100} = 6,74 \text{ k. por cm.}^2$$

cifra admisible para terrenos compactos de aluvión.

Para las presiones sobre la fábrica de cimientos de la pila se obtiene con los datos expresados en el dibujo.

Resultante de las reacciones sobre la pila y del peso del alzado = 15.000 k.

Punto de aplicación de esta resultante sobre la fábrica de cimiento á 0,70 de la arista exterior del lecho del zócalo.

Componente vertical de esta resultante = 143.000 k.

Así se obtiene para presión media sobre la fábrica de cimientos $\frac{143.000}{2,90 \times 10.000} = 4,93$ k. por cm.²

Para la presión máxima

$$P_{máx} = 2 \times \frac{143.000}{3 \times 70 \times 100} = 13,62 \text{ k por cm.}^2$$

cifra muy inferior á la resistencia que tiene una fábrica de hormigón ó mampostería con mortero de Portland.

Para hallar las presiones medias y máximas en la pila-estribo, hemos determinado el peso de ésta descomponiéndola en volúmenes cuyos centros de gravedad fueran fáciles de encontrar, y hemos compuesto los pesos de estos volúmenes obteniendo un peso total para el estribo de 120.000 k., correspondientes á 48m³,03 á razón de 2.500 k. por metro cúbico; compuesto este peso con la reacción pro-



ducida por la bóveda, que es de 176.200 k., nos da una resultante de 247.500 k., que forma un ángulo próximamente de 49° con el horizonte y actúa fuera del centro de gravedad de la base de sustentación, transmitiendo al terreno las presiones siguientes:

$$\text{Presión media} = \frac{184.500}{9 \times 1.000} = 2 \text{ k. por cm.}^2$$

$$\text{Presión máxima} = 2 \times \frac{184.500}{3 \times 205 \times 100} = 6 \text{ k. por cm.}^2$$

y sobre la fábrica de cimientos resulta para presión media

$$\frac{133.000}{5,50 \times 10000} = 2,42 \text{ k por cm.}^2$$

$$P_{\text{máx}} = 2 \times \frac{133.000}{3 \times 135 \times 100} = 6,56 \text{ k. por cm.}^2$$

Armaduras metálicas en las pilas.—A pesar de que las presiones máximas que acabamos de determinar, son, como se ve, inferiores á las que pueden resistir sin inconveniente alguna las fábricas proyectadas, creemos muy conveniente reforzar todas las pilas por medio de barras carriles colocadas verticalmente, y empotradas en la masa de hormigón que ha de constituir cada una de las pilas.

Disponemos, pues, en la pila del río dos carriles, tipo Vignole, de 30 k. por metro lineal y 11 m. de longitud, que se pondrán entre las rótulas de los frentes, y otros dos carriles de 6,00 m. de longitud entre las rótulas centrales.

En la pila estribo, doblamos el número de carriles, pero de 20,50 k. de peso por metro lineal.

Por fin, en las dos pilas de avenidas se ponen también carriles de 20,50 k. de peso.

El peso total de todos estos carriles es de 3.212 k., que, al precio de 0,50 pesetas, pues no necesitan mano de obra, sólo producen un aumento de coste de 1.606 pesetas.

En cambio, no sólo contribuyen á reforzar la resistencia de las



pilas y su monolitismo, y á repartir las presiones y empujes de los arcos, reduciendo así las compresiones máximas sobre las fábricas y el terreno, sino que resistirán á los esfuerzos de tensión que se produzcan en estas pilas por efecto de las dilataciones de los tramos, pues aunque sea menos sensible con el hormigón armado, por efecto de la resistencia que oponen á la dilatación las armaduras metálicas que no sufren los aumentos de temperatura, siempre se ejercerán algunos esfuerzos sobre las pilas que conviene contrarrestar.



CAPITULO IV.

CONDICIONES Y PRESUPUESTO DEL PUENTE DE MIERES

Sistema de ejecución.—Ya he manifestado repetidas veces, que el éxito del hormigón armado se debe muy principalmente á la mano de obra perfecta con operarios especiales, á una elección cuidadosa de materiales y á una dirección asidua é inteligente, por lo que las obras de esta índole se confían siempre á constructores especialistas que ofrezcan garantías morales y materiales.

De aquí la necesidad de prescindir en estos casos de las subastas públicas, en las que se adjudican las obras al postor que mayor baja presente, pues aunque al contratista le queda el recurso de destajar la parte de hormigón armado á constructores más ó menos especialistas, siempre lo hará al que más barato se lo ejecute, prescindiendo de las garantías que debieran exigirse, con lo que la Administración sale perjudicada, amén de los retrasos y dificultades, de las cuestiones sobre patentes y de la subdivisión de responsabilidades; que no hay medio de depurar en caso de accidentes ó defectos de mano de obra.

El procedimiento de concursos evita estos inconvenientes, y además ofrece una gran ventaja.

En un concurso, los licitadores no sólo hacen una proposición de precio, sino que quedan en libertad de modificar los detalles y hasta las disposiciones, y puede la Administración sacar de esta competencia un provecho muy superior al de la baja que pudiera hacerse en una subasta, en la que ya no caben modificaciones esenciales de proyecto.

Tan es así, que el Consejo de Obras públicas ha adoptado el sistema de concursos para la ejecución de las obras de hormigón armado proyectadas por sus Ingenieros, como, por ejemplo, la cubierta



del tercer depósito de Madrid (cuyo coste no bajará de millón y medio de pesetas), y para los dos pasos superiores sobre el canal de Reguerón (Murcia), cuyos concursos se han anunciado en las *Gacetas* de 13 de Diciembre de 1901 y 7 de Abril de 1902, respectivamente.

La Administración se reserva entonces el derecho de aceptar la proposición que le parezca más ventajosa, aunque no sea la más barata, y también puede desecharlas todas, si á su juicio no le ofrecieran garantías suficientes.

Claro es que yo considero preferible mi sistema á los demás, y creo haber justificado las razones que me han impulsado á emplear las disposiciones por mí preconizadas; pero como no tengo la pretensión de ser infalible, ni la de presentar soluciones perfectas é insustituibles, he tenido la franqueza, en muchos casos en que me han honrado consultándome, de aconsejar el sistema de concursos, para que en noble competencia se aquilaten las disposiciones que yo proyecto y propongo.

Me refiero, en todo lo que antecede, á obras de alguna importancia y del Estado, pues tratándose de construcciones pequeñas, no vale la pena de someterlas á las formalidades de un concurso, y prefieren los particulares y Compañías entenderse directamente con un constructor que les merezca confianza.

Condiciones facultativas de estos proyectos.—Como al escribir estos artículos, mi objeto no es sólo vulgarizar los sistemas y procedimientos de cálculo de los puentes de hormigón armado, sino facilitar á mis compañeros, y de una vez, los datos necesarios para la redacción completa de un proyecto, creo muy conveniente extraer aquí algunas de las condiciones facultativas, precios y presupuestos que he consignado en mi proyecto de puente de Mieres, para que sirvan de norma en casos análogos.



Pliego de condiciones facultativas que, además de las generales aprobadas por Real decreto de 7 de Noviembre del 1890, deberán regir en la ejecución de las obras de puente del Mieres, sobre el río Caudal, en la carretera de tercer orden de Mieres a la Estación (Oviedo).

CAPITULO PRIMERO

DESCRIPCIÓN DE LAS OBRAS

Artículo 1.º *Emplazamiento*.—El puente de que se trata, ha de tener el mismo emplazamiento que el actual de madera de 110,00 metros de longitud, que atraviesa el río Caudal, en la carretera del Estado de tercer orden de Mieres a la estación.

Art. 2.º *Descripción general*.—Consta el puente proyectado de dos arcos de 35 metros de luz rebajados al 1/10 y tres tramos rectos de 10,50 de luz, apoyados sobre cuatro pilas de nueva construcción, y por sus extremos sobre los estribos del puente actual, convenientemente preparados.

Art. 3.º *Anchura del puente*.—La calzada central tendrá 5 m., y los andenes laterales 1,00 m. cada uno.

El bombeo de la calzada será de 5 centímetros y de un centímetro la pendiente de los andenes hacia fuera.

Art. 4.º *Forjado de la calzada*.—(a) La calzada estará formada por dos capas de asfalto de 2 centímetros de grueso cada una sobre un forjado de hormigón armado de 17 centímetros de grueso en el centro y 12 centímetros en los mordientes, cuyo forjado se apoya sobre un entramado de largueros y viguetas de hormigón armado.

(b) La armadura de este forjado será cruzada y estará constituida por barras redondas de 9 milímetros en cada sentido a 0m,125 de distancia.

Art. 5.º *Largueros sobre arcos*.—Los largueros situados a 1m,66 de distancia tendrán una sección de 0m,20 $\times$ 0m,15 y estarán armados por una barra redonda inferior de 36 m. de diámetro para los dos largueros centrales y de 30 m. para los laterales.

En su parte superior, pero ya dentro del forjado, llevarán barras de 15 m. El tejido metálico que envuelve la armadura es de alambre núm. 17 y malla de 60 mm.

Art. 6.º *Viguetas sobre arcos*.—Están a una distancia de 1m,50 tienen de sección 0m,25 $\times$ 0m,18 y llevan dos barras: la inferior de 28 mm., la superior de 25 mm. La celosía estará formada por tejido metálico de Riviére, con malla de 60 mm. y alambre de acero recocido núm. 17, que tiene un diámetro de 3 mm. Esta celosía estará sujeta por horquillas verticales de



5 mm. de diámetro á 0,20 distancia que se encorvan por encima de la barra superior, todo ello con arreglo a sistema Ribera.

Art. 7.º *Andenes*.—El pavimento del andén será una capa de asfalto de 2 cm. de grueso.

El forjado quedará en voladizo sobre los largueros laterales y tendrá un grueso de hormigón de 0m,08 en su extremo y 0m,14 en los arranques.

Se armará por su parte superior con las barras transversales del forjado de la calzada, es decir, de 9 mm. á 0m,125 de distancia, y por su parte inferior con los extremos de las horquillas de los largueros laterales.

Art. 8.º *Pilares sobre arcos*.—Tendrán una sección de 0m,15 $\times$ 0,18 de hormigón, y estarán armados con 4 barras de 12 mm., arriostradas entre sí cada 0m,40 de altura, por alambre de 5 mm.

Art. 9.º *Vigas de avenidas de 10m,50*.—(a) El tablero, andenes y viguetas de los tramos de avenidas son iguales á los ya descritos.

Únicamente varían las vigas principales que sustituyen á los largueros. Estas vigas tienen 11m,80 de longitud y entregan sobre las pilas 0m,65, quedando, pues, una luz de 10m,50. Tienen de sección 0,70 $\times$ 0,25.

(b) Las vigas laterales están armadas con 3 barras de 40 mm. en su parte inferior, y 2 barras de 20 mm. en la parte superior.

(c) Las dos vigas centrales tienen 4 barras de 43 mm. en su parte inferior, y 2 barras de 25 mm. en su parte superior.

(d) De las barras superiores que tiene cada viga, sólo una de ellas corre en toda la longitud de la viga; la segunda barra sólo tendrá una longitud de 2 m. á partir de cada extremo de viga.

(e) Estas armaduras quedarán envueltas por un tejido metálico de 60 $\times$ 20, de simple tensión, tipo Rivière, y horquillas verticales de 9 mm. distribuidas en la forma representada en la hoja segunda de los planos.

Art. 10. *Bóvedas*.—(a) Son dos arcos articulados en la clave y en los arranques, y tienen ambos 35 m. de luz y 3m,50 de flecha, medidas entre ejes de articulaciones.

(b) Las bóvedas se moldearán con hormigón en masa y tendrán las dimensiones siguientes:

Ancho de la bóveda: 5m,50.

Espesor en la clave: 0,50.

Espesor en los riñones: 0,70.

Espesor en los arranques: 0,60.

Art. 11. *Arcos metálicos*.—(a) Empotrados en estas bóvedas se dispondrán cuatro arcos metálicos, cuyos detalles se representan en la hoja tercera de los planos.

(b) Estas cerchas se situarán en planos paralelos y á 1m,66 de distancia, es decir, en el plano de los largueros y pilares.

Estarán constituidas cada una de ellas por 4 angulares de $\frac{100 \times 10}{10}$



formando las cabezas de una viga en doble T, cuya celosía se formará con diagonales de hierros planos de 80×8 , y montantes de angulares de 80×80 .

(c) Estarán arriostradas estas cerchas por unos marcos constituidos por angulares de $\frac{65 \times 65}{7}$, en sentido normal al eje del puente. Estos marcos se pondrán en los planos correspondientes á las viguetas 1.^a, 4.^a, 7.^a y 11.^a, por ambos lados de la bóveda; es decir, que en cada uno de los arcos habrá 8 marcos de arriostramiento.

Art. 12. *Articulaciones.*—(a) En la clave y en los arranques se apoyarán los arcos metálicos por el intermedio de unas rótulas de acero fundido, que girarán sobre ejes de 10 centímetros de diámetro, según se aprecia en la hoja tercera de los planos, análogas á las que se emplean en puentes de hierro.

(b) Los trozos de bóvedas de hormigón comprendidas entre los arcos metálicos, se apoyarán entre sí por medio de hormigón, rico, previamente preparadas, produciéndose el contacto por superficies cilíndricas de radios diferentes que se tocarán por el intermedio de hojas de plomo de 2 milímetros de grueso.

Art. 13. *Excavación para cimientos.*—Se excavarán los cimientos en la forma prevista en los planos, pero si el Ingeniero creyera conveniente aumentar la profundidad prevista para los mismos, lo ordenará por escrito al contratista, siendo entonces de cuenta de la administración los agotamientos suplementarios que fueren precisos, á partir de la profundidad señalada en el proyecto.

Art. 14. *Macizo de cimientos.*—(a) Una vez terminada la excavación de la pila de arcos y de la pila estribo, se rellenará con una tortada de hormigón de Portland de 0m,84 de grueso, que podrá sumergirse.

(b) Sobre esta primera capa se continuará el macizo con mampostería ordinaria con mortero de Portland, escalonando el macizo en la forma representada en los planos.

(c) Los cimientos de las dos pilas de los tramos rectos se macizarán con mampostería hidráulica en toda su altura.

Art. 15. *Cuerpo de las pilas.*—Sobre estos cimientos se construirán los cuerpos de las pilas, que se dividen en tres partes, todo ello de hormigón moldeado en masa con los perfiles que se representan en la hoja primera de los planos.

La primera parte ó zócalo comprende hasta la imposta que viene debajo de los salmeres. La segunda parte comprende los salmeres; la tercera parte es el cuerpo de las pilas, propiamente dicho, que se aligera con bóvedas.



En estos macizos de pilas se dejarán empotrados unos carriles de acero, tipo Vignole, de 30 y 20,5 kilogramos por metro lineal, con arreglo á las longitudes y número que figura en el estado de cubicación, quedando los carriles verticales y en el centro de las pilas.

Art. 16. *Pretiles*.—Los pretiles se harán de piedra artificial, con los perfiles de los planos.

Art. 17. *Barandilla*.—Tendrá el dibujo de los planos y será de acero dulce, con adornos de hierro fundido.

Art. 18. *Arreglo y preparación de los estribos*.—Además de las obras descritas habrá que arreglar y preparar los estribos de fábrica del actual puente para recibir: el de la margen izquierda, las rótulas de arranque del primer arco y el extremo del tramo, y en la margen derecha el extremo del tramo de avenidas.

.....

CAPITULO II

CONDICIONES Á QUE DEBERÁN SATISFACER LOS MATERIALES Y SU MANO DE OBRA

Art. 21. *Hormigón para cimientos de las pilas*.—Estará formado por las proporciones siguientes:

Piedra machacada al tamaño de 7 centímetros, 800 litros.

Arena, 400 litros.

Cemento Portland, 200 kilogramos.

Art. 22. *Hormigón para el cuerpo en las pilas y bóvedas*.—La composición del hormigón sólo variará en la proporción del cemento, que aumentará hasta 250 kilogramos, y en el grueso en la piedra machacada, que no excederá de 5 centímetros.

Art. 23. *Hormigón para los tramos y pilares*.—Estará constituido por las proporciones siguientes:

Gravilla al tamaño de 3 centímetros, 1.000 litros.

Arena, 250 litros.

Cemento Portland, 300 kilogramos.

Esta misma mezcla se empleará para las dovelas de arranque y de clave que constituyen las articulaciones de las bóvedas descritas en el artículo 12 (b).

Art. 24. *Piedra artificial*.—Estará formada por una mezcla de arena y cemento en la proporción de 400 kilogramos de Portland por metro cúbico de arena.

Art. 25. *Mampostería*.—Se empleará exclusivamente en los cimientos y estará formada por mampuestos de piedra arenisca ó caliza, dura y nada



heladiza, con un mortero formado por cinco de arena y uno de cemento Portland.

Art. 26. *Cementos*.—El hormigón se ejecutará con cementos Portland artificiales de primera calidad, cuyas condiciones serán las siguientes:

Densidad aparente: 1.200/1.300.—Residuo en el tamiz de 900 mallas: 2 por 100.—Fraguado, de treinta minutos á cuatro horas.—Resistencia en briquetas de cemento puro á los veintiocho días: 50 kg. por cm.²; de mortero normal 1 X 3, á los veintiocho días: 20 kg. por cm.².

Art. 27. *Hierros*.—Asimismo, los hierros serán aceros dulces, que tengan una resistencia mínima á la rotura de 40 kg. por mm.², con un alargamiento de 22 por 100, medida en barretas de 200 mm.

Art. 28. *Arenas*.—(a) Podrán emplearse arenas de río, siempre que estén perfectamente limpias y exentas de tierras y substancias extrañas.

(b) Si se emplearan arenas de escoria de alto horno, pudiera reducirse en 50 kg. por metro cúbico de mortero ó de hormigón la proporción del cemento Portland, sustituyendo este cemento por un peso igual de cal grasa.

Art. 29. *Piedra para hormigones*.—Es indiferente el empleo de piedra machacada ó canto rodado del río, siempre que esté limpia la piedra y sea dura.

Art. 30. *Asfalto*.—(a) Será de calidad análoga á los asfaltos de la Compañía de Maestu, Val de Travers ó Seyssel.

(b) El betún, que mezclado con la caliza asfáltica ha de formar el mastic, será natural, de color negro, con reflejos rojizos.

(c) La gravilla que se mezcle con el betún será silicea y de un tamaño comprendido entre un centímetro y centímetro y medio.

(d) Las proporciones de la mezcla han de ser tales, que no sufra la menor alteración expuesta á una temperatura de 50 grados.

CAPÍTULO III

DE LA EJECUCIÓN DE LAS OBRAS

.....
Art. 35. *Ejecución de la fábrica de hormigón*.—(a) Mezcladas en seco las proporciones de piedra, arena y cemento que se prescriben en artículos anteriores, se verterá el agua estrictamente indispensable para el fraguado.

(b) Todo el hormigón se apisonará fuertemente hasta que rezume á la superficie el agua sobrante.
.....



CAPITULO IV

MEDICIÓN Y ABONO DE LAS OBRAS

Art. 39. *Definición del metro cúbico en obra de fábrica.*—(a) (Cópiese el art. 40 del formulario oficial.)

(b) Debe tenerse presente, que para la medición del hormigón moldeado se dividirán las pilas por partes en la forma que se hace en el estado de publicación, midiendo los volúmenes por los vuelos mayores.

Art. 40. *Modo de abonar el hierro.*—Las armaduras de bóvedas y tramos se abonarán por su peso efectivo, y el tejido metálico por metros cuadrados, á los precios consignados en el presupuesto.

Art. 41. *Modo de abonar la barandilla.*—(a) Se abonará la barandilla por su peso efectivo, que no deberá exceder de 50 kilogramos por metro lineal.

(b) En el precio del kilogramo estará comprendida la colocación en obra y tres manos de pintura al óleo.

(c) Los montantes de las barandillas se empotrarán en los andenes con cemento Portland.

Art. 42. *Partidas alzadas.*—Se abonarán integrales al contratista, pero con sujeción á la hoja de la subasta ó concurso, las partidas alzadas que figuran en el presupuesto, para arreglo y preparación de los estribos, agotamientos y medios auxiliares, preparación y asiento de las rótulas, cimbras y andamiajes, daños y perjuicios por tránsito inevitable, puente de servicio, demolición de los puentes de madera y gastos de prueba de puente.

CAPITULO V

DISPOSICIONES GENERALES Y PRUEBA DEL PUENTE

.....
Art. 47. *Pruebas del puente.*—(a) Se extenderá primero sobre los diferentes tramos del puente la sobrecarga estática de 400 kilogramos por metro cuadrado de puente, que permanecerá veinticuatro horas.

(b) Al cabo de este tiempo, la flecha que esta sobrecarga haya producido no excederá de $1/500$ de la luz de los tramos ó arcos probados, debiendo desaparecer cuando se quite la sobrecarga.

(c) Se procederá después á las pruebas dinámicas, que consistirán en hacer pasar sobre el puente y simultáneamente dos carros de dos ruedas con un peso de 8 toneladas cada uno, que se cruzarán en los diferentes tramos del puente, sin que deba exceder la flecha que se produzca de $1/500$



CONDICIONES Y PRESUPUESTO DEL PUENTE DE MIERES 57

de la luz, flecha que deberá desaparecer cuando salgan los carros del puente.

(d) Del resultado de las pruebas, cuyos gastos serán de cuenta del contratista, se levantará un acta por triplicado, suscrita por el Ingeniero encargado y el contratista, acta que servirá de recepción provisional, si el resultado de las pruebas fuera satisfactorio.

Precios.—Asimismo extracto aquí algunos de los precios que me han servido de base para calcular mi presupuesto.

DETALLES DE LOS PRECIOS DEL CUADRO NÚM. 1.

Pesetas.

(2) Metro cúbico de hormigón hidráulico con mortero Portland para los cimientos.

0,800 litros de piedra machacada al tamaño de 7 centímetros, á 3.....	2,40
0,400 litros de arena, á 5.....	2
200 kilogramos de Portland artificial, á 70 (1).....	14
Mano de obra y demás operaciones.....	21,60
	40

(3) Metro cúbico de mampostería ordinaria con mortero Portland para los cimientos.

Adquisición de la piedra necesaria y su transporte al pie de obra para producir un metro cúbico de fábrica.....	5
0,30 m. ³ de mortero de arena y Portland en la proporción de cinco y uno, á 25.....	7,50
Desbaste y preparación de los mampuestos, asiento y resto de la obra.....	11,50
	22

(4) Metro cúbico de hormigón fino moldeado para el cuerpo de las pilas.

0,800 litros de piedra machacada al tamaño de 5 centímetros, á 5.....	4
0,400 litros de arena, á 5.....	2
250 kilogramos de cemento artificial, á 70.....	17,50
Moldes y andamios.....	10
Mano de obra y demás operaciones.....	16,50
	50

(1) Téngase presente que este puente se ejecutará inmediato á la estación de Mieres, que se encuentra á 15 kilómetros de la estación de Tudela-Veguín, en la que está la fábrica de Portland que empleo para estas obras.

	Pesetas.
(5) <i>Kilogramo de barras carriles para el empotramiento de las pilas.</i>	
Kilogramo de carriles al pie de obra.....	0,35
Colocación en obra.....	0,15
	0,50
(6) <i>Metro cúbico de piedra artificial para los pretiles.</i>	
Metro cúbico de arena al pie de obra.....	5
400 kilogramos de Portland artificial.....	23
Moldes y mano de obra.....	37
	70
(7) <i>Kilogramo de hierro para la barandilla.</i>	
Adquisición y transporte de un kilogramo de hierro.....	0,40
Mano de obra.....	0,30
Colocación en obra.....	0,10
Pintura (tres manos al óleo).....	0,10
	0,90
(8) <i>Metro cúbico de hormigón de Portland moldeado para las bóvedas de arcos.</i>	
0,800 litros de piedra machacada al tamaño de 5 centímetros, á 5.....	4
0,400 litros de arena, á 5.....	2
250 kilogramos de cemento, á 70.....	17,50
Mano de obra y demás operaciones.....	26,50
	90,00
(9) <i>Kilogramo de acero laminado para las armaduras de las bóvedas.</i>	
Kilogramo de acero laminado al pie de obra.....	0,40
Preparación y ajuste.....	0,25
Montaje.....	0,15
	0,80
(10) <i>Kilogramo de acero fundido y laminado para las rótulas de articulación.</i>	
Kilogramo de acero al pie de obra.....	0,40
Preparación y ajuste.....	0,15
Montaje.....	0,15
	0,70



CONDICIONES Y PRESUPUESTO DEL PUENTE DE MIERES 59

	Pesetas.
(11) <i>Metro cúbico de hormigón de Portland moldeado y armado para los pilares y tablero.</i>	
1,00 m. ³ de gravilla al tamaño de 3 centímetros.....	10
0,25 m. ³ de arena, á 5.....	1,25
300 kilogramos de Portland, á 70.....	27
Moldes y andamios.....	45
Mano de obra y demás operaciones.....	32,75
	110
(12) <i>Kilogramo de acero laminado para los pilares y tablero.</i>	
Kilogramo de acero al pie de la obra.....	0,40
Preparación.....	0,25
Empleo en obra.....	0,35
	1
(13) <i>Metro cuadrado de tejido metálico de simple torsión atirantado, de 60 × 20.</i>	
Metro cuadrado de tejido al pie de obra.....	3,50
Colocación en obra.....	1,50
	5
(14) <i>Metro cuadrado de tejido metálico de simple torsión atirantado, de 60 × 17.</i>	
Metro cuadrado de tejido al pie de obra.....	1,50
Colocación en obra.....	1,50
	3
(15) <i>Metro cuadrado de dos capas de asfalto para la calzada, de 4 centímetros de grueso total, completamente terminado.</i>	
Material necesario para producir un metro cuadrado de pavimento (asfalto, betún y gravilla).....	11
Combustible.....	1,50
Mano de obra.....	1,50
	14
(16) <i>Metro cuadrado de una capa de asfalto para los andenes, de 2 centímetros de grueso, completamente terminado.</i>	
Material necesario para producir un metro cuadrado de pavimento (asfalto, betún y gravilla).....	5,50
Combustible.....	0,75
Mano de obra.....	0,75
	7

Por último, creo también útil consignar el



PRESUPUESTO GENERAL DEL PUENTE DE MIERES,

sobre el río Caudal, para la carretera de Mieres á la estación.

Número de unidades.	Precios unitarios — Pesetas.	IMPORTES	
		Parciales. Pesetas.	Totales. Pesetas.
ARTÍCULO 1.º—Pilas, estribos y pretiles.			
913,600	2	1.827,20	
149,690	40	5.987,60	
379,323	22	8.345,11	
460,488	50	23.024	
3.212	0,50	1.606	
17,270	70	1.208,90	
10.750	40,90	9.675	
Cantidades alzadas que se abo-	"	1.000	
narán íntegras	"	500	
al contratista.	"	5.000	
	"	"	58.172,81
Total del art. 1.º			
ARTÍCULO 2.º—Hormigón armado.			
Arco: 240,736	90	21.666,24	
27.576	0,80	22.060,80	
7.940	0,70	5.138	
			48.865,04



Partidas alzada que se abonarán íntegras al con- tratista.	166,018	Metros cúbicos de hormigón de Portland moldeado y armado para los pilares y tablero, &.....	110	18,261,98	
	17,799	Kilogramos de acero laminado para los pilares y tablero, &.....	1	17,799	
	141,60	Metros cuadrados de tejido metálico de simple torsión, atirantado, de 60 X 20, &.....	6	849,60	
	410,80	Idem id. de tejido metálico de simple torsión, atirantado, de 60 X 17, &.....	3	1,232,40	38,142,98
		Preparación y asiento de las rótulas, incluso las hojas de plomo..	"	500	
		Cimbras, andamiajes y medios auxiliares de todas clases.....	"	6,000	6,500
		Total del art. 2.º.....	"	"	93,508,02
		ARTÍCULO 3.º— <i>Asfalto.</i>			
	565	Metros cuadrados de dos capas de asfalto para la calzada de 4 cen- tímetros de grueso total, completamente terminado, &.....	14	7,910	
	226	Idem id. de una capa de asfalto para los andenes, de 2 centímetros de grueso, completamente terminado, &.....	7	1,582	
		Total del art. 3.º.....	"	"	9,492
		ARTÍCULO 4.º— <i>Obras accesorias y pruebas.</i>			
		Un puente de servicio de madera de 120 metros de longitud y 3,20 de ancho y su demolición.....		11,520	
		Demolición del actual puente de madera.....		500	
		Daños y perjuicio por tránsito inevitable.....		3,000	
		Gastos de las pruebas del puente.....		1,000	
		Total del art. 4.º.....		16,020	
		ARTÍCULO 5.º— <i>Conservación.</i>			
		Por la construcción de todas las obras durante el plazo de garantía.....		1,100	
		Total del art. 5.º.....		1,100	



RESUMEN DEL PRESUPUESTO DE EJECUCION MATERIAL

	Pesetas
Artículo 1.º Pilas, estribos y pretiles.....	58.172,81
2.º Hormigón armado.....	93.508,02
3.º Asfalto.....	9.482
4.º Obras accesorias y pruebas.....	16.020
5.º Conservación.....	1.100
Total.....	178.292,83

PRESUPUESTO DE CONTRATA

	Pesetas.
Ejecución material de las obras.....	178.292,83
15 por 100 de imprevistos, gastos de dirección, administración y beneficio industrial.....	26.743,80
Total del presupuesto de contrata.....	205.036,63



CAPÍTULO V

PUENTE DE ARCO DE 30 METROS DE LUZ EN GOLBARDO (SANTANDER)

Inmediato al apeadero de Golbardo, en el ferrocarril de Santander á Cabezón de la Sal, he construido un puente, sobre el río Saja, que comunica á aquella estación con el bonito pueblo de Barcenaciones.

Estas obras, que ha inspeccionado mi distinguido compañero D. Alberto Corral, son costeadas por el opulento capitalista don Victoriano Díaz.

En la lámina IV y en el fotograbado adjunto, se puede apreciar con detalle la disposición que he proyectado y el estado de las obras, al terminarse el moldeo del arco.

Como se ve en las figuras, este puente se ha proyectado con sujeción al sistema que preconizo, y por cuya disposición completamente original he obtenido patente de invención.

Mi objeto principal al imaginar esta disposición, era, como he dicho en el capítulo I, evitar el coste y el peligro de las cimbras, constituyendo la armadura de los arcos con elementos que tengan estabilidad y rigidez propia y que por sí solos sean capaces de resistir el peso de todo el puente.

Es decir, evitar el gasto *muerto* de la cimbra, sustituyéndolo por un aumento de hierro que queda *á favor de la obra*.

Que he conseguido mi objeto, lo evidencia las fotografías adjuntas.

Para voltear estas dos bóvedas de hormigón, de 30 m. de luz, sólo he necesitado quince días y un ligerísimo andamio para puente de servicio, que he utilizado para montar las cerchas metálicas. También hubiera podido, en rigor, suprimir el andamio, pues para armar los cuchillos de hierro hubiérame bastado con unos pescan-



tes y aparejos; pero, de todos modos, compárese el coste de este andamio constituido por maderas rollizas simplemente empalmadas, cuyo coste no ha alcanzado la cifra de 1.500 pesetas, con el bosque de madera escogida, bien labrada y fuertemente arriostrada, que exigen los demás sistemas hasta hoy empleados para las grandes bóvedas de hormigón armado, y se comprenderán las evidentes ventajas que ofrece mi sistema y las garantías de seguridad que presenta.

Descripción del puente.—Está constituido por dos arcos circulares de 30 metros de luz, con una flecha de 4 metros. (Véase lámina.)

Estos arcos, de $0^m,50 \times 0,50$ de sección, llevan cada uno de ellos dos viguetas de doble T, de acero de $200 \times 90 \times 11,3 \times 7,5$, que pesan $26^k,2$ por m. l., á las que en caliente se les ha dado la curvatura correspondiente. Estas viguetas están formadas por trozos de $4^m,60$ de longitud, empalmándose dichos trozos por medio de cubrejuntas de $0^m,50$ y 6 roblones de 20 mm.

Como la luz no excede de 30 m. y las sobrecargas son relativamente pequeñas, no he creído necesario articular los arcos en la clavé y los arranques, y se empotran en los estribos por el intermedio de unas chapas de palastro de 10 mm., asentadas en unas cajas rellenas de hormigón fino.

Sobre estos arcos se empotran los extremos de los pilares que sostienen el tablero, situados á $1^m,50$ de distancia.

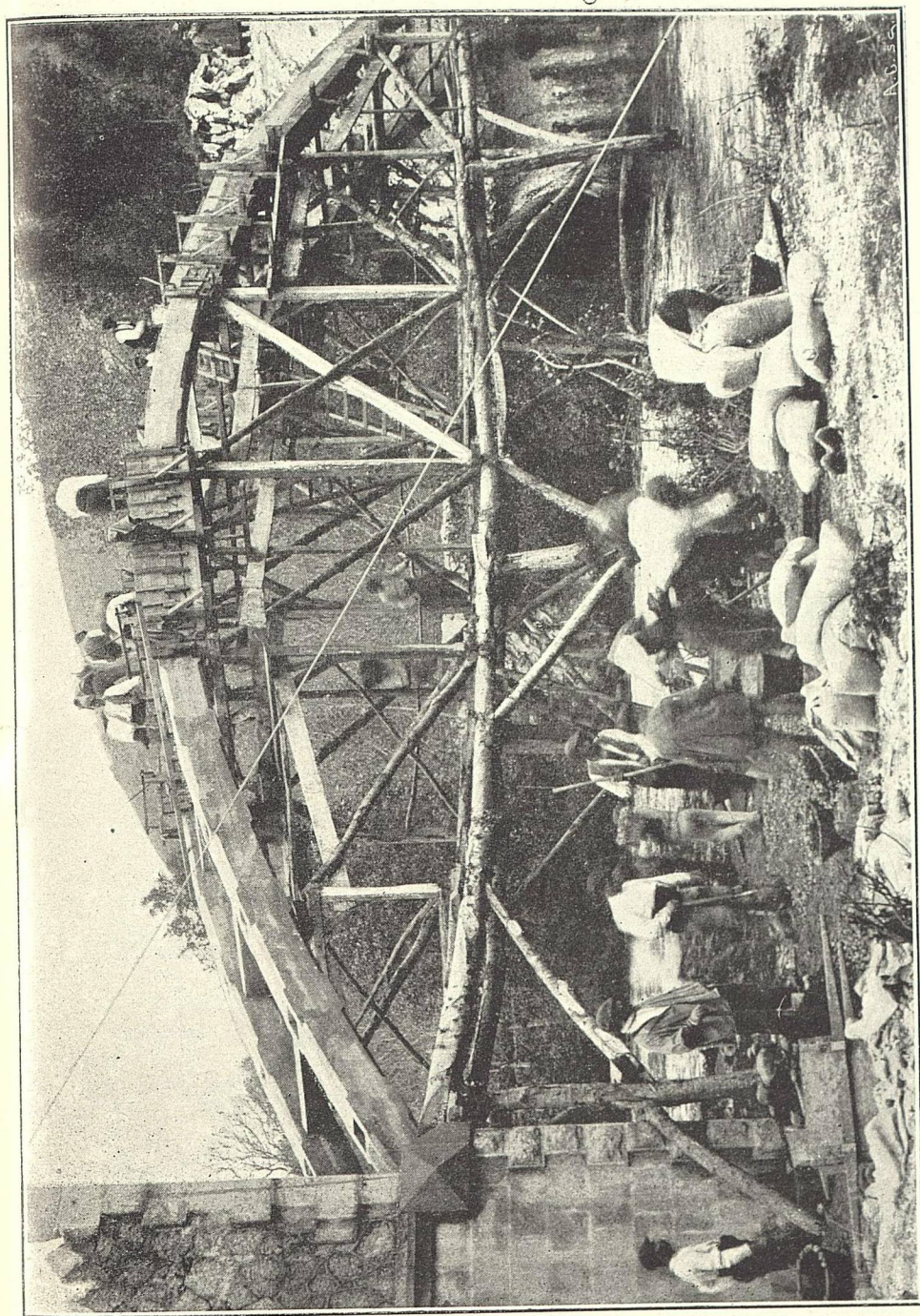
Las cabezas de los pilares están arriostradas por las viguetas, que vuelan $0^m,50$ por fuera de los arcos, para sostener los andenes.

Estos andenes y el forjado del puente, se construyen por medio de placas de hormigón armado, moldeadas en un taller, con un espesor de $0^m,08$. Una vez colocadas estas placas (lo que se hace por lo tanto sin moldes), se completa el grueso del forjado, que alcanza 0,14, extendiendo una segunda capa de hormigón que suelda todos estos elementos y da al tablero una rigidez completa.

Para completar ésta, se arriostran los arcos por medio de viguetas de 10×25 , situadas á $2^m,30$ de distancia, ejecutadas al mismo tiempo que los arcos, que llevan unas barras de 20 mm., sujetas con tuercas á las viguetas que mantienen á éstas en una posición invariable.

El hormigón de los arcos, riostras y viguetas queda además su-





Puente en arco de 30 metros de luz, en Golbardo (Santander).

jeto por fuerte tejido metálico que lo envuelve longitudinalmente é impide toda separación entre el hierro y el cemento.

CÁLCULO DEL TABLERO Y PILARES

Datos y cargas para el cálculo.—Las cargas y datos adoptados para el cálculo, son:

Peso del hormigón armado.....	2.500 kg. el m. ³
Peso del firme, después de consolidado...	2.000 kg. el m. ³
Sobrecarga estática.....	300 kg. por m. ²
Sobrecarga dinámica.....	Carros de 6 toneladas.
Coefficiente de trabajo del hierro (á la tracción y á la compresión).....	10 kg. por mm. ²
Idem id. al tronchamiento.....	8 kg. por mm. ²
Coefficiente de resistencia del hormigón á la compresión.....	25 kg. por cm. ²

Cálculo del forjado.—Siendo la separación de las vigas de 1 m,50 de eje á eje, y su grueso de 0 m,15, la luz del forjado será igual á 1 m,35, y le damos un espesor de 0 m,14, conforme con lo que la práctica aconseja como más conveniente para esta clase de obras.

Carga estática.—La carga estática, por metro cuadrado de puente, se compone del modo siguiente:

Peso propio del forjado.....	$p = 0\text{ m},14 \times 2.500 = 350 \text{ kg.}$	$P = 990 \text{ kg.}$
Idem id. del firme...	$p' = 0,17 \times 2.000 = 340 \text{ kg.}$	
Sobrecarga.....	$p'' = 300 \times 1 = 300 \text{ kg.}$	

El momento flector correspondiente á la carga estática será:

$$M' = \frac{990 \times 1,35^2}{10} = 99 \times 1,82 = 180 \text{ kgms.}$$

empleando la fórmula del semi-empotramiento, que es la aplicable en los forjados.

Carga dinámica.—La mayor sobrecarga móvil que podrá actuar en el forjado será la de una rueda de carro que, en la hipótesis actual, será un peso de 3.000 kg. aplicado en el centro del vano.

El momento flector correspondiente á esta carga será:

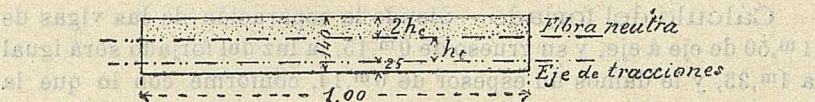
$$M_f = \frac{1}{4} P l = \frac{1}{4} 3.000 \times 1,35 = 1.012 \text{ kgms.}$$

El máximo momento flector se obtendrá sumando los correspondientes á cada una de estas cargas y tendremos

$$M = \frac{690 \times 1,35}{10} + \frac{3.000 \times 1,35}{4} = 126 + 1.012 = 1.138 \text{ kg.}$$

que nos servirá de base al cálculo.

Fig. 16.



Si consideramos una longitud de forjado de 1 m. tendremos: llamando $2 h_c$ el espesor de la parte de hormigón sometida á compresión, que la superficie comprimida será $h_c \times 100$, el momento con relación á la fibra neutra $2 h_c \times 100 \times h_c$, y el momento resistente $2 h_c \times h_c \times 100 \times 25$, que tiene que equilibrar á la mitad del momento flector.

De modo que

$$2 h_c = \sqrt{\frac{M_f}{R_c}} = \frac{2}{10^3} \sqrt{1.138} = 0,066.$$

El forjado queda así dividido en dos partes: una sometida á esfuerzos de compresión que tiene un espesor de 0m,066, y otra en que actúan esfuerzos de tracción que han de contrarrestar las barras de hierro y cuyo brazo de palanca es

$$0,140 - 0,066 = 0m,074;$$

pero como por regla de construcción hay que colocar las barras á 0^m,025 de la cara inferior del forjado, resultará

$$h_t = 140 - (66 + 25) = 140 - 99 = 0^m,049,$$

y, por tanto, el momento resistente que ha de equilibrar la otra mitad del momento flector, será:

$$S \times h_t \times 10^7 = \frac{1}{2} M_f \gg S \times 0,049 \times 10^7 = \frac{1}{2} M_f,$$

y la sección de hierros necesaria será

$$S = \frac{1.138}{2 \times 0,049 \times 10^7} = \frac{0,1138}{98} = 0^m,001161,$$

ó sean 1.161 mm.²

Basta poner 10 barras de 12 mm. á 0^m,10 de distancia.

Andenes ó paseos.—El andén ó paseo irá apoyado sobre las viguetas, en la forma que claramente aparece en los planos.

El ancho del andén será de 0^m,70, y su espesor de 0,08; se formará de placas de 1^m,50 de longitud.

CÁLCULO DE LAS PLACAS QUE FORMAN LOS ANDENES

Datos—Luz— 1^m,35. Espesor = 0^m,08. Sobrecarga, 300 k. por m.²

La carga por metro cuadrado de forjado se descompone, como sigue:

$$\begin{array}{lcl} \text{Peso propio.....} & p = 0,08 \times 2.500 = 200 \text{ kg.} \\ \text{Sobrecargas.....} & p' = 300 \times 1 = 300 \text{ kg.} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right. P = 500 \text{ kg.}$$

El momento flector correspondiente será:

$$M_f = \frac{500 \times 1,35^2}{10} = 90 \text{ kgms.}$$



Si consideramos una longitud de forjado de 1 m., tendremos:

$$2 h_c = \frac{2}{10^3} \sqrt{90} = 0^m,020,$$

y

$$h_t = 80 - (20 + 25) = 80 + 45 = 0^m,035.$$

La sección de los hierros necesaria vendrá dada por

$$S = \frac{90}{2 \times 0,035 \times 107} = \frac{0,00090}{7} = 0,000130,$$

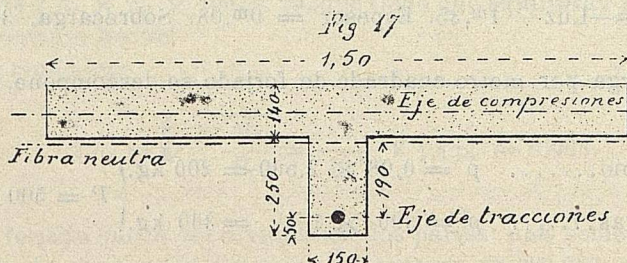
ó sean 130 mm.²

Bastan 5 barras de 6 mm. por metro lineal.

Larguerillos guarda-firmes.—Con objeto de sostener el firme en el intervalo comprendido entre las viguetas y las placas del andén se colocarán á los costados del mismo unos larguerillos que tendrán 0,10 de ancho por 0,27 de alto.

La armadura metálica se compondrá de una barra de 10 mm. de sección en la parte inferior, y una de 6 mm. en la superior

Cálculo de viguetas.—Para el cálculo de las vigas se considera como formando parte de las mismas la parte de forjado que carga sobre ellas, de modo que la sección que afecta es la indicada



en la figura adjunta, y emplearemos para determinar el momento flector la fórmula corriente de las vigas apoyadas por sus extremos.

La longitud total de las viguetas es de 4^m,10, afectando la forma especial que aparece claramente en los planos.

Datos.—Luz = 2^m,30. Sección — 15 × 25 cm. Forjado que interesa, 1^m,50.

La carga que insiste sobre cada vigueta se compone del peso propio y de la sobrecarga:

Peso propio:

$$p = (0,15 \times 0,25) 2.500 + 1,50 \times 350 = 619 \text{ kg.}$$

Sobrecarga estática:

$$p' = 300 \times 1,50 \dots\dots\dots = 450 \text{ kg.} \quad \left. \begin{array}{l} p = 619 \text{ kg.} \\ p' = 450 \text{ kg.} \end{array} \right\} P = 1579 \text{ kg.}$$

Peso del firme:

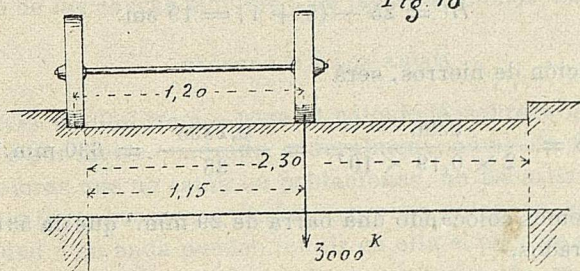
$$p'' = 0,17 \times 2000 \times 1,50 \dots\dots\dots = 510 \text{ kg.}$$

El momento debido á la sobrecarga estática, será:

$$M_r = \frac{1579 \times 2,30^2}{8} = 1044 \text{ kgms.}$$

Carga dinámica.—Teniendo el puente 2^m,50 de ancho de firme y suponiendo que el ancho de los carros sea de 1^m,20, la posición más desfavorable que puede tener será la que aparece en la fig. 18, que es la correspondiente á la situación de una rueda lo más próxima posible al centro de la viga.

Fig. 18



En el caso actual, coincide entonces una rueda con el eje del puente, y el momento máximo producido es

$$M = 3.000 \times \frac{2,30}{4} = 1.650,$$

y el máximo momento total lo obtendremos sumando éste con el debido al peso muerto; así, pues,

$$M_{max} = \frac{1129 \times \frac{2,30^2}{8}}{8} + 1.650 = 746 + 1.650 = 2.396 \text{ kgms.}$$

La superficie del hormigón del forjado que trabaja á compresión es $1^m,50 \times 0,14$, y su momento será

$$1^m,50 \times 0,14 \times H_c,$$

que debe equilibrar á la mitad del momento flector y tendremos

$$H_c = \frac{2396}{2 \times 1,50 \times 0,14 \times 25 \times 10^4} = 0,02.$$

Esto demuestra que si trabajara el hormigón á 25 k., la fibra neutra quedaria dentro del forjado, y que habria tensiones en la parte inferior de éste, lo que no conviene.

Ya vimos, al desarrollar los cálculos del puente de Mieres, que en estos casos se supone que la fibra neutra queda por debajo del forjado á 0^m,01, por ejemplo.

Como hay que colocar las barras á 0^m,050 de la superficie inferior de las vigas, tendremos entonces que

$$H' = 25 - (5 + 1) = 19 \text{ cm.}$$

La sección de hierros, será

$$S = \frac{2396}{2 \times 0,19 \times 10^7} = \frac{0,2396}{38} = 630 \text{ mm.}^2$$

que obtenemos colocando una barra de 29 mm.² que da 531 milímetros cuadrados.

Para completar la armadura de la viga y obtener un enlace



completo entre la cabeza y el alma de la viga, colocaremos una barra de 15 mm. en la parte superior, una celosía de 60×15 , tipo Rivière, y una serie de horquillas hechas con varilla de 5 mm. de diámetro que unen todo el entramado, con la disposición característica de mi sistema.

CÁLCULO DE LOS PILARES

Damos á los pilares una sección rectangular de 15×20 cm.

La carga total que actúa sobre cada uno de estos pilares se descompone del modo siguiente:

	Kilogramos.
Sobrecarga..... $1,50 \times 2 \times 300$ =	900
Firme..... $1,50 \times 1,25 \times 2.000 \times 0,17$ =	638
Andén ó paseo.... $1,50 \times 0,75 \times 0,08 \times 2.500$ =	225
Larguerillo..... $1,50 (0,10 \times 0,27) 2.500$ =	75
Forjado..... $1,50 \times 250 \times 1$ =	375
Vigueta..... 2×100 =	200
Barandilla.....	40
Total.....	<u>2.453</u>

Siendo la sección del pilar de $0,15 \times 0,20 = 300$ cm.² y resistiendo el hormigón á la compresión á razón de 25 kg. por cm.², resulta que el hormigón resiste una carga de $300 \times 25 = 7.500$ kilogramos, es decir, que en rigor no necesitaría armadura metálica.

Sin embargo, colocaremos 4 barras de 10 mm. arriostradas cada 0m,50 por unos lazos de alambre de 5 mm. de diámetro, con objeto de asegurar la indeformabilidad de dichos pilares, contra el efecto de las cargas móviles ó de las dilataciones del tablero.

CÁLCULO DE LOS ARCOS

Datos.—Admitiremos para el cálculo la sobrecarga de 300 kilogramos por metro cuadrado, generalmente admitida para puentes de carreteras que no están en poblaciones, no necesitando tenerse en cuenta las sobrecargas dinámicas, pues éstas no afectan á la estabilidad ó en nada pueden influir en ella el paso de carros de 6 toneladas, tratándose, como en el caso presente, de un arco de 30



metros de luz, y puesto que desde 26 m. de luz en adelante las sobrecargas de 300 kg. por metro cuadrado equivalen, en cuanto á los esfuerzos cortantes y momentos flectores, á trenes de carros de 6 toneladas.

Como no se ponen articulaciones en la clave ni en los arranques pues no considero convenientes estos elementos sino en arcos de luces superiores á 30 m., suponemos el *empuje en la clave* producido por el semiarco, aplicado en el tercio contado desde el trasdós y asimismo la reacción del apoyo, al tercio de la junta de arranque contado desde el intradós, puesto que se trata de una bóveda rígida, y que estas hipótesis son las que se adoptan generalmente y parecen sancionadas por la práctica.

Calcularemos uno de los dos arcos:

Suponemos que el arco y su sobrecarga tienen un peso específico de 2.500 kg. por metro cúbico de fábrica de cualquier clase, pues aunque el hormigón pesa menos, preferimos pecar por exceso.

En la lámina V se representa con toda claridad el cálculo gráfico de este arco, que hemos descompuesto en las superficies que aparecen en el dibujo.

Desarrollo del cálculo.—Seguiremos el método de la *curva de presiones de Mery*, que es el más indicado.

Se han hallado los pesos de cada dovela y de su sobrecarga correspondiente, determinando después el punto de aplicación de la resultante de esos dos pesos, ó sea el centro de gravedad de cada una de esas porciones, y se han marcado en el dibujo con un pequeño círculo.

En estos centros de gravedad se han aplicado los pesos de cada porción de bóveda y de su sobrecarga correspondiente, y se ha determinado la resultante de todos los pesos por medio de un *polo* y el *polígono funicular* correspondiente.

En el cuadro adjunto se consignan los resultados de este cálculo, que desarrolla con gran claridad nuestro compañero el Sr. Gaztelu en su interesante libro de *Cálculos de estabilidad de los puentes*.



(Cuadro núm. 1.)

Datos para el cálculo de la curva de las presiones.

DOVELAS					PESOS PROPIOS DE TABLERO, BARANDA Y PILARES			PESOS PROPIOS TOTALES, DE TABLERO, BARANDA, PILARES Y ARCOS			OBSERVACIONES
Áreas.	Peso del hormigón corrientes.	Peso de la armadura corrientes.	Peso total de cada dovela.	Sin sobrecarga.	Con sobrecarga.	Sin sobrecarga.	Con sobrecarga.	Sin sobrecarga.	Con sobrecarga.		
M ² .	Kilogs.	Kilogs.	Kilogs.	Kilogs.	Kilogs.	Kilogs.	Kilogs.	Kilogs.	Kilogs.		
1	0,75	862	90	952	2100	3900	3052	4852	Ancho del arco, se toma para el cálculo igual a 0m,50. Pesos que se suponen: Peso del metro cúbico de hormigón. Idem del metro lineal de armadura de la bóveda. Peso propio del tablero y baranda que actúa en cada pilar para cada bóveda. Peso del pilar por metro lineal. La sobrecarga dinámica máxima equivale a una sobrecarga de 300 kilogramos por metro cuadrado, uniformemente repartida sobre el pavimento, quedando los andenes cargados a razón de 300 kilogramos por m ² .		
2	0,74	851	89	940	2108	3908	3048	4848			
3	0,75	862	90	952	2119	3919	3071	4871			
4	0,75	862	90	952	2134	3934	3086	4886			
5	0,76	874	92	966	2158	3958	3124	4924			
6	0,79	908	95	1003	2187	3987	3190	4990			
7	0,77	885	93	978	2222	4022	3200	5000			
8	0,80	920	96	1016	2262	4062	3278	5078			
9	0,80	920	96	1016	2308	4108	3324	5124			
10	0,98	1127	119	1246	3064	5464	4310	6710			
							32683	51283			



Conocida así la posición de la resultante y su intensidad equivalente a 51.283 kg., se ha prolongado su dirección hasta encontrar a la horizontal en cuya dirección actúa el empuje Q de la clave, ó sea la horizontal que pasa al tercio del trasdós, siendo ese punto el de aplicación de la resultante, y unido este punto con el fijado en la junta de arranque al tercio del intradós, se ha fijado la dirección de la componente del peso del total, cuya componente determina la reacción en el apoyo.

Descompuesta esa resultante (peso total) en las dos direcciones citadas por medio del paralelogramo de las fuerzas, resulta gráficamente para el empuje Q en la clave el valor de 87.700 kilogramos, y para la otra componente, ó sea la reacción en el apoyo, 101.590 kilogramos.

Comprobando el empuje en la clave por la ecuación de momentos, resulta: que el momento de Q , empuje en la clave, con relación al apoyo del arco en el arranque, cuya distancia llamaremos y , debe ser igual al momento de la resultante P con relación al mismo punto, cuya distancia llamaremos d ; es decir, que

$$Q y = P d; \quad Q = \frac{P d}{y};$$

sustituyendo valores, tendremos

$$Q = \frac{51.283 \times 7,23}{4,23} = 87.653 \text{ kg.},$$

que se aproxima por defecto, en pequeña cantidad, al que gráficamente se aprecia con la escala del dibujo, que es 1 por 50.

Admitimos en números redondos 87.700 kg. para valor de Q . Comprobando de la misma manera la componente R en la dirección del apoyo, tendremos:

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{51.283^2 + 87.700^2} = 101.593 \text{ kg.}$$

Gráficamente resultan 101.590 kg., que adoptamos para esta reacción en el apoyo, que es al mismo tiempo la reacción en la junta de rotura.

Para calcular las reacciones en las diferentes juntas, se ha tra-



zando la perpendicular Q á la vertical que representa el peso total, en uno de los extremos a , ó sea una horizontal, cuya dirección es la del empuje en la clave; por el extremo inferior b de la vertical que representa el peso total de la semibóveda, se ha trazado una paralela á la reacción en el apoyo; el encuentro de esta recta con la horizontal Q , determina un punto que, unido con los puntos de división, que en el peso total marcan los pesos parciales, fijan la dirección é intensidad de las reacciones en las diferentes juntas, cuyas reacciones son las resultantes del empuje con los pesos de las porciones de bóveda que actúan sobre la junta, cuya reacción buscamos.

Con el auxilio de esta figura y del polígono funicular, hemos determinado la dirección y punto de aplicación de esas reacciones sobre las juntas, según se indica con líneas de trazo y punto en el dibujo, y sus puntos de aplicación en las juntas se han marcado con pequeños círculos. Después se ha trazado el lugar geométrico de todos esos centros de presión, que es el *polígono de las presiones*, marcado en el dibujo con línea de trazo y dos puntos.

La simple inspección del dibujo evidencia que la dirección de ese polígono queda comprendido dentro del tercio medio del espesor de la bóveda, y casi se confunde con la línea mediana, lo que garantiza la estabilidad.

En el cuadro adjunto núm. 2 se expresan las distancias al trasdós ó al intradós de los puntos calculados de la curva de presiones, que se consignan en una de las columnas de dicho cuadro.



(Cuadro núm. 2.)

Comprobación de la estabilidad del arco.

Número de orden de las juntas.	REACCIONES — Kilogramos.	Ángulos de las reacciones con las normales á las juntas.	Longitud de las juntas. — Metros.	PRESIONES medias. — Kilogramo por cm. ²	Distancias de la curva al trasdós ó al intradós. — Metros.	PRESIONES máximas. — Kilog. por cm. ²
0	$Q = 87700$	Menor de 21°	0,50	35,08	$t \ 0,16$	70,16
1	$R_1 = 87500$		»	35,00	$t \ 0,18$	64,40
2	$R_2 = 88000$		»	35,20	$t \ 0,20$	56,32
3	$R_3 = 88700$		»	35,48	$t \ 0,21$	52,51
4	$R_4 = 89750$		»	35,90	$t \ 0,25$	35,90
5	$R_5 = 91000$		»	36,40	$i \ 0,24$	40,77
6	$R_6 = 92500$		»	37,00	$i \ 0,24$	41,44
7	$R_7 = 94250$		»	37,70	$i \ 0,22$	51,27
8	$R_8 = 96100$		»	38,44	$i \ 0,21$	56,89
9	$R_9 = 98250$		»	39,30	$i \ 0,17$	77,03
10	$R_{10} = 101500$		»	40,60	$i \ 0,16$	81,20

Vemos, en resumen, que prescindiendo de la resistencia que dan las viguetas encajadas en los arcos de hormigón, el trabajo máximo de este material, no excede en el punto más cargado, de 81 k. por cm.², presión que resisten con facilidad nuestros hormigones ricos, que no se rompen sino bajo cargas de 150 y 200 k. por cm.²

Pero para mayor seguridad, y como vemos en los planos, en cada arco añadimos dos viguetas de doble T de $200 \times 90 \times 7,5 \times 11,3$ de 3370 mm.² de sección y 26,2 k. de peso por m. l.



Como se ve por la forma que afecta la curva de presiones, ésta no sale del núcleo central; es decir, que encuentra siempre á las viguetas.

Habiendo dos en cada arco, que dan una sección de 6740 mm.², y trabajando el hierro á 12 k. por mm.², resistirá sólo el hierro á 80.800 kilogramos, que es casi la totalidad de la presión máxima.

Se ve, pues, la garantía que ofrece el establecimiento de estas viguetas metálicas, que por otra parte facilita mucho la construcción.

Para asegurar la homogeneidad de los arcos, es decir, para impedir que el hormigón se separe de las viguetas, envolveremos éstas en un tejido metálico de 60 mm. de malla, con alambre núm. 18.

Por último, para arriostrar los arcos, no sólo durante la construcción, sino después, ponemos unas riostras horizontales, normales á los arcos, formadas por un redondo de 20 mm., que se sujetará á las viguetas con tuercas dobles y que se envolverán posteriormente en hormigón con 15 X 25 cm. de sección. Estas riostras se situarán á 2,30 m. de distancia entre sí.

Las fórmulas empleadas para el cálculo de las presiones medias y máximas son las siguientes que propone el Sr. Gaztelu en su obra (pág. 84).

Para la presión media $R = \frac{P}{\omega}$, siendo R la reacción y ω área de la superficie de junta en cm.²

Para las presiones máximas $R_{máx} = \frac{P}{\omega} \left(1 + \frac{6a}{h} \right)$ cuando el punto de aplicación de la reacción cae dentro del núcleo central;

$R_{máx} = \frac{2P}{\omega}$ cuando el punto de aplicación está al $\frac{1}{3}$ de la me-

diana en cuyas fórmulas $\frac{P}{\omega}$ representa la presión media sobre la junta considerada; a , distancia del punto de paso de la curva de presiones al centro de gravedad de la sección; h , lado del rectángulo paralelo á la mediana en el que se aplica la fuerza ó sea en este caso la longitud de la junta.

No hemos consignado los ángulos de las reacciones con las normales á las juntas correspondientes, por no creerlo necesario, á causa de que la simple inspección de la figura demuestra que el ángulo mayor es muy inferior á 27°, que es el ángulo por rozamiento

por lo que se refiere a la condición relativa al deslizamiento de las dovelas.

Además, siendo de bóveda de hormigón un monolito, la fuerza de rozamiento aumenta y no puede presumirse que ocurra un deslizamiento de dovelas ficticias, máxime llevando una armadura metálica interior.

PRESIÓN TRANSMITIDA AL SUELO

Después de haber hallado el empuje que produce la bóveda, le hemos compuesto con el peso del estribo para tener en magnitud y en dirección la presión transmitida por el puente al terreno.

Para hallar el peso del estribo lo hemos descompuesto en volúmenes cuyos centros de gravedad fueran fáciles de encontrar, y hemos compuesto los pesos de estos volúmenes que nos han dado una resultante para el peso total de 318.600 kilogramos aplicada en el centro de gravedad del estribo, que compuesta con el empuje de 101.590 kilogramos que produce la bóveda, nos da una resultante de 380.000 kilogramos, que forma un ángulo próximamente de 76° con el horizonte y que transmite una presión media al terreno de 2,84 por centímetro cuadrado y una presión máxima de 12,933 por centímetro cuadrado por pasar dicha resultante fuera del tercio central de la base.

$$\text{Para las presiones máximas } P_{\text{máx}} = \frac{P}{a} \left(1 + \frac{e}{b} \right) \text{ cuando}$$

el punto de aplicación de la reacción sea fuera del núcleo central;

$$P_{\text{máx}} = \frac{P}{a} \text{ cuando el punto de aplicación sea al } \frac{1}{3} \text{ de la me-}$$

diata en cuyas fórmulas $\frac{P}{a}$ representa la presión media sobre

la junta considerada; a distancia del punto de peso de la curva de

presiones al centro de gravedad de la sección; b lado del triángulo

paralelo a la mediana en el que se aplica la fuerza P sea en este

caso la longitud de la junta.

Yo hemos construido los gráficos de las reacciones con las me-
diatas y las juntas correspondientes, por no creerse necesario a

causa de que la simple inspección de la figura demuestra que el
ángulo mayor es muy inferior a 90° , que es el ángulo por rozamiento



CAPITULO VI

TRAMOS RECTOS DE HORMIGÓN ARMADO

En los capítulos anteriores he descrito mi sistema de puentes en arco inferior, que con tanto éxito he aplicado al puente de Golbardo.

Pero esta disposición no es económica sino á partir de 16 metros de luz. Para luces menores es casi siempre preferible emplear tramos rectos, que si bien necesitan algo más de material, tienen en cambio una mano de obra más económica, y sobre todo, permiten utilizar como estribos unos simples muros de mampostería.

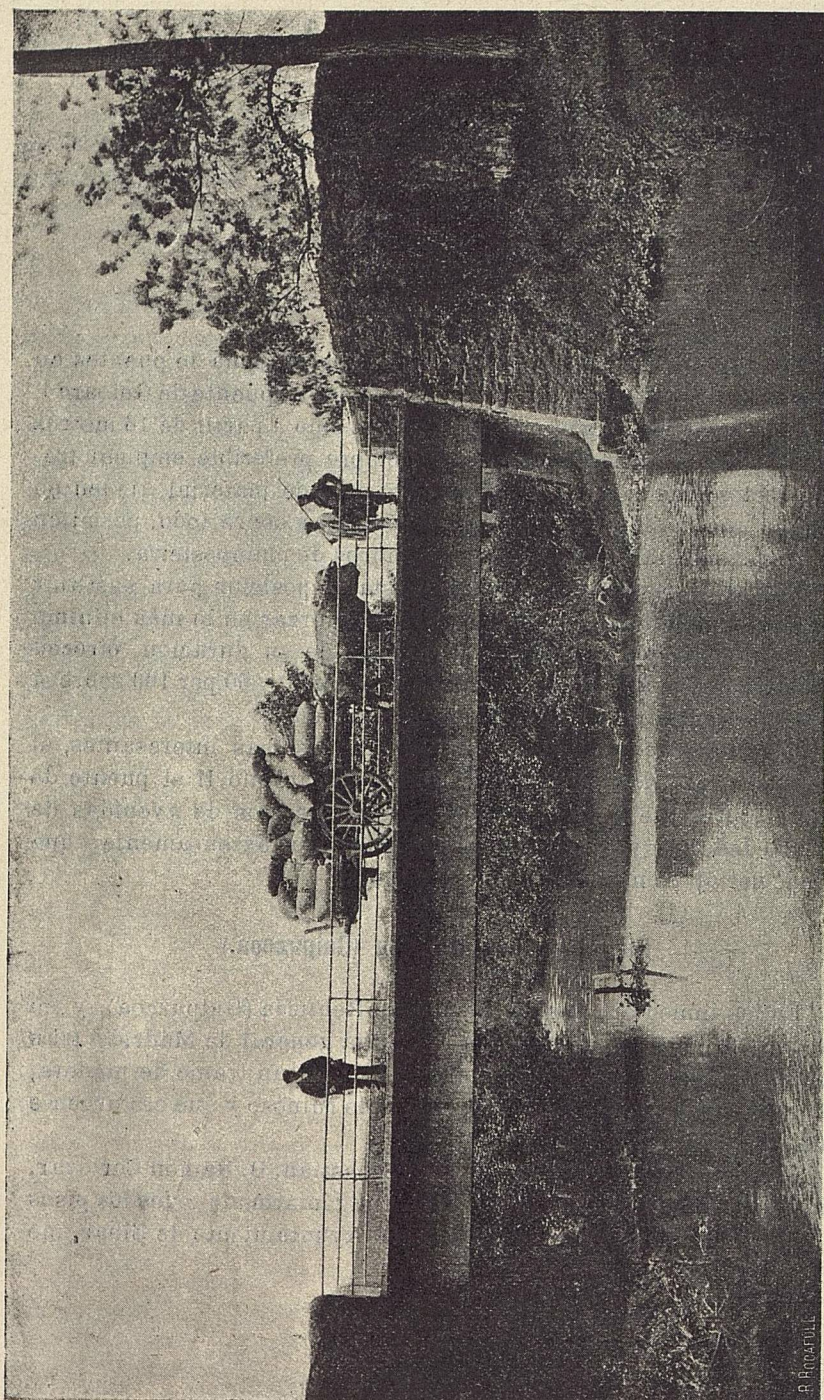
En varios casos hemos aplicado esta disposición para sustituir tramos de madera, y no ha sido preciso reforzar en lo más mínimo los estribos viejos. A pesar de la ventaja de su duración, ofrecen estos tramos una economía que oscila entre 20 y 60 por 100 sobre el coste de tramos metálicos de igual resistencia.

Describiré aquí algunas de mis obras, las más interesantes, si bien debo recordar, que al describir en el capítulo II el puente de Mieres, presenté el ejemplo de los tramos rectos de avenidas de 10^m, 50 de luz, cuyo método de cálculo justifiqué extensamente y que puede servir de modelo en muchos casos.

Puente de la Fanderia (Guipúzcoa.)

En las inmediaciones de la villa de Rentería (Guipúzcoa), y en un camino vecinal que desde la carretera general de Madrid á Irún conduce al pueblecito de Lecumberri, existía un tramo de madera, sobre el arroyo de la Fanderia, en estado ruinoso y que era urgente sustituir.

El distinguido Arquitecto de San Sebastián, D. Ramón Cortázar, para quien había ya construido de hormigón armado todos los pisos y pilares del Banco Guipuzcoano, y del Ayuntamiento de Eibar, me



Puente de la Fanderia (Guipúzcoa).

encargó de la ejecución del citado puente, que se llevó á cabo en veinticinco días y con éxito completamente satisfactorio, sirviendo para el tránsito público desde el día 22 de Abril de 1902. Publicamos el adjunto proyecto por creerlo susceptible de numerosas aplicaciones por su economía y rapidez de construcción.

Descripción del puente.—Consta de un solo tramo de 14 m. de luz y 16 m. de longitud, teniendo por tanto una entrega de 1 m. en cada estribo. Estos eran de mampostería ordinaria en bastante buen estado, y no hubo más que recalzarlos un poco, y abrir unas cajas para el apoyo de las vigas.

El ancho total del puente es de 3^m,20, de los cuales 2 m. para el firme y 0^m,60 para los paseos ó andenes.

Está constituido por tres vigas de 1 m. de altura, y de 0^m,32 de ancho la central y 0^m,305 las laterales. Cada una de estas vigas lleva una armadura metálica compuesta de dos barras carriles de 30 kg. de peso por metro lineal en la parte inferior y dos barras de 20 mm. en la superior, dispuestas en la forma que aparece en la sección transversal. Con objeto de enlazar estos dos elementos, se colocaron una serie de horquillas de 10 milímetros cada 0^m,10, y un tejido metálico de malla de 60 × 15, tipo Riviere, con arreglo á la disposición característica de mi sistema.

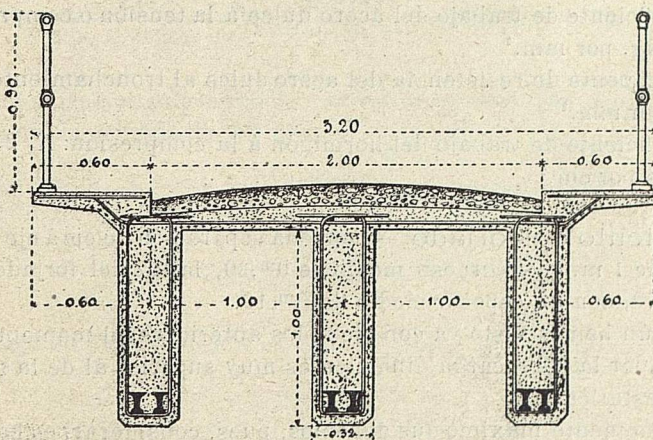


Fig. 20.—Puente de Rentería.

Apoyado en estas vigas va el forjado, que tiene un espesor de

0^m,12 en el centro y 0^m,08 en los bordes; este forjado lleva una armadura metálica compuesta de barras de 10 milímetros, en número de 10 por metro lineal.

Los andenes, que pueden considerarse como una prolongación del forjado central, tienen 0^m,50 de vuelo y 0^m,14 de espesor medio, y están armados con varillas de 7 milímetros, cinco por metro lineal, con los refuerzos convenientes.

Por último, el firme de espesor uniforme de 0^m,15 y una barandilla de tubo forjado de 0^m,90 de altura completan la obra.

Cálculos justificativos de su resistencia.

Aunque al describir el puente de Mieres reseñamos el procedimiento de cálculo de los tramos rectos de 10^m,50 de luz, creo útil repetir aquí el de este otro puente, algo distinto.

Datos para el cálculo.—Carga uniformemente repartida: de 300 kg. por m.²

Carga móvil: carros de 5.000 kg. sobre un eje, caballerías de 400 kg. de peso.

Peso del firme después de consolidado: 2.000 kg. el metro cúbico.

Peso del hormigón armado: 2.500 kg. el metro cúbico.

Coefficiente de trabajo del acero dulce á la tensión ó compresión: R_t 10 kg. por mm.²

Coefficiente de resistencia del acero dulce al tronchamiento: 8 kg. por mm.²

Coefficiente de trabajo del hormigón á la compresión: R_c 25 kilogramos por cm.²

Cálculo del forjado.—Siendo la separación de eje á eje de las vigas de 1 m., y su grueso medio de 0^m,30, la luz del forjado será de 0^m,70, con un espesor medio de 0^m,10.

Según hemos visto ya con ejemplos anteriores, el momento producido por la sobrecarga dinámica es muy superior al de la sobrecarga estática.

El momento máximo que debemos, pues, considerar, es la suma del momento producido por una rueda de 2.500 kg., situada en el centro del forjado, y del momento debido al peso propio, que es por metro cuadrado de forjado:



$$\text{forjado } p = 0,10 \times 2.500 = 250$$

$$\text{firme } p' = 0,15 \times 2.000 = 300$$

$$p'' = 550$$

tendremos, pues:

$$M_{\max} = \frac{1}{4} P l + \frac{1}{10} p'' l^2 = \frac{2.500 \times 0,70}{4} + \frac{550 \times 0,70^2}{10} \\ = 438 + 27 = 465.$$

Si consideramos una longitud de forjado de 1 m., tendremos:

$$2 h_z = \sqrt{\frac{M_f}{R_c}} = \frac{2 \sqrt{465}}{10^3} = \frac{2 \times 21,5}{10^3} = 0,043,$$

y

$$h_t = 100 - (43 + 25) = 0,032.$$

De modo que la sección de los hierros necesaria vendrá dada por la fórmula

$$S = \frac{463}{2 \times 0,032 \times 10^7} = \frac{0,0463}{64} = 0,000723 \dots 723 \text{ mm.}^2,$$

que obtendremos colocando 10 barras de 10 mm. por metro lineal, que dan una sección de 785 mm.²

Esfuerzo cortante.—El esfuerzo cortante máximo será

$$E = 2.500 + \frac{1}{2} 550 = 2.775 \text{ kgs.},$$

y la sección de los hierros necesaria vendrá dada por

$$S = \frac{2.775}{8} = 346 \text{ mm.}^2$$

que, como vemos, es muy inferior á la que se necesita para resistir al momento flector.



Andenes ó aceras.—Vuelo = 0,50.—Espesor medio = 0,14.

No creemos necesario repetir las consideraciones que antes hemos hecho, relativas al cálculo del forjado, cuyo caso se repite para este elemento, por lo que pasamos desde luego á determinar las secciones correspondientes.

Peso propio... $p = 0,14 \times 2.500 = 350$ kg.

Sobrecarga... $p' = 300$ kg.

Barandilla... $p'' = 60$ kg. por metro lineal.

El momento flector correspondiente, considerando el andén como una pieza empotrada por su extremo, será:

$$M_f = \frac{650 \times \overline{0,50^2}}{2} + 60 \times 0,50 = 112 \text{ kgms.}$$

De modo que

$$2 h_c = \frac{2 \sqrt{112}}{103} = 0,021,$$

y

$$h_t = 80 - (21 + 25) = 0,034.$$

La sección de hierros necesaria será:

$$M_f = \frac{112}{2 \times 0,034 \times 10^7} = \frac{0,0112}{68} = 0,000165 \text{ ó sean } 165 \text{ mm.}^2$$

que obtendremos poniendo 5 barras de 7 mm. por metro lineal. Además, y con objeto de obtener una completa solidaridad en el conjunto, se prolongan una barra cada metro del forjado, hasta el extremo del andén.

Viga longitudinal central.—Según hemos dicho ya, esta viga tiene una longitud de 14 m., y una sección de 32×100 cm.

Seguiremos la marcha general, para lo cual empezaremos por determinar el máximo momento flector de una viga apoyada por sus extremos y sometida á una carga uniformemente repartida, y con arreglo á este esfuerzo calcularemos la sección de la armadura metálica que se necesita,



Carga uniforme.—La carga uniformemente repartida por metro lineal de viga se descompone del modo siguiente:

Peso propio de la viga, $p = 0,32 \times 1,00 \times 2.500 =$	810 kg.
Peso del forjado y firme, 1 m. de ancho....	$\begin{cases} p' \dots = 250 \\ p'' \dots = 300 \end{cases}$
Sobrecarga.....	$p''' \dots = 300$
Peso total.....	<u><u>1.660</u></u>

El momento flector debido á esta carga, será:

$$M_f = \frac{1.660 \times 14^2}{8} = 1.660 \times 24,5 = 40.670 \text{ kgms.}$$

Carga móvil.—La carga móvil se compone, según se ve en el esquema adjunto, para el caso más desfavorable de la carga, de una rueda que pesa 2.500 k_r. y cuatro caballerías de 400 k_r. cada una.

La reacción en los apoyos será

$$Q = \frac{2.500 + 4 \times 400}{2} = 2.050 \text{ kg.};$$

y el momento flector máximo

$$M_f = 2.050 \times 7 - (6 + 3) 400 = 10.750 \text{ kgms.},$$

que es mayor que el debido á la sobrecarga estática, que sería de:

$$M = \frac{300 \times 14^2}{8} = 7.350.$$

Ahora bien, obtendremos el máximo momento flector total, sumando el correspondiente al peso propio con el de la sobrecarga dinámica que acabamos de determinar, y resultará

$$M_{\text{máx}} = \frac{1.360 \times 14^2}{8} + 10.750 = 44.070 \text{ kgms.}$$



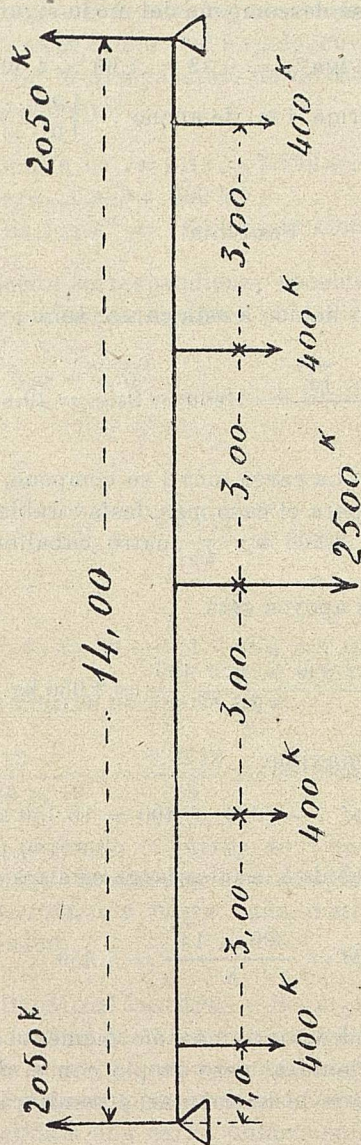


Fig. 21.—Puede de Rentería.

Sabemos que para el cálculo de las vigas se considera como cabeza de compresión la parte de forjado que insiste sobre cada viga, de modo que tendremos

$$H_c = \frac{44}{2 \times 1 \times 0,12 \times 25 \times 104} = \frac{0,44070}{60.000} = 0,72,$$

y

$$H_t = A + \frac{E}{2} - (H_c + 5) = 100 + 7 - (72 + 5) = 0^m,30.$$

La sección de hierros necesaria vendrá dada por la fórmula

$$S = \frac{42.845}{2 \times 0,30 \times 107} = \frac{0,42845}{60} = 7.120 \text{ mm.}^2$$

Bastarán dos barras-carriles de 30 kg. de peso por metro lineal tipo Vignole, ordinario. La sección de cada uno de ellos es de 3.846 mm.², y la de ambos de 7.692 mm.² La armadura se completa en la forma descrita anteriormente.

Esfuerzo cortante.—El esfuerzo cortante debido á la carga estática es

$$\frac{1.660 \times 14}{2} = 11.620 \text{ kg.,}$$

y la sección de hierros necesaria será

$$\frac{11.620}{8} = 1.452 \text{ mm.}^2,$$

que, como vemos, es muy pequeño con relación á lo que se necesita para resistir al momento flector.

Viga longitudinal lateral.—La sección de esta viga es de 30,5 × 100 cm.

Se calcula del mismo modo que la anterior, y se ve fácilmente que el momento máximo es casi igual al anterior, por lo que se han armado con iguales hierros.



Construcción y pruebas.—Según hemos dicho al principio de este artículo, este puente se construyó en menos de un mes, con gran facilidad.

Las pruebas se verificaron, cargando primeramente el tramo con arena á razón de 500 kg. por m.², sin que se observara flecha apreciable; después se hicieron pasar carros de 5 toneladas, dejando uno de ellos durante un gran rato sobre el centro del puente, y tampoco pudo notarse la flecha más insignificante, manteniéndose el tramo con una rigidez perfecta, sin la menor vibración durante el paso de los carros.

Puentes de Mieres.

Para el Ayuntamiento de Mieres (Asturias), he construido sucesivamente seis puentes de 4, 6 y 8 metros de luz, rectos y oblicuos, con disposiciones parecidas á las que acabo de describir.

La figura 22 representa la vista de uno de ellos, que presenta una gran oblicuidad en planta.

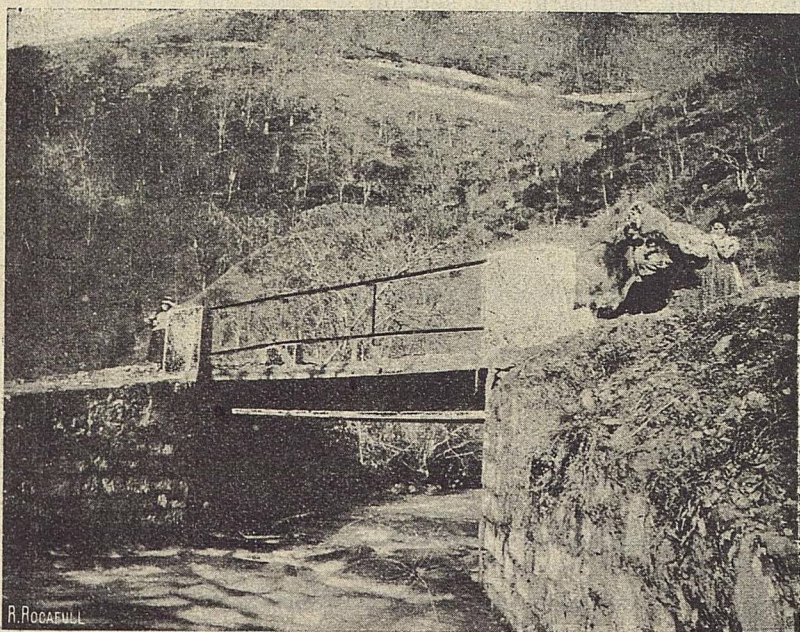


Fig. 22. — Puente de Mieres.

Tiene 3 m. de ancho para una luz de 6 m, andenes con voladizo de 0^m,50 y tres vigas cada uno de 0,20 $\times$ 0,40, con forjado de 0^m,12.

La entrega de las vigas sobre los estribos es de 0^m,50 y se ha dado á los tramos la oblicuidad que en cada caso ha sido necesaria, con arreglo á los replanteos de los estribos.

Llevar algunos de estos puentes tres años de servicio, pasando sobre ellos carros de carbón de 3 y 4 toneladas de peso. Y han satisfecho de tal manera al Ayuntamiento de Mieres, que se han proyectado de igual sistema gran número de puentes y pontones que resultan necesarios en aquella industriosa región.

Debo, sin embargo, indicar que estos tramos pequeños, salvo el caso en que estén inmediatos á alguna obra de hormigón armado, no resultan económicos, sino cuando hay que ejecutar algunos modelos, pues de otra manera los gastos generales que ocasionan, como son: transportes de operarios y maderas, cimbras, etc., tienen que recargar una cantidad de obra demasiado pequeña.

Pasos superiores.

El hormigón armado está indicadísimo para la construcción de pasos superiores sobre ferrocarriles y canales, y he construido ya numerosas obras de esta clase que han dado satisfacción completa por su economía y rapidez de ejecución.

Sabido es que el azufre que siempre contienen los humos que despiden las locomotoras, se transforman fácilmente en ácido sulfúrico, que ataca muy vigorosamente el palastro, según se ha comprobado en gran número de pasos superiores.

Así es que las grandes Compañías de ferrocarriles, entre otras la del Oeste de Francia, no sólo aceptan sin vacilar el hormigón armado, que evita este inconveniente, para sus nuevos pasos superiores, sino que han reforzado un gran número de los antiguos de hierro más en peligro, envolviendo sus entramados metálicos en camisas de hormigón, que á la vez que los preservan de nuevas corrosiones, refuerzan las debilidades que éstas produjeron en vigas y tableros.

Análogas causas destructoras ocurren en los pasos superiores de canales, donde la constante humedad pudre rápidamente las maderas ú oxida los hierros.

Cuando hay que establecer nuevas obras, conviene suprimir casi



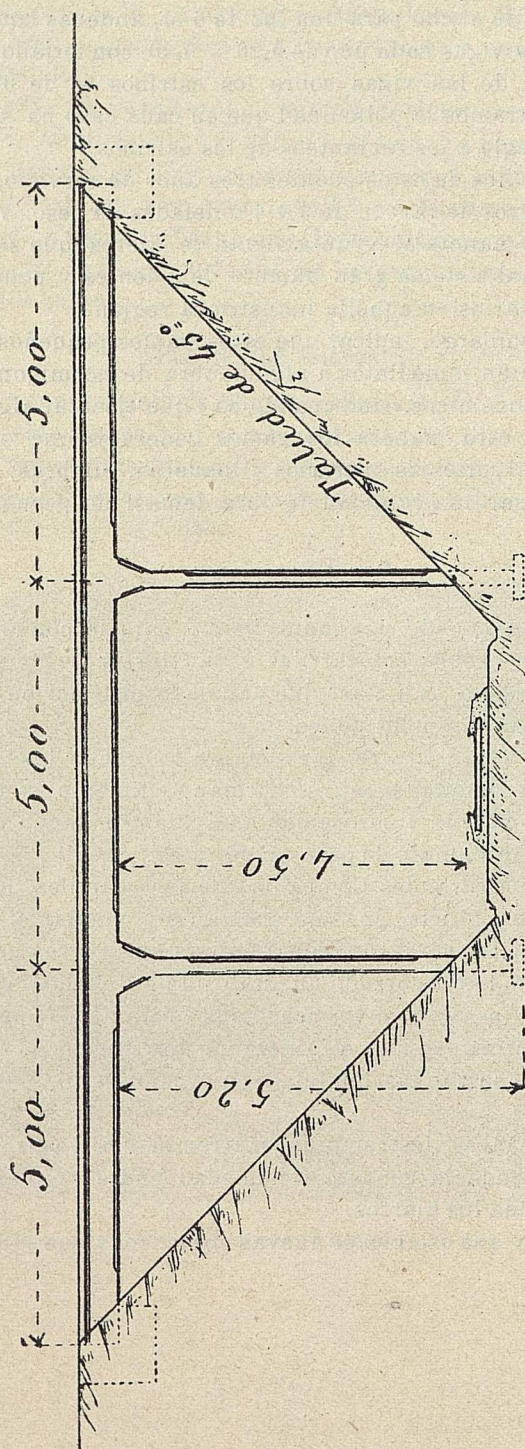


Fig. 23 - Paso superior recto.

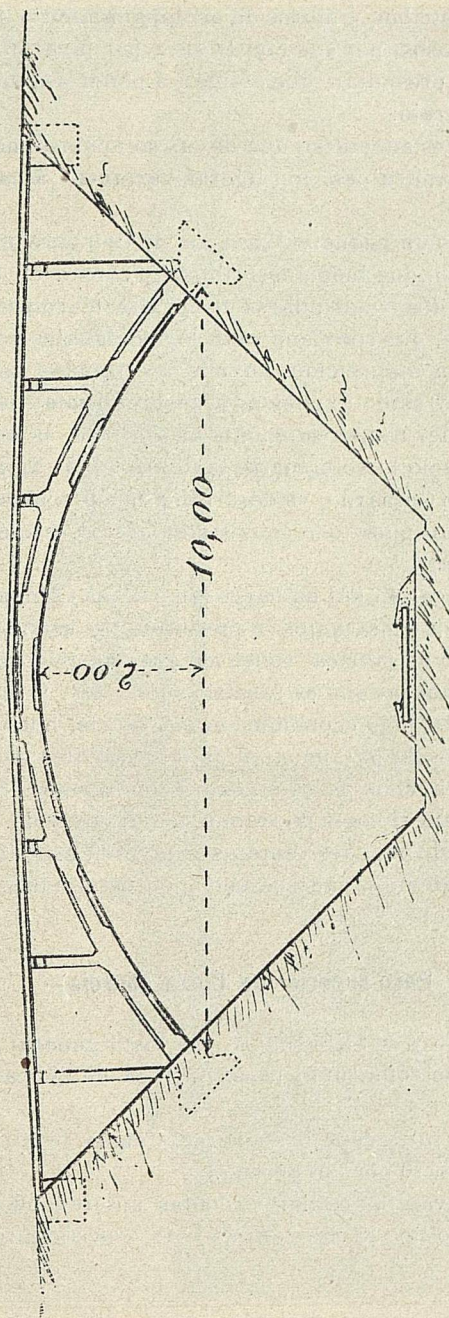


Fig. 24.—Paso en arco.

totalmente los estribos y muros de acompañamiento de fábrica, generalmente costosos, por sus cimientos y por la gran superficie de paramentos que presentan, que obligan á poner ángulos é impostas de sillería ó sillarejo.

Puede entonces adoptarse una de las soluciones indicadas en las figuras 23 ó 24, aplicables, con ligeras variantes, á canales ó ferrocarriles.

La primera es un pequeño viaducto, de tipo parecido al de Villafraanca del Vierzo, que luego describiré, y consta de dos palizadas constituidas por dos ó más pilares de hormigón armado, sosteniendo tramos pequeños, que conviene sean lo más iguales posibles.

Conviene esta disposición, cuando los taludes de la trinchera sean muy flojos y estén expuestos á desprendimientos.

Si estos taludes tienen suficiente estabilidad, es más elegante y casi de igual precio la solución de la figura 24, de disposición parecida al puente de Golbardo, ya descrito, y puede aplicarse aun sobre terrenos arenosos, pues todo consiste en dar al salmer de apoyo la superficie necesaria.

Hay muchos casos, sin embargo, en que las Compañías de ferrocarriles tienen ya construidos, ó prefieren los estribos y muros de acompañamiento de fábrica, sobre los que han colocado tramos provisionales de madera, que es preciso substituir, y también entonces resulta mucho más económico el empleo del hormigón armado.

Los Ingenieros de la Compañía de ferrocarriles de Madrid-Zaragoza, que tiene muchos pasos en estas condiciones, han estudiado comparativamente el coste de tramos metálicos y de hormigón armado, encontrando grandes ventajas en favor de este último sistema, por lo que me han encargado la ejecución de algunas obras, de las que daré un ejemplo.

Paso superior de Cieza (Murcia).

Las figuras 25 y 26 representan una vista general y una sección del tramo que he construido para la línea de Alicante, en Cieza (Murcia).

Tiene 6 m. de luz y está formado por 4 vigas de 10×30 cm. y un simple forjado de 10 cm. de grueso.

Las vigas llevan horquillas formadas por redondos de 5 mm. y un tejido metálico tipo Riviere, de 60×18 , que constituye la celosía.



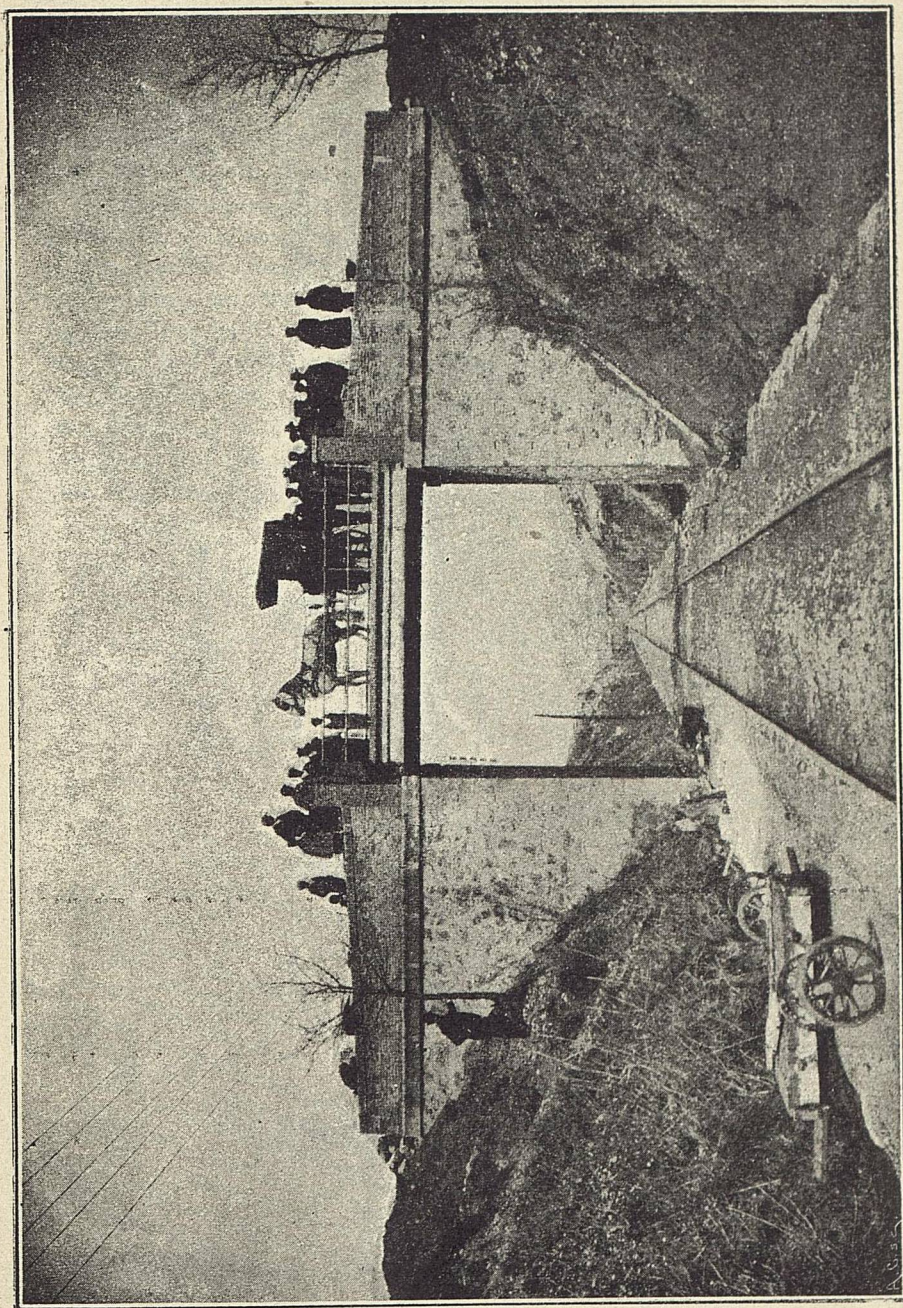


Fig. 24.—Paso de Cieza.

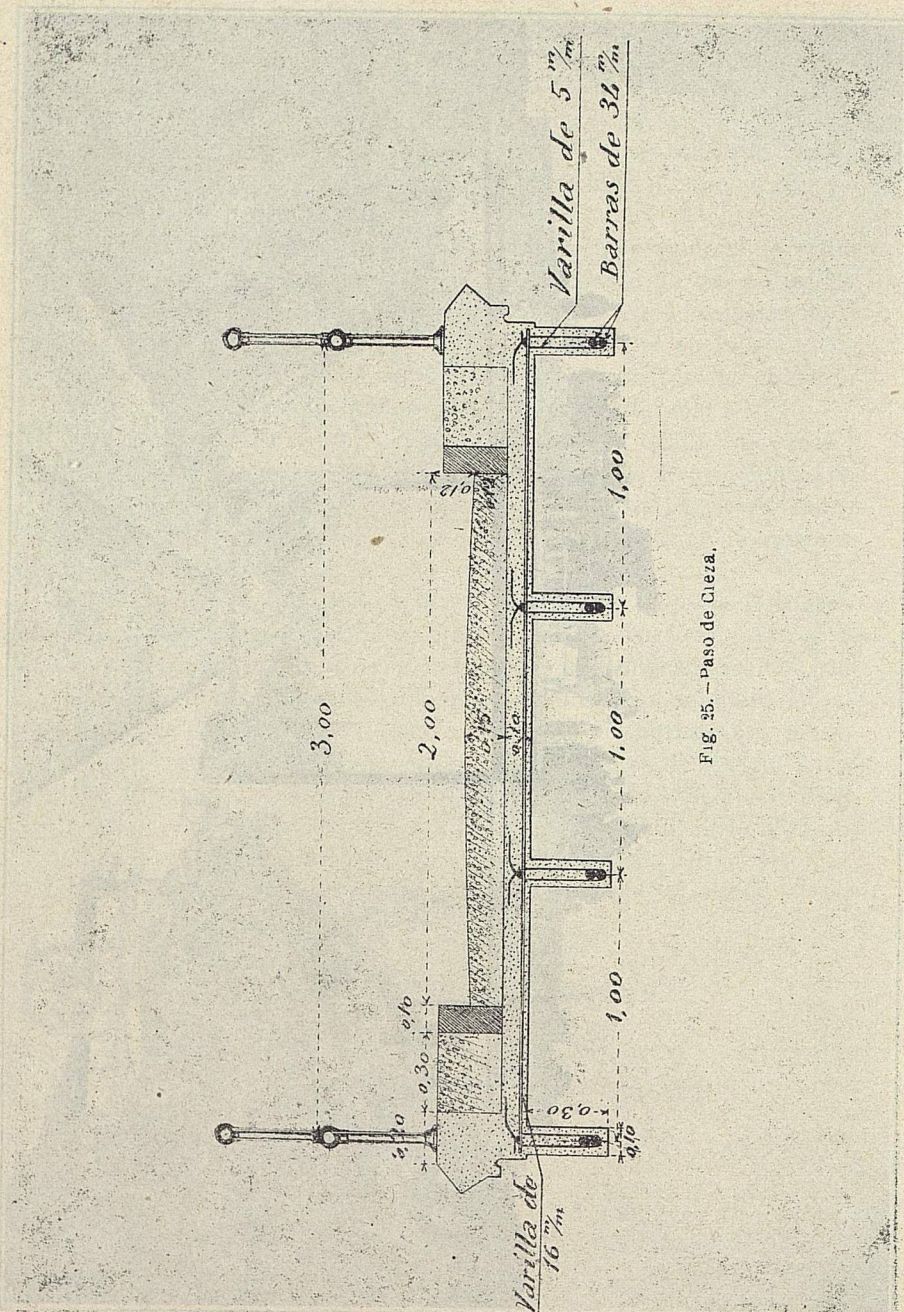


Fig. 25.—Paso de Cleza.

La barandilla es de tubo de acero forjado y galvanizado de 40 mm. de diámetro exterior, cuyos montantes quedan empotrados en la imposta de hormigón.

No creo necesario repetir aquí los cálculos sencillísimos de este modelo, pues son completamente iguales á los que acabo de desarrollar para el puente de la Fanderia.

Este tramo se ejecutó en un plazo de quince días, sin entorpecer para nada el tránsito de los trenes.

Efectuáronse las pruebas en presencia de numerosos Ingenieros con un éxito completo, suscribiendo un acta mis compañeros don Ramón Peyroncely, como Ingeniero de la Compañía, y D. Diego Gómez, como Ingeniero de la inspección del Gobierno, cuya acta se publicó en el núm. 4 de la Revista *El Cemento Armado*, quedando tan satisfechos de los resultados de estas pruebas, que me encomendaron inmediatamente la construcción de la estación de Huete, toda ella de hormigón armado, y otros varios pasos superiores.



El desarrollo de la agricultura en el país ha sido lento y desigual, pero en los últimos años se ha observado un crecimiento considerable en la producción de algunos cultivos básicos, como el maíz, la caña de azúcar y el algodón. Este avance se debe principalmente a la aplicación de técnicas modernas de cultivo y a la inversión en maquinaria agrícola. Sin embargo, la falta de infraestructura adecuada y la limitada acceso a créditos sigue siendo un obstáculo para el desarrollo pleno del sector. En consecuencia, es necesario implementar políticas que fomenten la modernización y el acceso equitativo a los recursos financieros y técnicos.

CAPITULO VII

VIADUCTOS Y ACUEDUCTOS DE HORMIGÓN ARMADO

Hay muchos casos, en que por efecto del elevado coste de los terraplenes, ó por la necesidad de dejar paso á servicios de fincas, conviene ejecutar viaductos de pequeña altura, y resulta también gran economía en recurrir al hormigón armado, que permite el empleo de gravillas, más fáciles de encontrar que la piedra.

Igualmente ocurre en un gran número de saltos de agua, en los que es preciso que los cauces atraviesen ríos ó fuertes depresiones de terreno, que han exigido hasta ahora costosos acueductos, de fábrica generalmente, y que pueden hoy día ser substituidos por obras de mucha mayor sencillez y economía, con iguales condiciones de resistencia, impermeabilidad y duración.

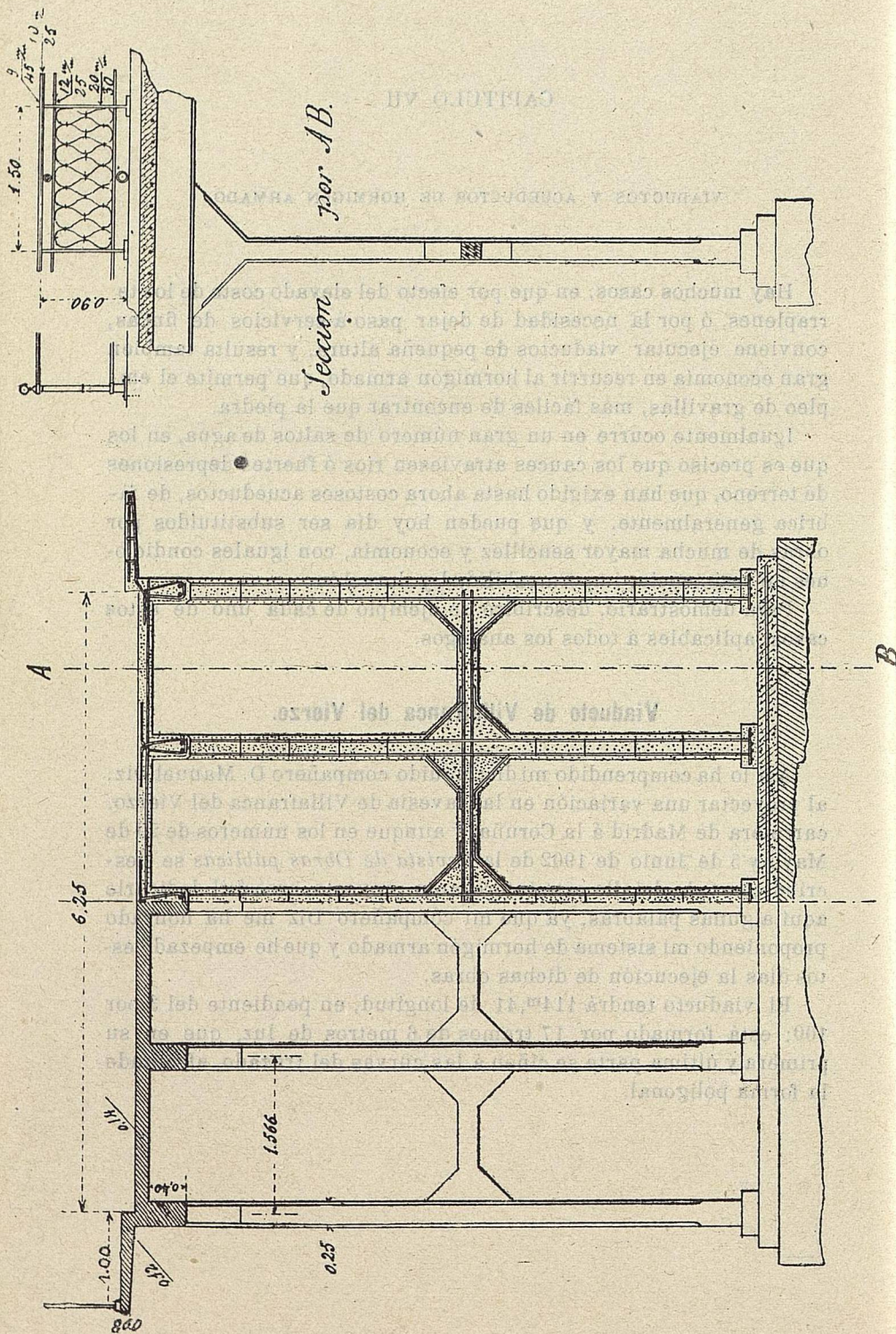
Para demostrarlo, describiré un ejemplo de cada uno de estos casos, aplicables á todos los análogos.

Viaducto de Villafranca del Bierzo.

Así lo ha comprendido mi distinguido compañero D. Manuel Diz, al proyectar una variación en la travesía de Villafranca del Bierzo, carretera de Madrid á la Coruña, y aunque en los números de 29 de Mayo y 5 de Junio de 1902 de la *Revista de Obras públicas* se describe con todo detalle este interesante proyecto, creo útil dedicarle aquí algunas palabras, ya que mi compañero Diz me ha honrado proponiendo mi sistema de hormigón armado y que he empezado estos días la ejecución de dichas obras.

El viaducto tendrá 114^m,41 de longitud, en pendiente del 3 por 100; está formado por 17 tramos de 6 metros de luz, que en su primera y última parte se ciñen á las curvas del trazado, afectando la forma poligonal.





Los tramos se apoyan sobre palizadas de hormigón armado de altura variable desde 4^m,30 al pie del estribo, hasta 6^m,95 al unirse al puente.

En la figura 27 se representa una sección de este viaducto y el alzado de una palizada.

Cada tramo tiene cinco vigas, las tres centrales de 25 × 40 cm., armadas en la parte inferior con dos barras de 36 mm. de diámetro y las laterales con otras dos barras de 34. Sobre todas se extiende el forjado de 0^m,15 de espesor, armado á su vez con 10 barras inferiores por metro lineal de 12 mm., colocadas transversalmente al eje de la obra.

En la parte superior de las vigas, pero ya dentro del forjado, van otras barras de 20 mm., que quedan enlazadas con las armaduras inferiores por medio de horquillas de 8 mm. y el tejido metálico de alambre núm. 17, de simple torsión con malla de 60 mm.

Los andenes en voladizo, llevan como armadura, en su parte superior, ocho barras de 9 mm. por metro lineal.

Por último, las palizadas de 25 × 25 cm. de sección, van armadas con cuatro barras de 15 mm., unidas entre sí por lazos con varilla de 5 mm. Se arriostran estos pilares con una vigueta horizontal, á la mitad de su altura, de 20 × 20 cm., armada con 4 barras de 10 mm., y en su parte inferior se apoyan sobre basas armadas también de 40 × 40 cm. y 0^m,15 de espesor, armadas con 4 barras de 10 mm. en cada sentido. Todas estas basas se apoyan á su vez sobre una solera general de 6,60 × 0,60 × 0,20, armada con 10 barras que descansan sobre los cimientos de mampostería.

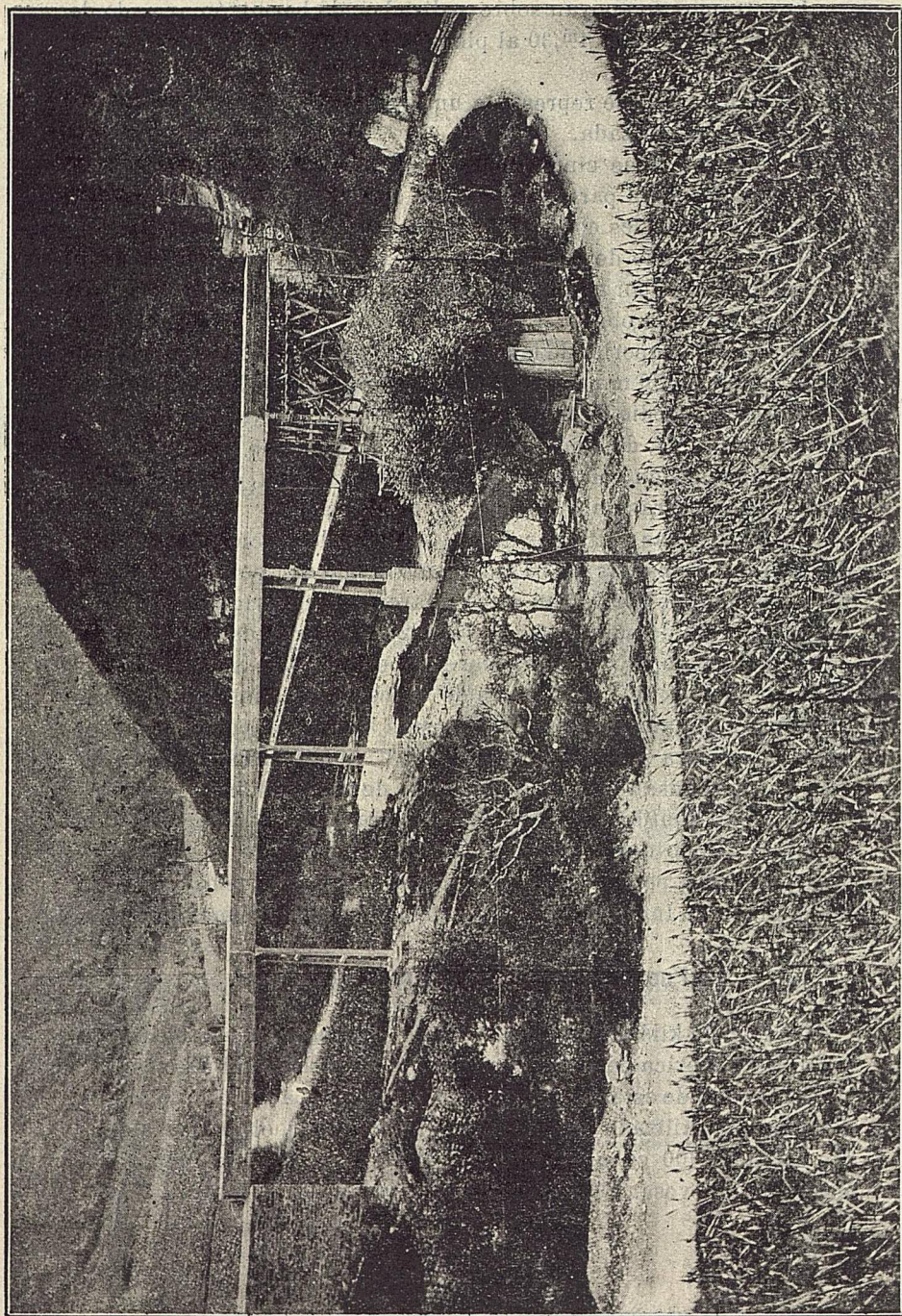
No repito aquí los cálculos de esta obra, que ha desarrollado el Sr. Diz con todo detalle en los citados números de la *Revista de Obras públicas*, pero sí haré constar que el método que ha empleado tan distinguido Ingeniero es el que preconizo como el más práctico.

Puente-acueducto del Araxes (Tolosa).

A unos dos kilómetros de la villa de Tolosa, está establecida la importante fábrica de papel denominada «Papelera del Araxes».

Con objeto de establecer nueva maquinaria y aumentar la fuerza motriz se ha utilizado un salto de 30 metros, con el que se alcanzan cerca de 400 caballos. Para el transporte de esta fuerza era necesario atravesar el río Araxes y la carretera de Tolosa á Nava-



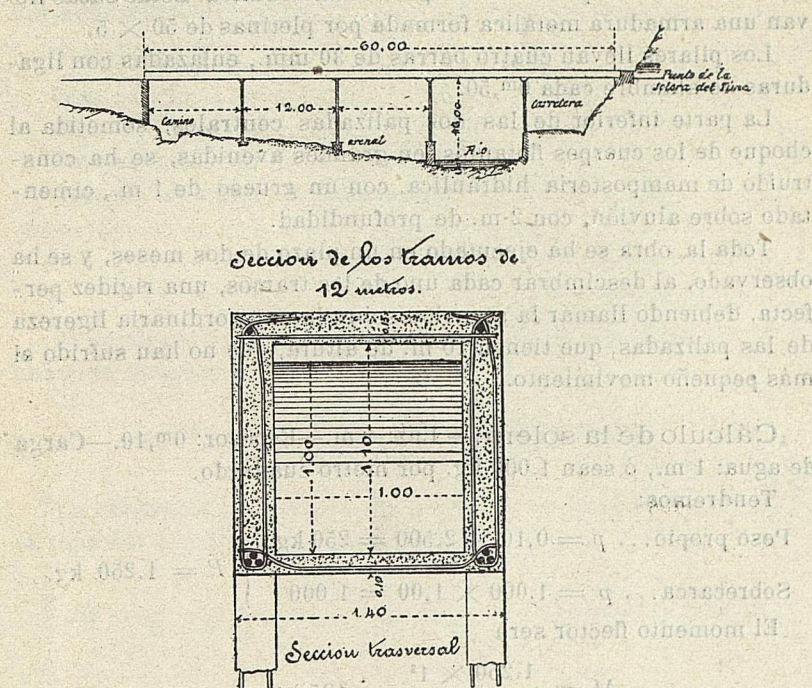


Acueducto del Araxes (Tolosa)

ra, á una altura de 13 m., por término medio, con el canal de conducción, con 60 metros de luz total.

La solución adoptada ha sido la que se representa en la figura 28, que une á su gran rapidez de ejecución una economía notable sobre todas las demás soluciones que se estudiaron, por lo que no es dudoso que esta solución, completamente nueva y original, pues no conozco ninguna otra aplicación igual, se ha de generalizar en muchos casos análogos.

El acueducto consta de cinco tramos de 12 m. cada uno; apoyado en cuatro palizadas, constituidas por pilares y riostras de hormigón armado, cuyos detalles se aprecian en las figuras 29 y 30.



Figs 29 y 30.

El acueducto, propiamente dicho, es un verdadero tubo rectangular, cuyas dimensiones interiores son $1^m,00 \times 1^m,10$; la solera tiene $0^m,10$ de grueso; las paredes laterales forman las vigas y tie-

nen 0m,20 de grueso, y á la tapa, que es la cabeza de compresión de las mismas, se le ha dado un espesor de 0m,15.

Las paredes laterales, que hacen el oficio de vigas, están armadas con dos barras de 34 mm. en la parte inferior y una de 30 mm. en la superior. Estas barras están enlazadas por medio de horquillas, hechas con varilla de 6 mm., colocadas cada 0m,25, y un tejido metálico envolvente, de simple torsión, de alambre de 18×60 .

Tanto la solera como la tapa van armadas con varillas de 5 mm., ocho por metro lineal, en dirección normal á las vigas.

Cada palizada está constituida por dos pilares de $0m,25 \times 0m,25$, con talud de $\frac{1}{2}$, apoyados en unas basas de $0m,60 \times 0m,60 \times 0m,20$, construidas sobre pilas de mampostería hidráulica. Estas basas llevan una armadura metálica formada por pletinas de 50×5 .

Los pilares llevan cuatro barras de 30 mm., enlazadas con ligaduras de alambre cada 0m,50.

La parte inferior de las dos palizadas centrales, sometida al choque de los cuerpos flotantes, en grandes avenidas, se ha construido de mampostería hidráulica, con un grueso de 1 m., cimentado sobre aluvión, con 2 m. de profundidad.

Toda la obra se ha ejecutado en un plazo de dos meses, y se ha observado, al descimbrar cada uno de los tramos, una rigidez perfecta, debiendo llamar la atención sobre la extraordinaria ligereza de las palizadas, que tienen 10 m. de altura, que no han sufrido el más pequeño movimiento.

Cálculo de la solera.—Luz: 1 m.—Espesor: 0m,10.—Carga de agua: 1 m., ó sean 1.000 kg. por metro cuadrado.

Tendremos:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Peso propio... } p = 0,10 \times 2.500 = 250 \text{ kg.} \\ \text{Sobrecarga... } p = 1.000 \times 1,00 = 1\,000 \end{array} \right\} P = 1.250 \text{ kg.}$$

El momento flector será

$$M_f = \frac{1.250 \times 1^2}{10} = 125 \text{ kgms.};$$

y siguiendo los mismos procedimientos que hemos explicado anteriormente obtendremos

$$2 h_c = \frac{2\sqrt{125}}{10^2} = \frac{2 \times 11}{10^3} = 0,022$$



y $h_t = 100 - (22 + 25) = 0^m,053$

De modo que la sección de hierros necesaria será:

$$S = \frac{125}{2 \times 0,053 \times 10^7} = \frac{0,000125}{1} = 125 \text{ mm.}^2$$

Para obtener la cual bastará poner 8 barras de 5 mm. por metro lineal, que dan 157 mm.^2 de sección.

Cálculo de la viga —Luz = 12 m.—Sección $0^m,20 \times 1^m,20$.
Forjado interesado = $0^m,70$.

Tendremos

Peso propio....	$p = (0,20 \times 1,20) 2.000 =$	600 kg.
Peso del forjado p'	$= (0,70 \times 0,20) 2.500 =$	350
Sobrecarga....	$p = 0,50 \times 1.100 =$	550
Peso de la solera	$= 0,10 \times 0,50 \times 2.500 =$	125
Peso total.....		<u>1.625 kg.</u>

El momento flector debido á esta carga lo obtendremos aplicando la fórmula:

$$M_f = \frac{1.625 \times 12^2}{8} = 29.250 \text{ kgms.}$$

La cabeza de compresión de la viga es, en este caso, la mitad de la tapa del acueducto, y tendremos:

$$H_c = \frac{29.250}{2 \times 0,70 \times 0,20 \times 25 \times 10^4} = \frac{29.250}{70.000} = 0^m,42$$

y

$$H_t = 130 - (42 + 5) = 130 - 47 = 0,87$$

La sección necesaria de hierros será, por lo tanto:

$$S = \frac{29.250}{2 \times 0,83 \times 10^7} = 1.762 \text{ mm.}^2$$



Bastan, pues, dos barras de 34 mm., que tienen una sección de 1.816 mm.²; pero además se ha colocado en la parte superior una de 30 mm. para asegurar la rigidez del conjunto.

Cálculo de los pilares.—La sección es de 0^m,25 × 0^m,25.

La carga que actúa sobre cada pilar se compone:

Forjado.....	(0,50 × 0,10) 12 × 2.500 =	1.500	kg.
Tapa.....	(0,50 × 0,20) 12 × 2.500 =	3.000	
Viga.....	(0,20 × 1,10) 12 × 2.500 =	6.500	
Sobrecarga.....	12 × 2.500 =	6.000	
Peso total.....		17.000	kg.

El pilar de hormigón resiste $25 \times 25 \times 25 = 15.625$ kg.; de modo que quedan para el hierro 1.375 kg., es decir, que en rigor bastarían con 4 barras de 7 mm.

Hemos puesto barras de 20 mm. para obtener un aumento de seguridad. Estos pilares van empotrados en unas basas armadas también, con flejes cruzados de 50 × 5, para repartir la presión sobre los cimientos.



RESUMEN

Con lo expuesto creo haber facilitado á mis colegas la tarea de cálculo de las soluciones más usuales en puentes ó acueductos de hormigón armado.

Los métodos de cálculo que empleo y preconizo no son rigurosamente exactos, como no lo son tampoco los que se admiten en puentes metálicos como buenos.

Cierto que hay otras teorías de hormigón armado, en las que se hacen entrar como factores los coeficientes de elasticidad del hierro y hormigón, y cuyos autores pretenden obtener mayor exactitud y tener en cuenta circunstancias que yo no atiendo; pero, sin querer discutir aquí la mayor ó menor racionalidad de las hipótesis de unos y otros, lo que sí puedo afirmar es que, calculando los puentes por los diversos procedimientos más científicos, como son las formulas de Considère, de Rabut y de Ritter, se llegan á obtener dimensiones de hormigón y hierro muy aproximadas; y en varios casos en que me he tomado ese trabajo, observé que los resultados de mis métodos de cálculo quedaban dentro del término medio de las cifras deducidas por aquellas fórmulas.

No creo, pues, tenga esta cuestión la importancia que le dan algunos Ingenieros; y puedo hoy afirmar, con la autoridad de la experiencia de los 24 puentes que llevo contruidos, que empleando mis disposiciones y los cálculos que he desarrollado, y ejecutando las obras con personal idóneo y buenos materiales, se obtienen puentes de una rigidez y resistencia completa, capaces de resistir, sin fatiga sensible, sobrecargas dobles de las calculadas.

Debo, por último, hacer observar que las obras de hormigón armado exigen, más que ninguna otra clase de construcciones, el empleo de materiales escogidos y una mano de obra y medios auxi-



liares especiales, así como una dirección minuciosa y práctica; y de aquí se deduce la necesidad de encomendar las obras de esta clase á las casas especialistas que se dedican á dichas construcciones, que ya son numerosas en casi todos los países, bien sea tratando directamente con ellas, cuando la importancia de las obras es pequeña, bien abriendo un concurso entre todas, en el que se aquilatan las disposiciones y los precios.

Este es el sistema que emplea nuestra Dirección de Obras públicas, y en este caso no precisan los Ingenieros redactar proyectos completos, sino anteproyectos en líneas generales, que señalen las condiciones que en cada caso han de tener los puentes, dejando en libertad á los concurrentes de proyectar los detalles y hasta de variar las disposiciones, en lo que no afecte á la esencia de las bases que rijan en el concurso.

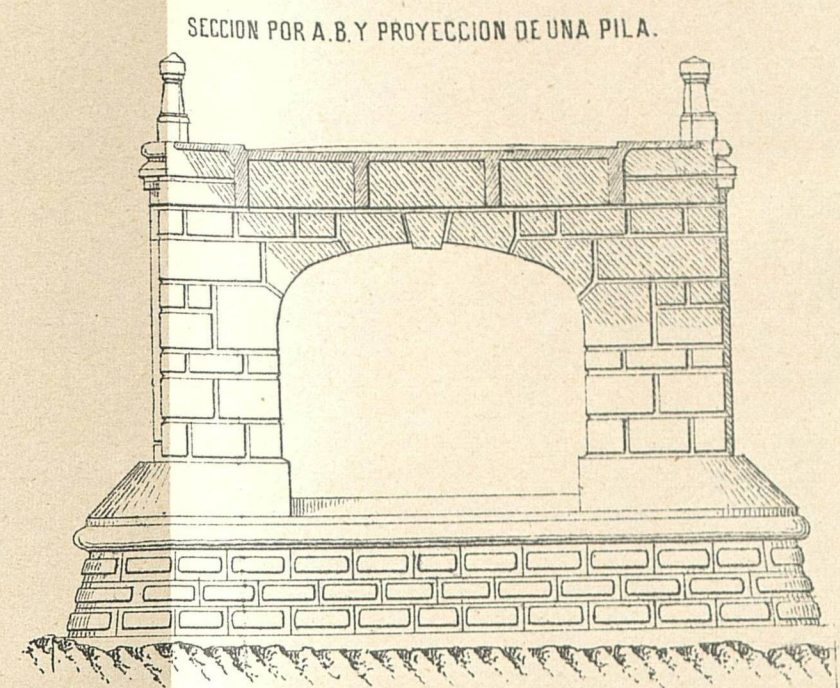
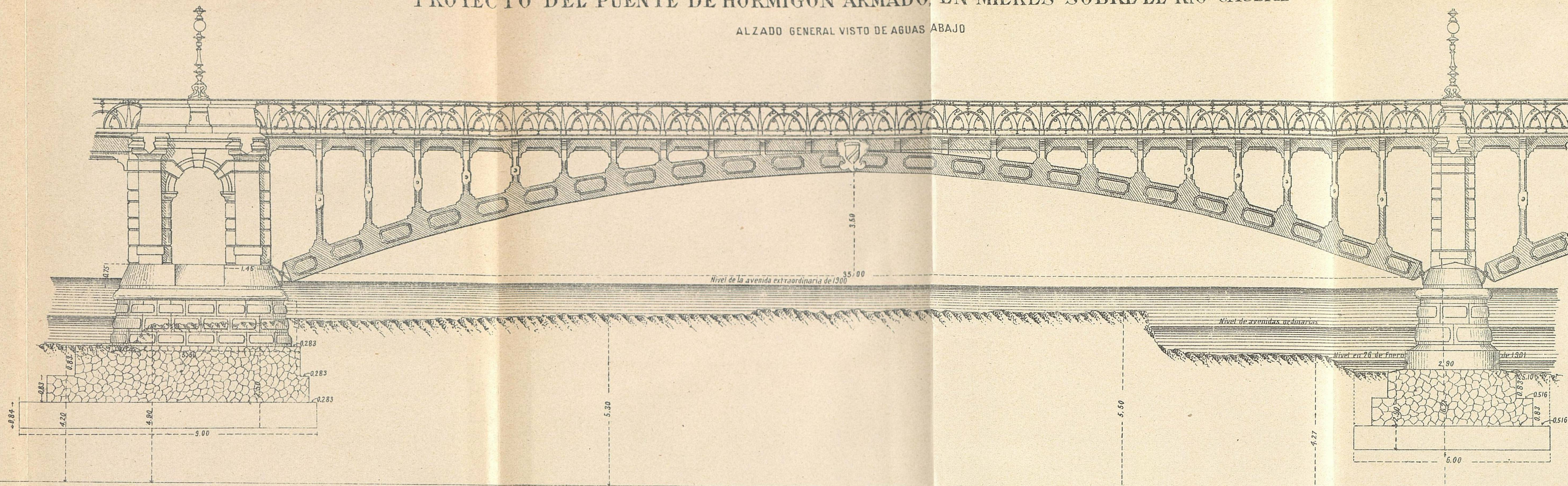
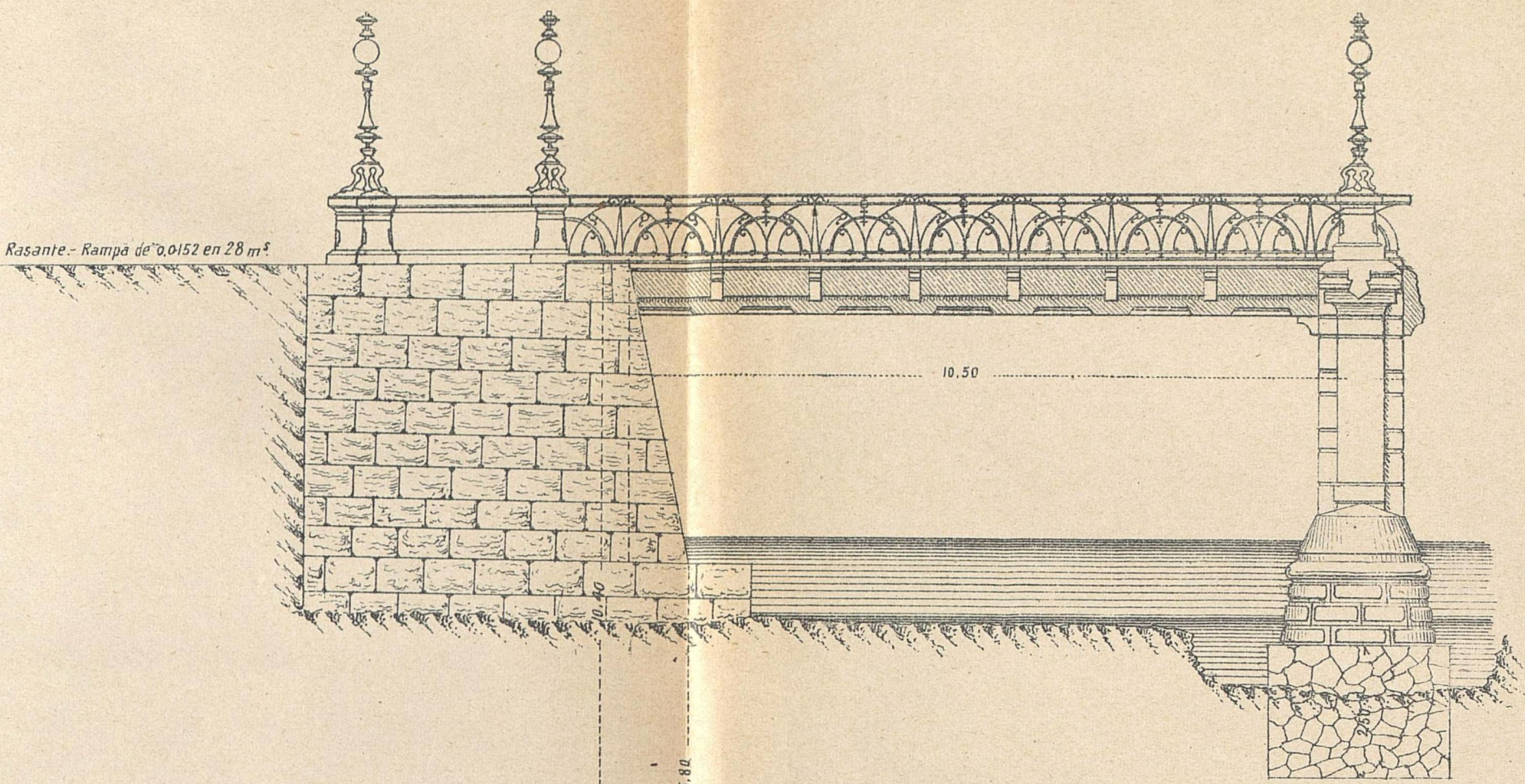
Ofrece este sistema de contratación muy grandes ventajas, puesto que á nada se compromete la Administración, que puede desechar todas las proposiciones si no encuentra en ellas la economía ó la seguridad que desea, y al mismo tiempo permite á los constructores proponer soluciones diversas, que, comparadas entre sí, facilitan la tarea de una selección ventajosa.



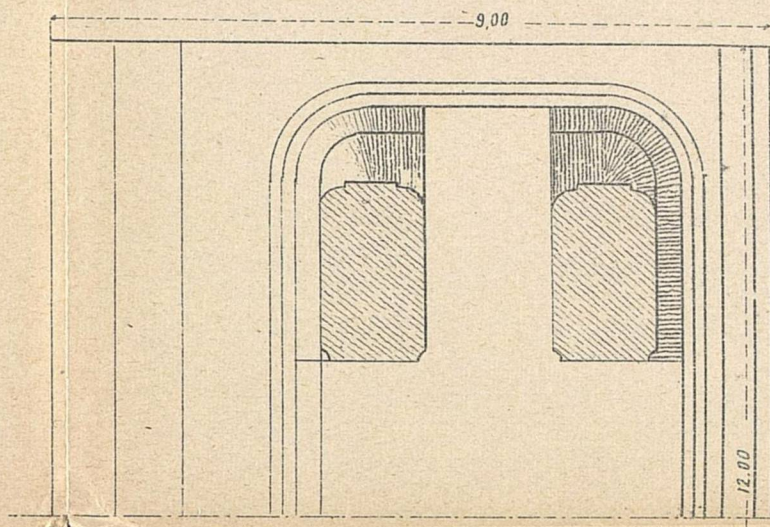
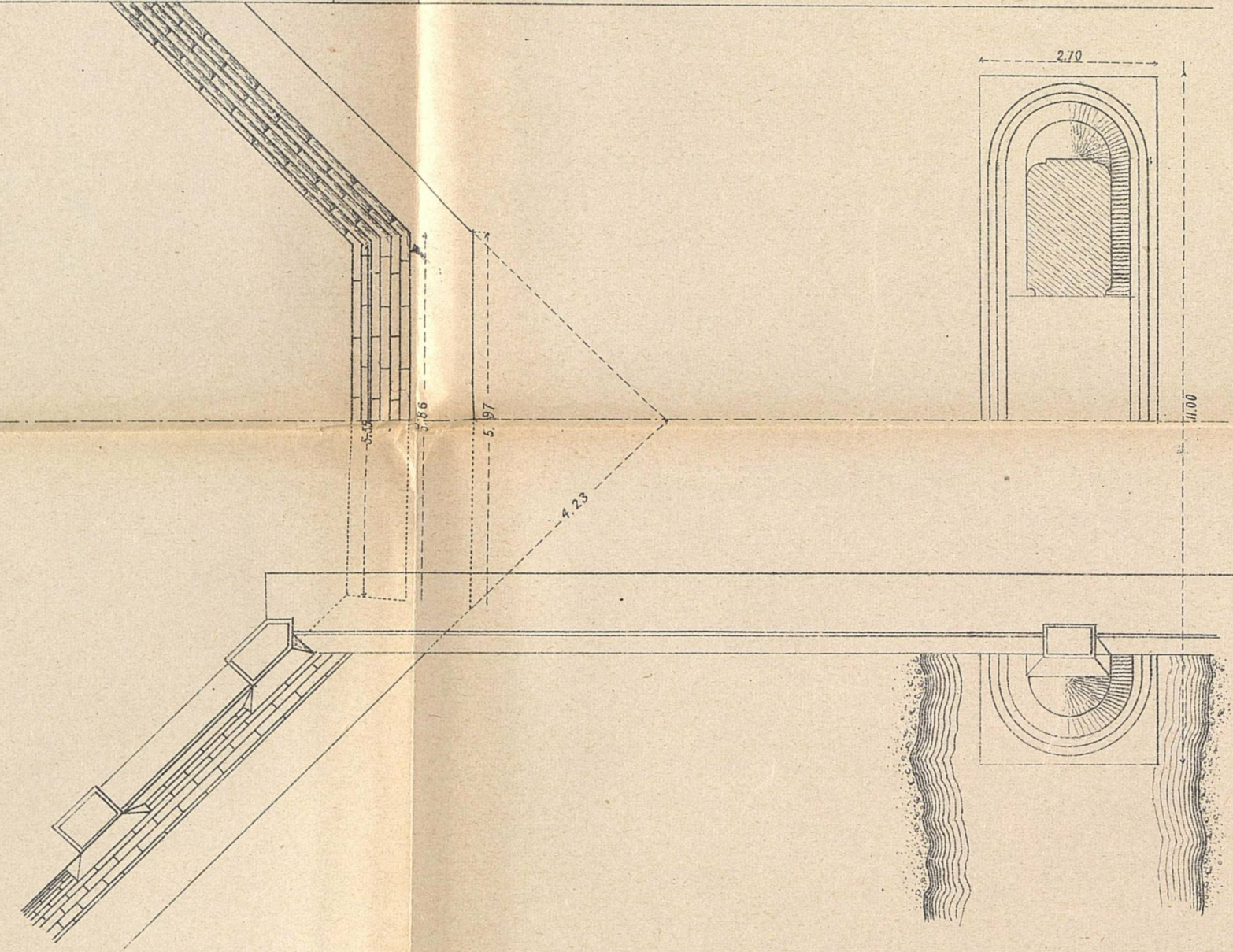


PROYECTO DEL PUENTE DE HORMIGON ARMADO, EN MIERES SOBRE EL RIO CAUDAL

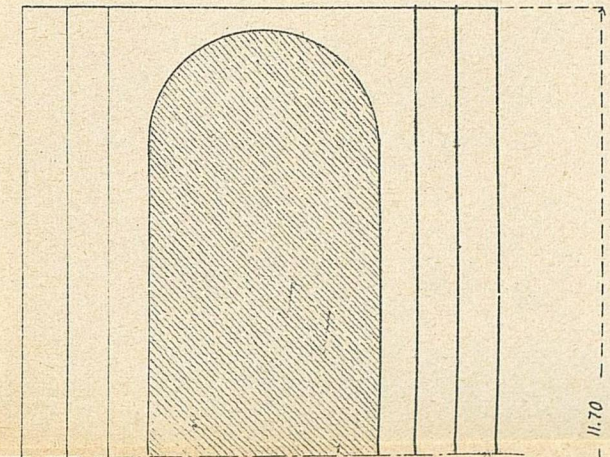
ALZADO GENERAL VISTO DE AGUAS ABAJO



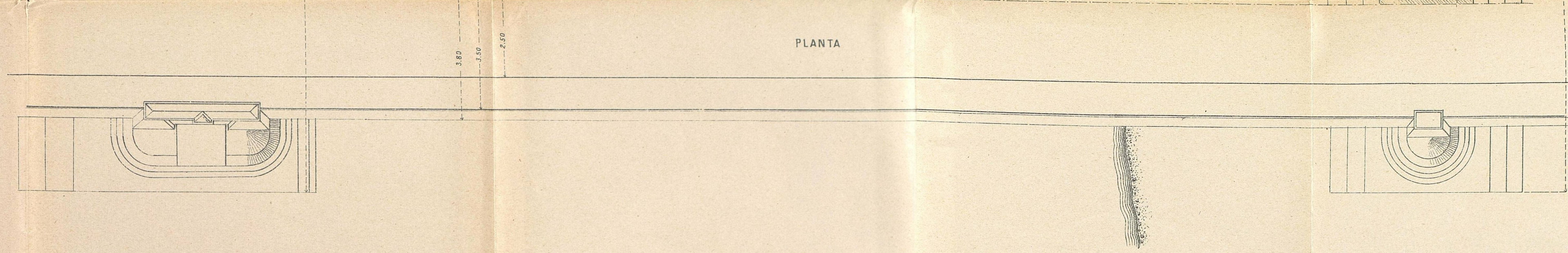
Piano de comparacion



SECCION HORIZONTAL



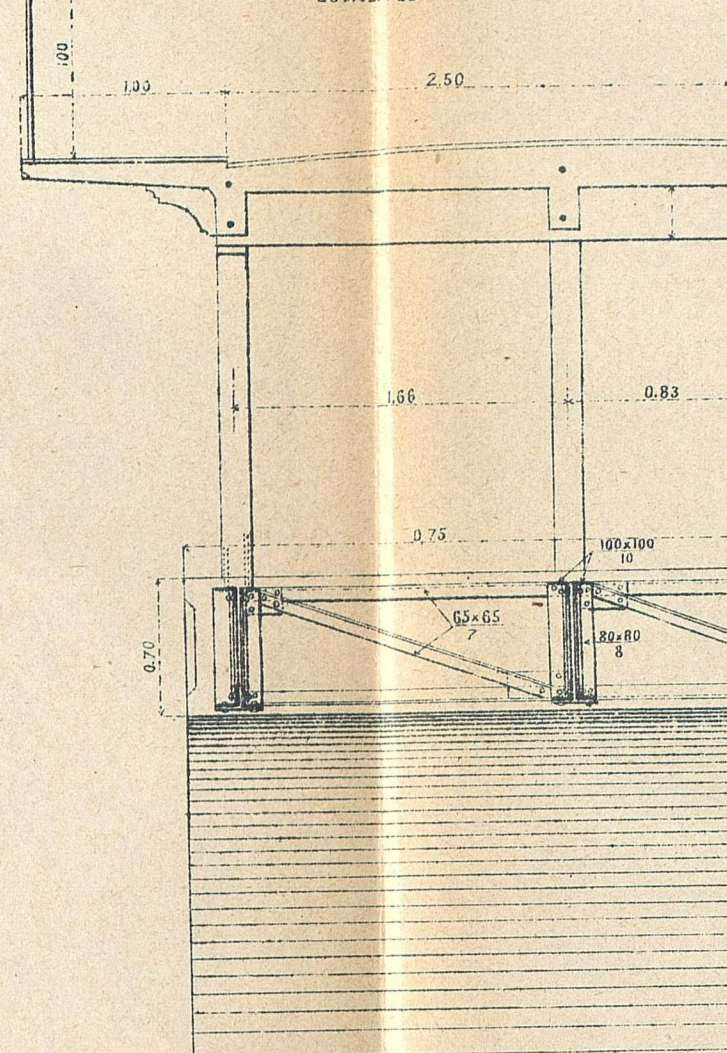
PLANTA



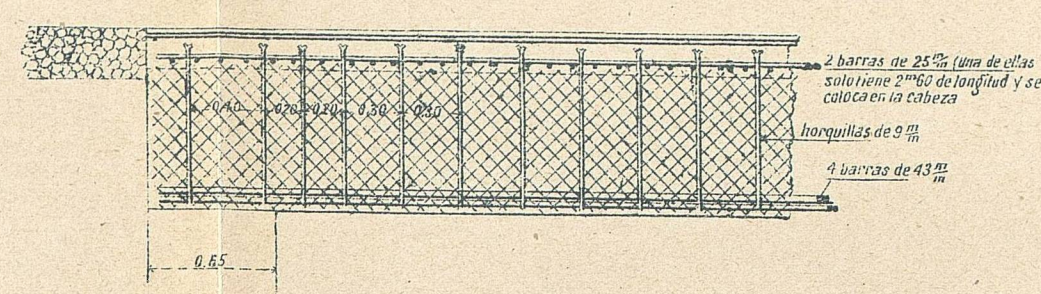
LIT. MENDEZ, ISABEL LA CATOLICA, 25. MADRID

PROYECTO DEL PUENTE DE HORMIGON ARMADO, EN MIERES SOBRE EL RIO CAUDAL

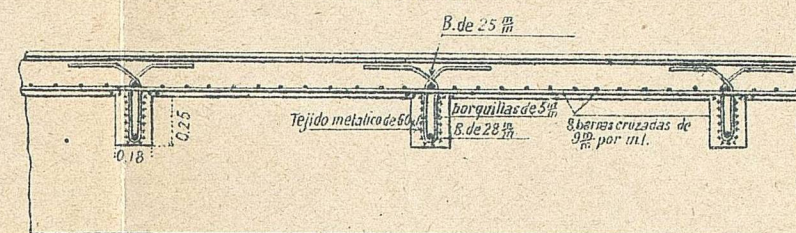
SEMISECCIÓN POR LOS RIÑONES DEL ARCO
ESCALA DE 1:40



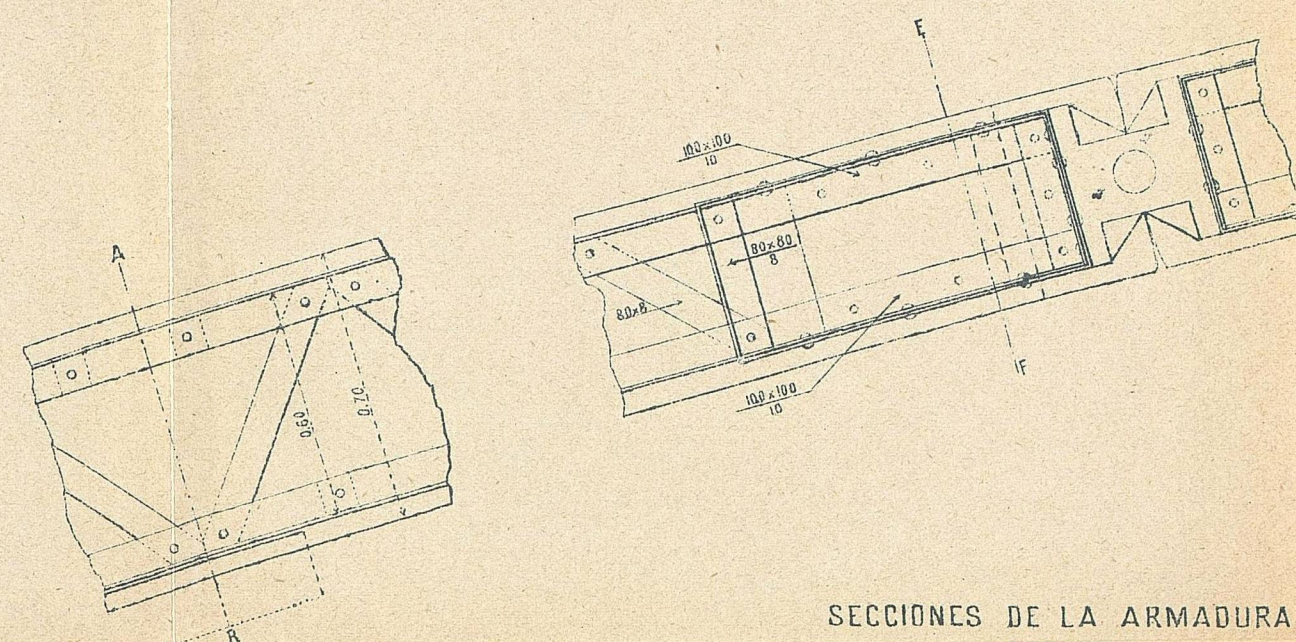
SECCIÓN POR A.B. DE UNA VIGA CENTRAL



SECCION POR C.D.

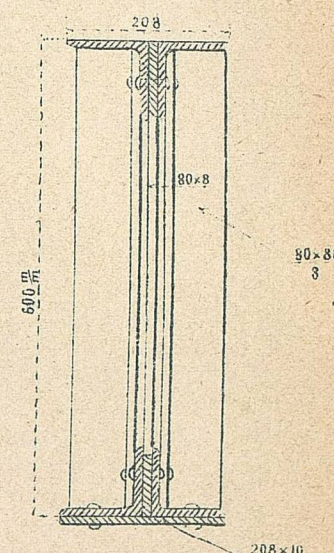


CLAVE

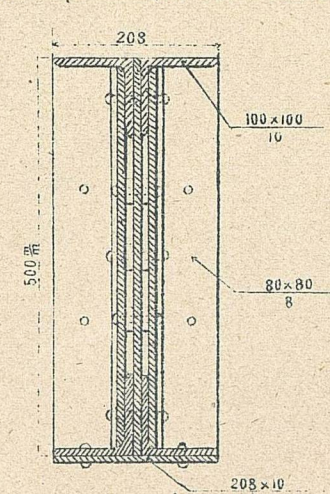


SECCIONES DE LA ARMADURA
ESCALA DE 1:10

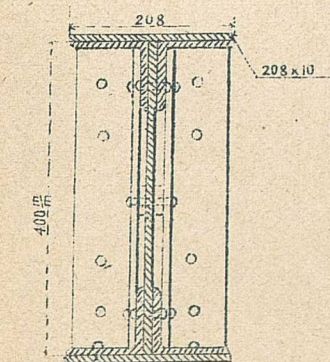
SECCIÓN POR A.B.



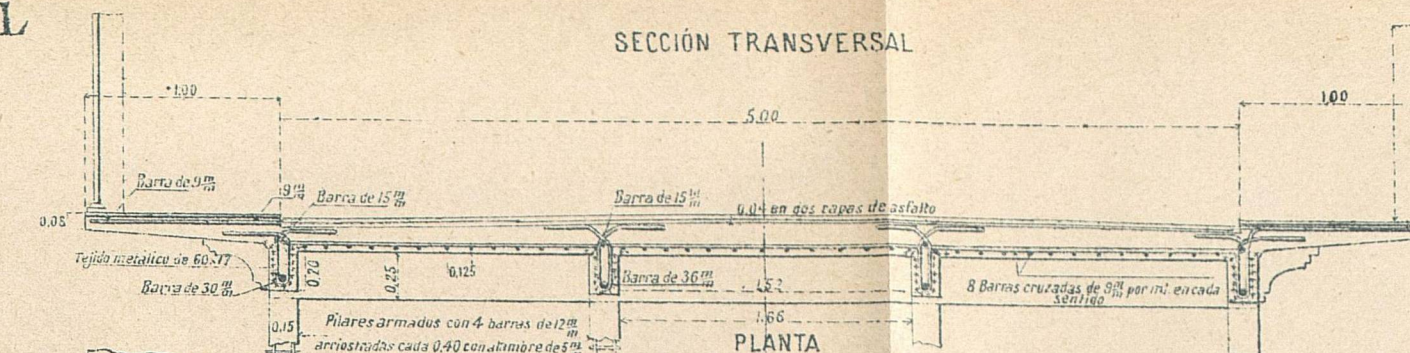
SECCIÓN POR C.D. (ARRANQUE DE LA BOVEDA)



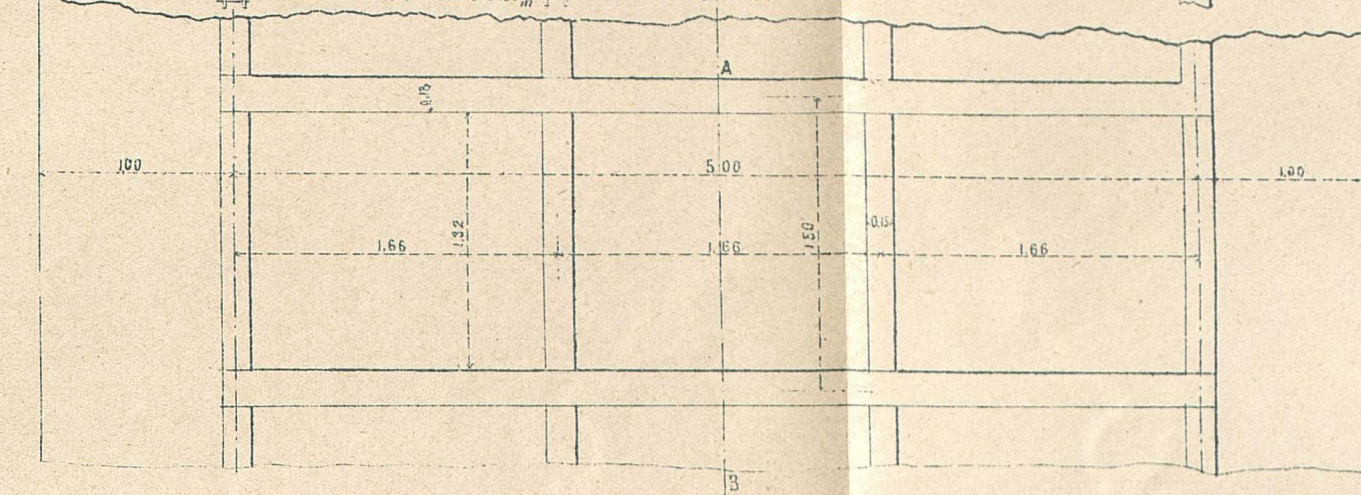
SECCIÓN POR E.F. (CLAVE DE LA BOVEDA)



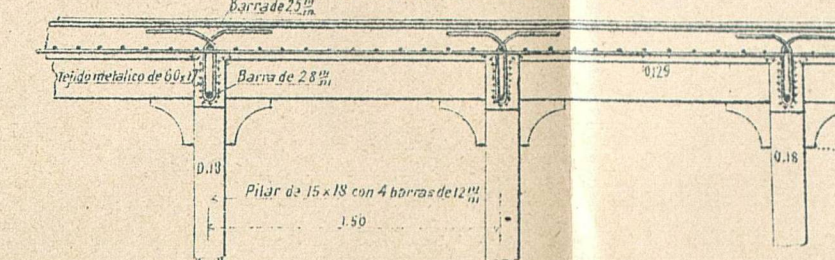
SECCIÓN TRANSVERSAL



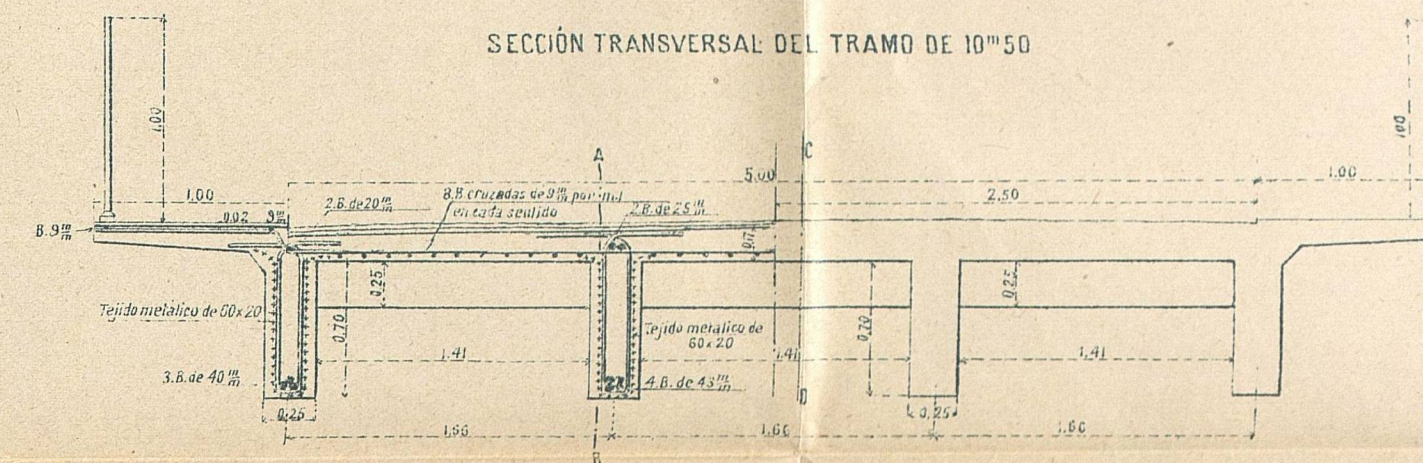
PLANTA



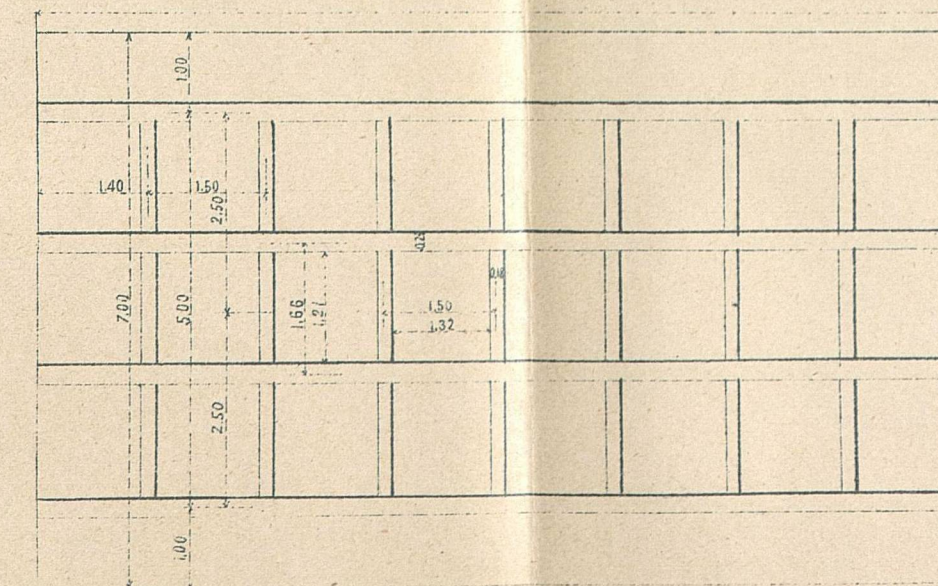
SECCION LONGITUDINAL POR A.B.



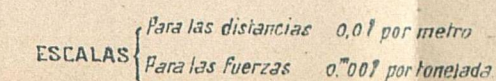
SECCIÓN TRANSVERSAL DEL TRAMO DE 10"50



PLANTA DE UN TRAMO DE 11^m80 PARA UNA LUZ DE 10^m50



CURVA DE PRESIONES SOBRE LAS BOVEDAS Y REACCIONES EN LOS APOYOS



SIN SOBRECARGA DINÁMICA

Cálculo del empuje en la clave por la ecuación de momentos

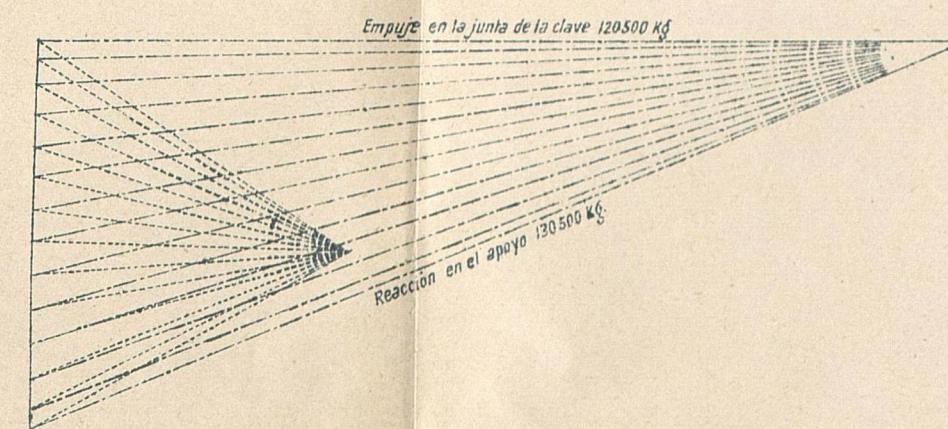
$$Q_y = P_d \left\{ \begin{array}{l} y = 3.50 \\ P = 50000 \text{ kg} \\ d = 8.50 \end{array} \right\} Q = \frac{50.000 \times 8.50}{3.50} = 121428 \text{ kg}$$

Gráficamente resultan 120 500 kg

cálculo de la reacción en el apoyo

$$R = \sqrt{50000^2 + 120500^2} = 130461 \text{ Kg}$$

Graficamente resultan 130.500 Kgf



CON LA SOBRECARGA DINAMICA

Calculo del empuje en la clave por la ecuación de momentos

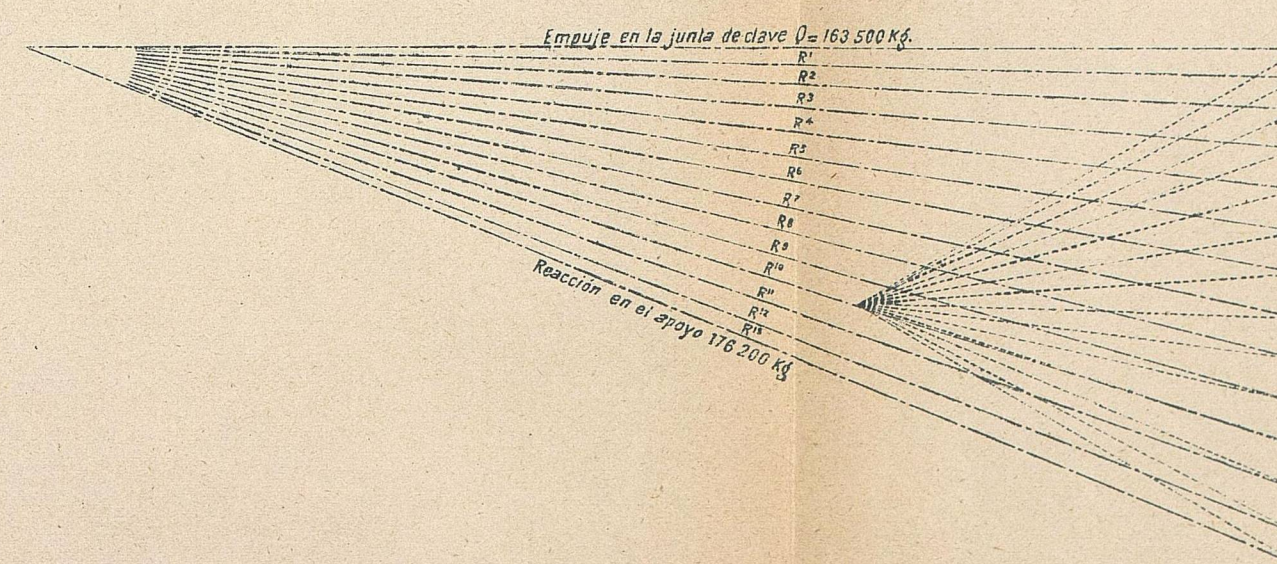
$$Q_y = P_d \left\{ \begin{array}{l} y = 3,33 \\ P = 65000 \text{ Kg} \end{array} \right\} Q = \frac{65000 \times 8,50}{3,33} = 165915 \text{ Kg}$$

Graficamente resultan 163500 Kg

Cálculo de la reacción en el apoyo

$$R = \sqrt{65000^2 + 185915^2} = 178193 \text{ kg}$$

Graficamente resultan 176 200 Kg



Presión máxima sobre el terreno de fundación

$$p_{\text{max}} = \frac{2 \cdot p}{3db} \left\{ \begin{array}{l} p = 185500 \text{ Кг} \\ d = 205 \\ b = 100 \end{array} \right. \quad p_{\text{max}} = \frac{2 \cdot 185500}{3 \cdot 205 \cdot 100} = 6 \text{ Кг пог см}$$

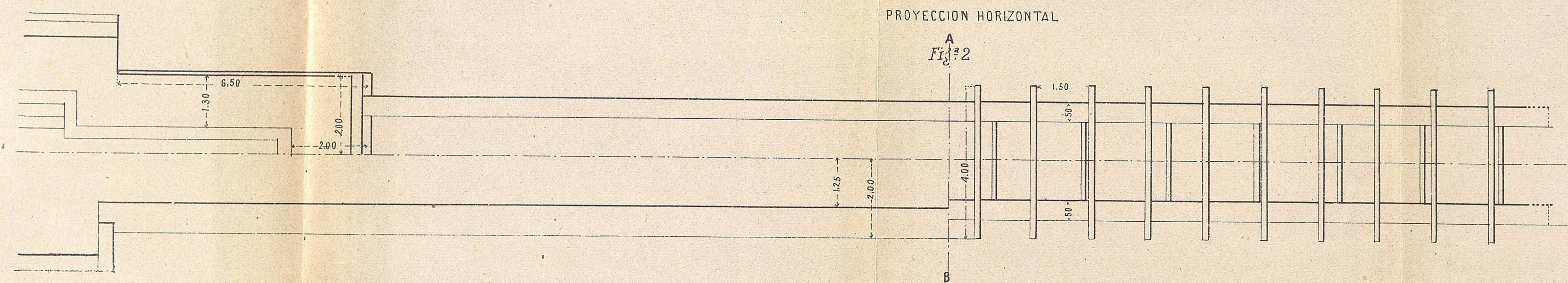
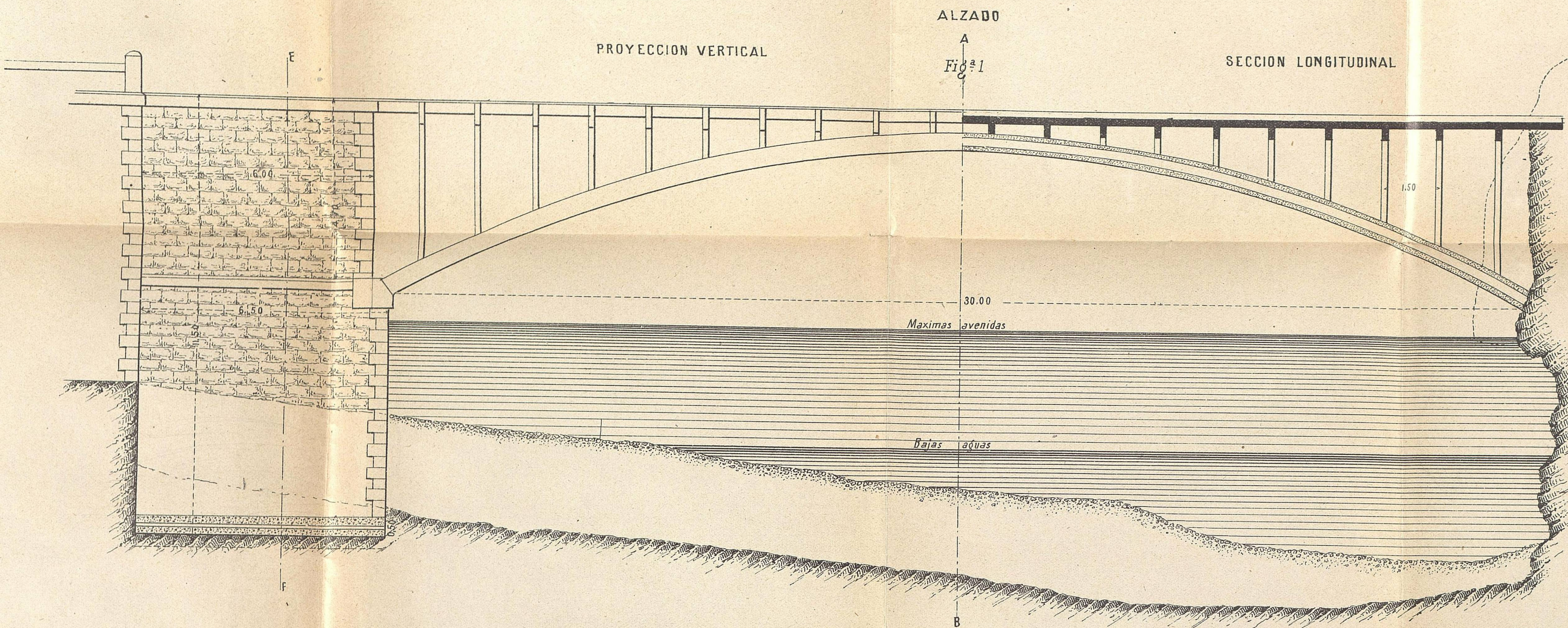
Presión media sobre el terreno de fundación $\frac{185500}{9 \times 10000} = 2 \text{ Kg por cm}^2$

Presión máxima sobre la fábrica de cimientos

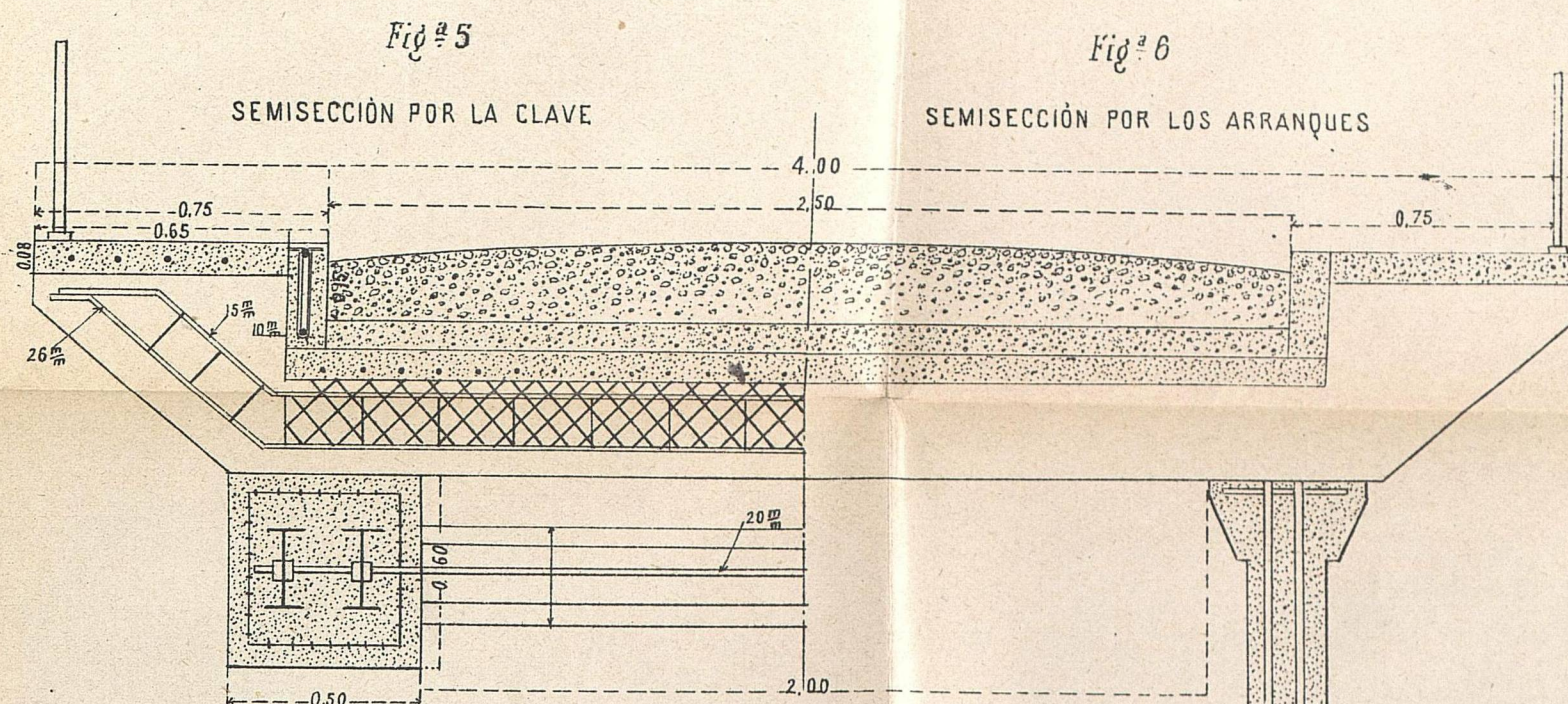
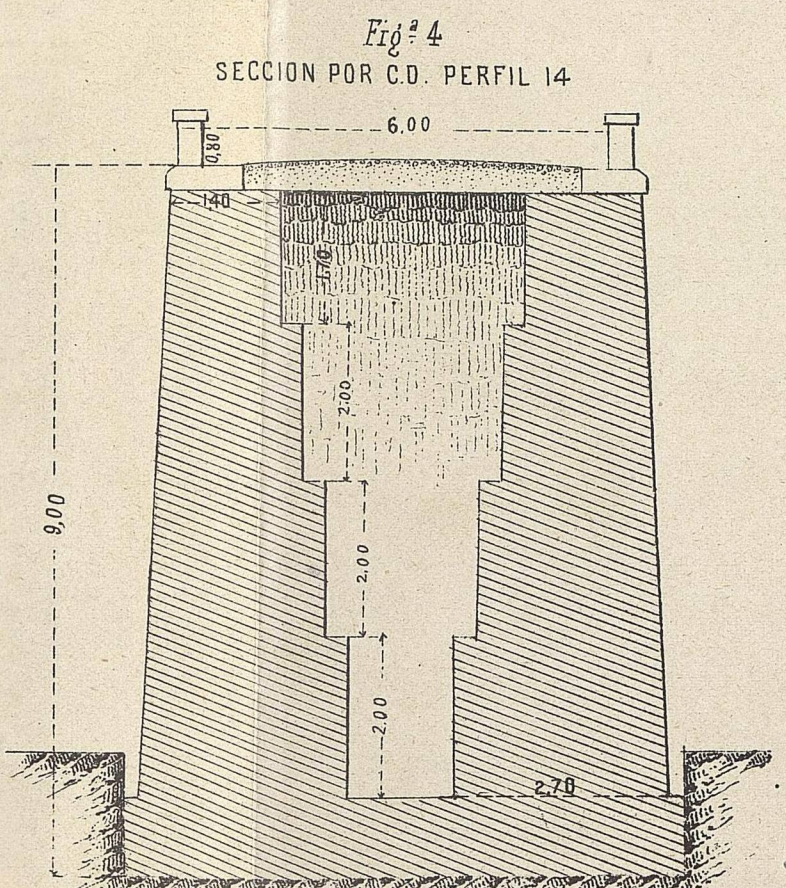
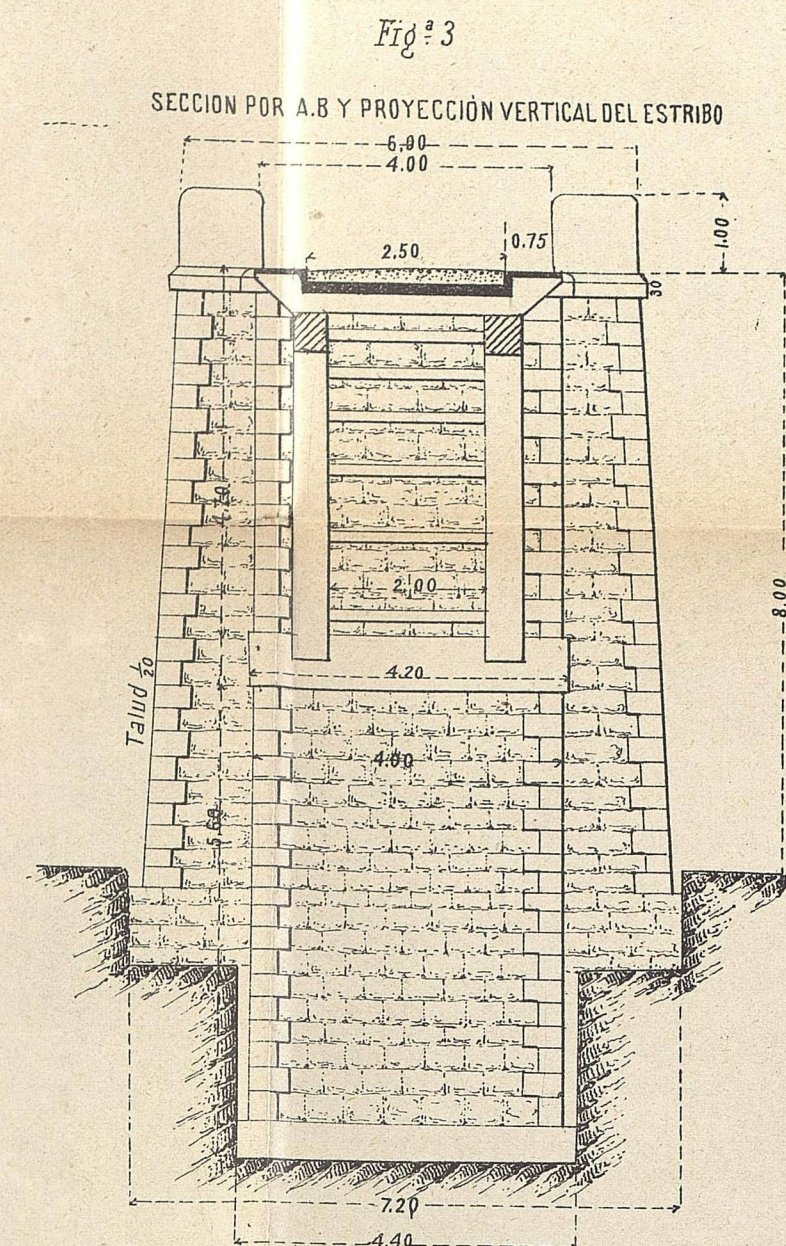
$$\frac{P_{\max}}{3 d \cdot b} = \frac{2 \cdot p}{3 d \cdot b} \quad \left(\begin{array}{l} p = 136000 \text{ Kg} \\ d = 135 \\ b = 100 \end{array} \right) \quad p_{\max} = \frac{2 \times 136000}{3 \times 135 \times 100} = 6.71 \text{ per cm}^2$$

Presión media sobre la fábrica de cimientos = $2.47 \text{ kg} = \frac{156000}{5.50 \times 10000}$

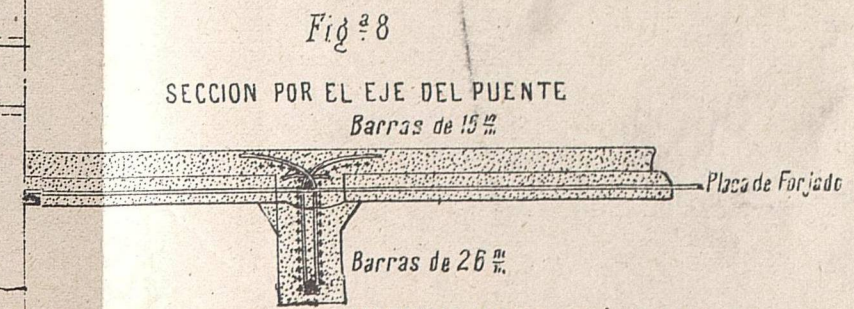
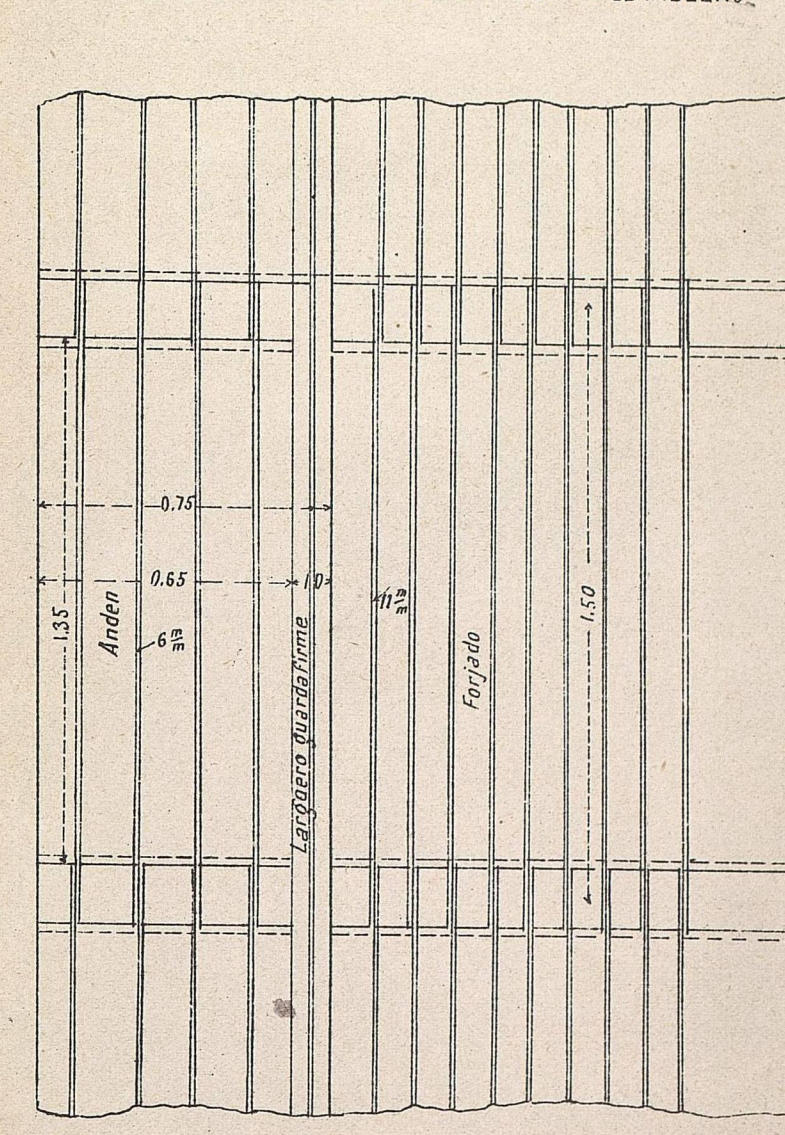
PUENTE DE GOLBARDO SOBRE EL SAJA (SANTANDER)



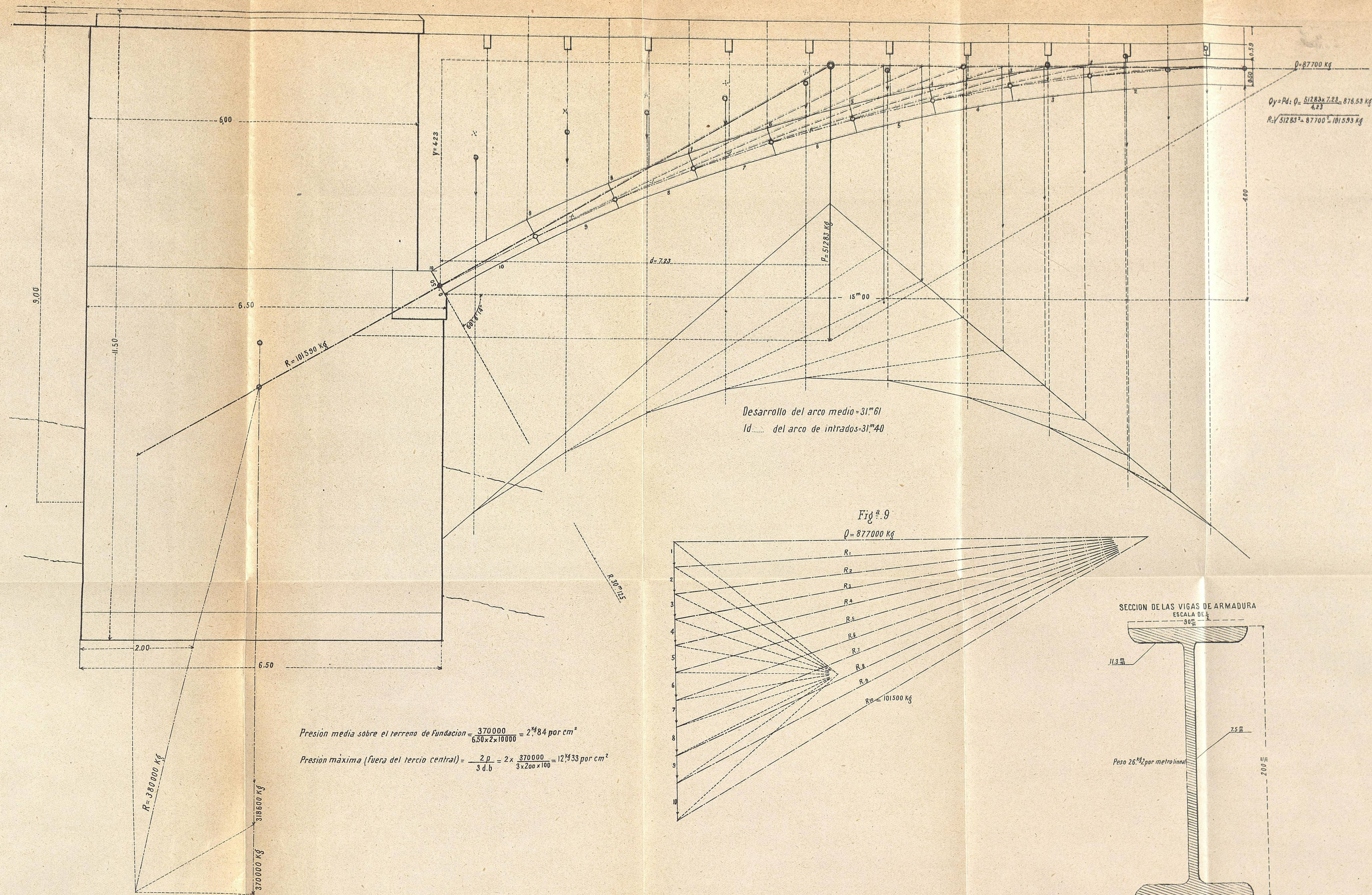
1 — 5 cm
2 — 0,15
3 — 0,03
4 — 1/500
5 — 1/50
6 — 1/100
7 — 1/20
8 — 1/10
9 — 1/5
10 — 1/2
11 — 1/1
12 — 1/2
13 — 1/1
14 — 1/2
15 — 1/1
16 — 1/2
17 — 1/1
18 — 1/2
19 — 1/1
20 — 1/2



DISPOSICION DE LOS HIERROS EN EL TABLERO.



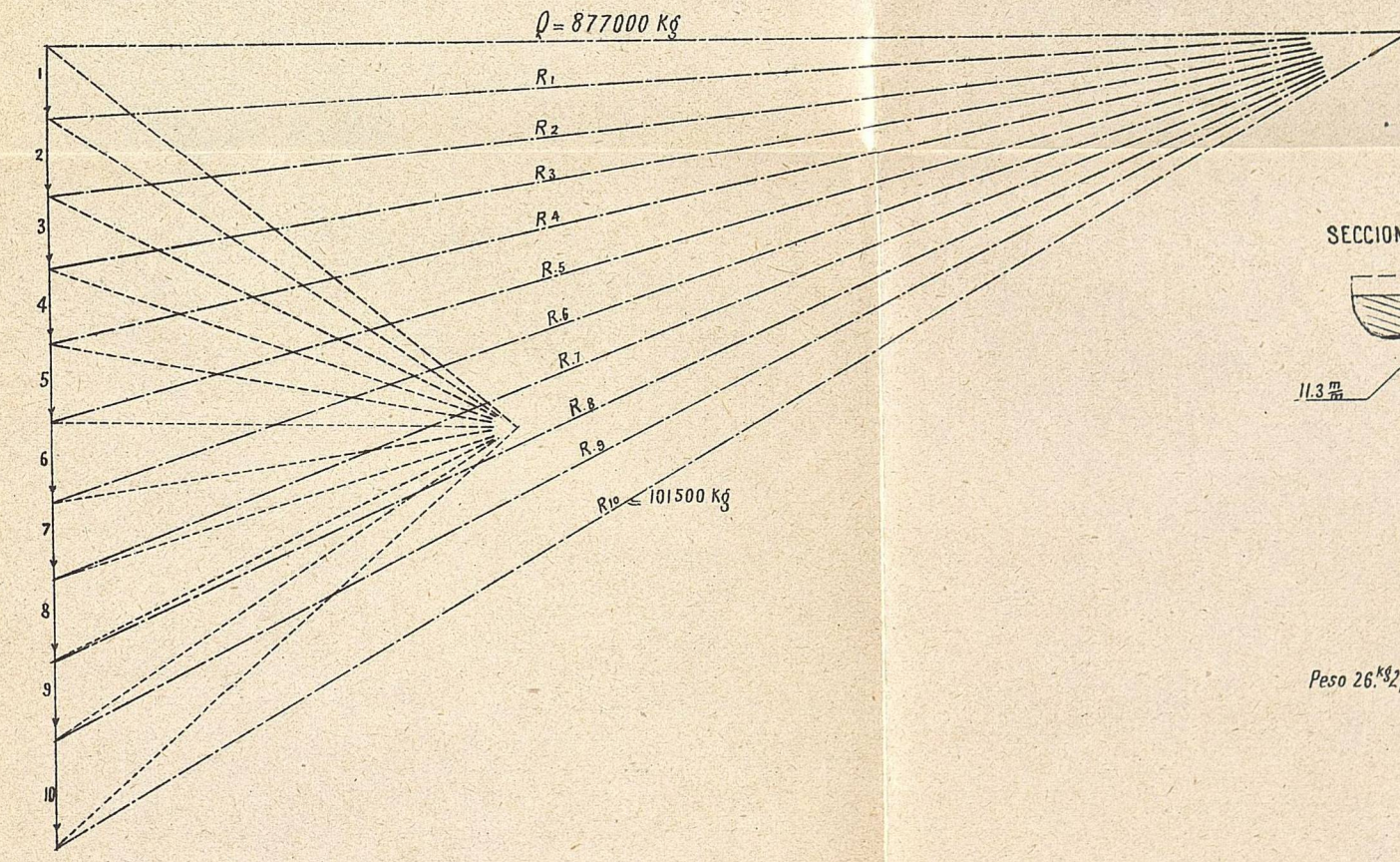
LIT. MENDEZ, ISABEL LA CATOLICA, 25. MADRID



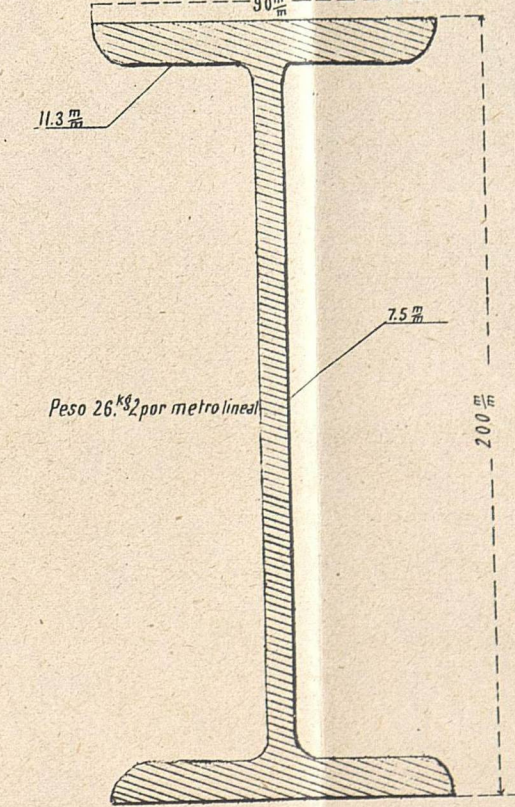
$$\text{Presión media sobre el terreno de fundación} = \frac{370000}{6.50 \times 2 \times 10000} = 2.84 \text{ por cm}^2$$

$$\text{Presión máxima (fuera del tercio central)} = \frac{2p}{3d.b} = 2 \times \frac{370000}{3 \times 200 \times 100} = 12.433 \text{ por cm}^2$$

Fig. 9



SECCION DE LAS VIGAS DE ARMADURA
ESCALA DE 1/30



LIT. MENDEZ ISABEL LA CATÓLICA, 25 - MADRID

6.500



FUNDACIÓN
JUANELO
TURRIANO



FUNDACIÓN
JUANELO
TURRIANO





FUNDACIÓN
JUANELO
TURRIANO



FUNDACION
JUANELO
TURRIANO

